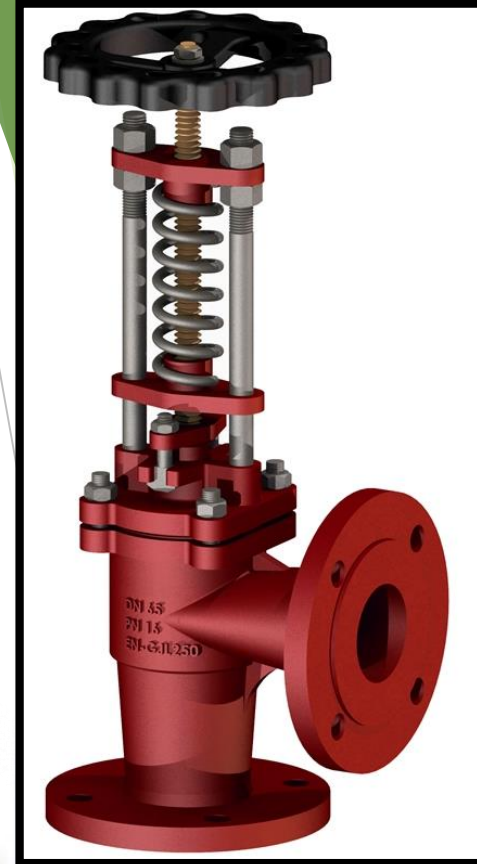


طراحی فنر



ویژگیها



▶ اعمال نیرو

▶ ایجاد انعطاف

▶ ذخیره انرژی و بازگشت آن

▶ جذب انرژی ناخواسته

فنر مارپیچ
فشاری



Helical Compression
Spring

فنر مارپیچ
کششی



Helical Extension
Spring

فنر مارپیچ
مخروطی



Conical Spring

انواع فنرها



Torsion Spring



فنر برگگی

Laminated or Leaf Spring

فنر مارپیچ
پیچشی



Disc or Belleville Spring

فنر دیسکی / واشر مخروطی

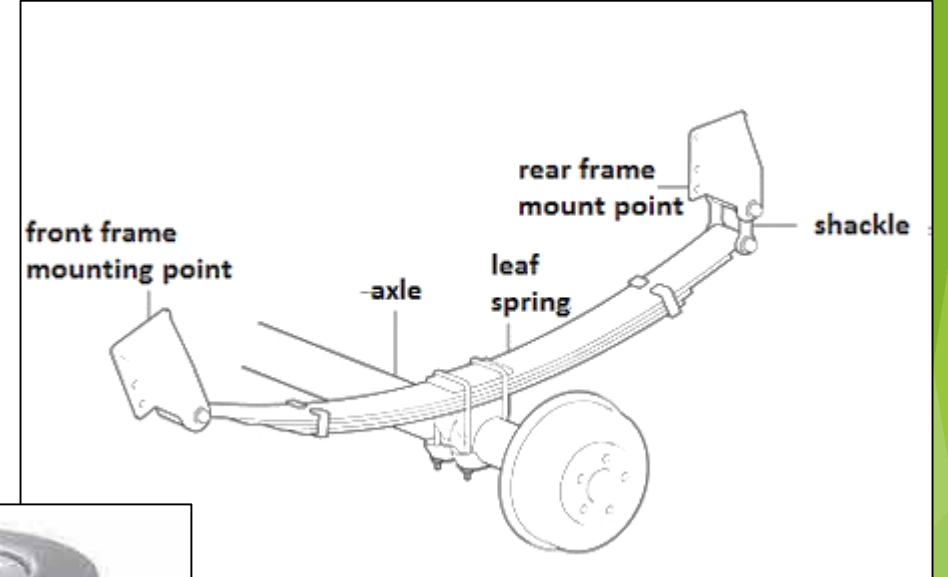
طراحی اجزاء 2

دکتر محمد جواد اشرفی

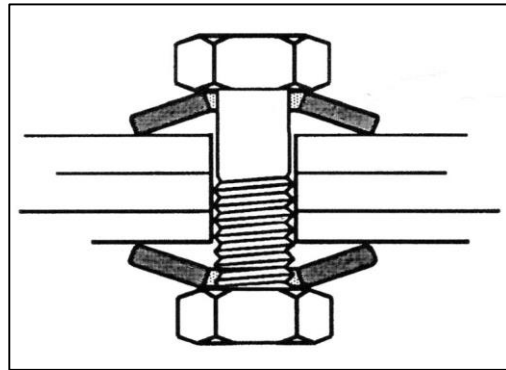
انواع فنرها



فنر مارپیچ



فنر برگ

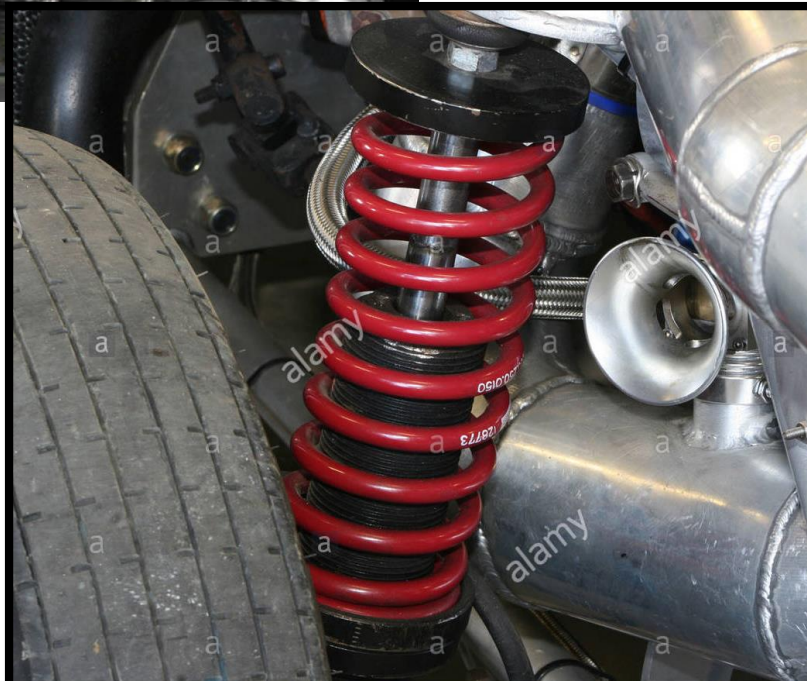


فنر دیسکی (belleville)

مثالها: فنر مارپیچ فشاری

سوپاپ موتور ▶

سیستمهای تعلیق ▶

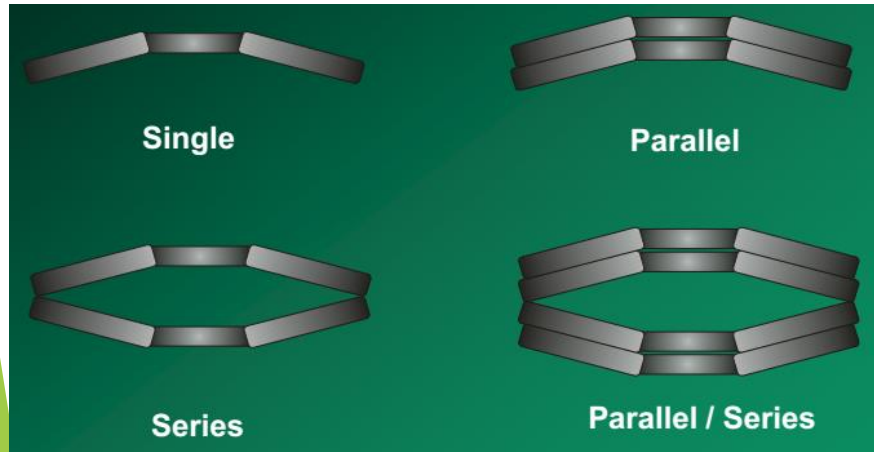
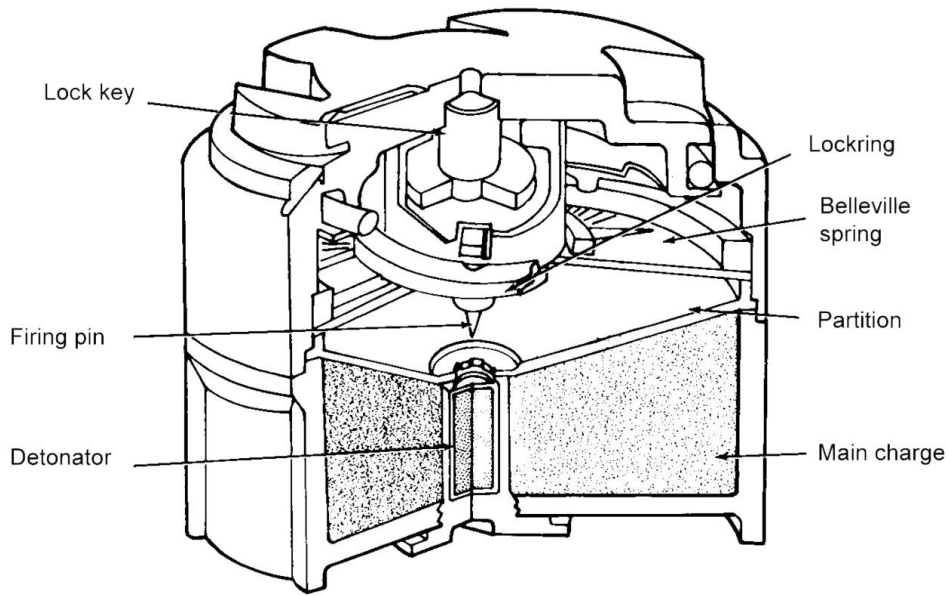


مثالها: فنر برگی

- ▶ سیستم تعلیق خوردروهای سنگین
- ▶ واگنها



مثالها: فنر دیسکی



مزایا: ▶

نیروی قابل اعمال زیاد در فضای کم ▶

عمر خستگی بالا ▶

با چیدن این دیسک ها روی هم، ▶

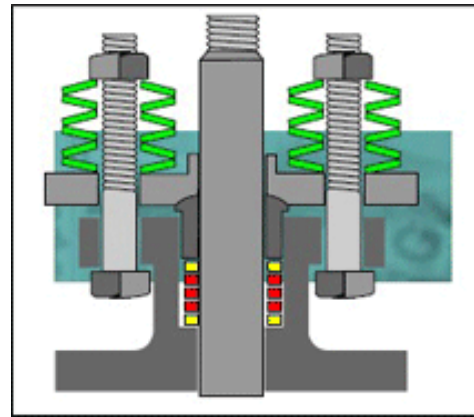
ضخامتهای مختلفی قابل حصول است.

کاربردها: ▶

انواع مین ها ▶

آب بندی و پکینگ ▶

انواع شیرها



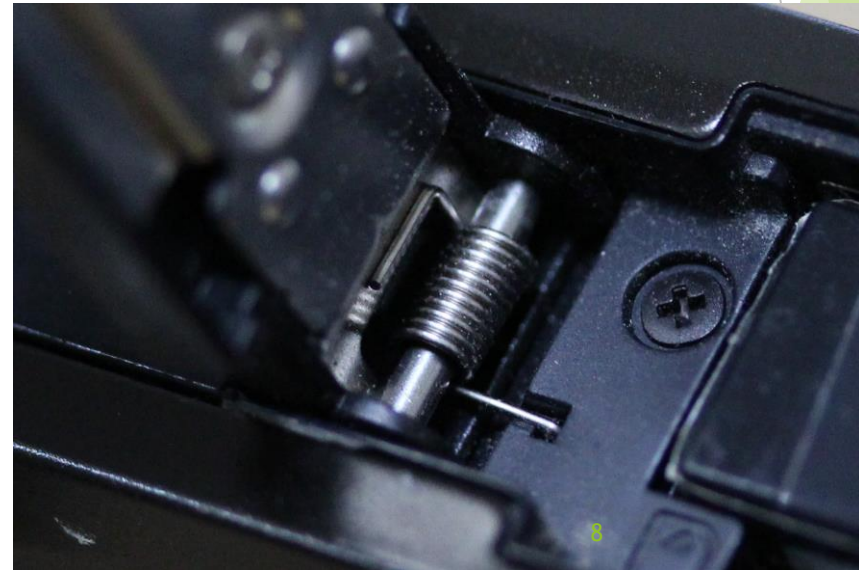
مثالها:

▶ فنر مارپیچ کششی

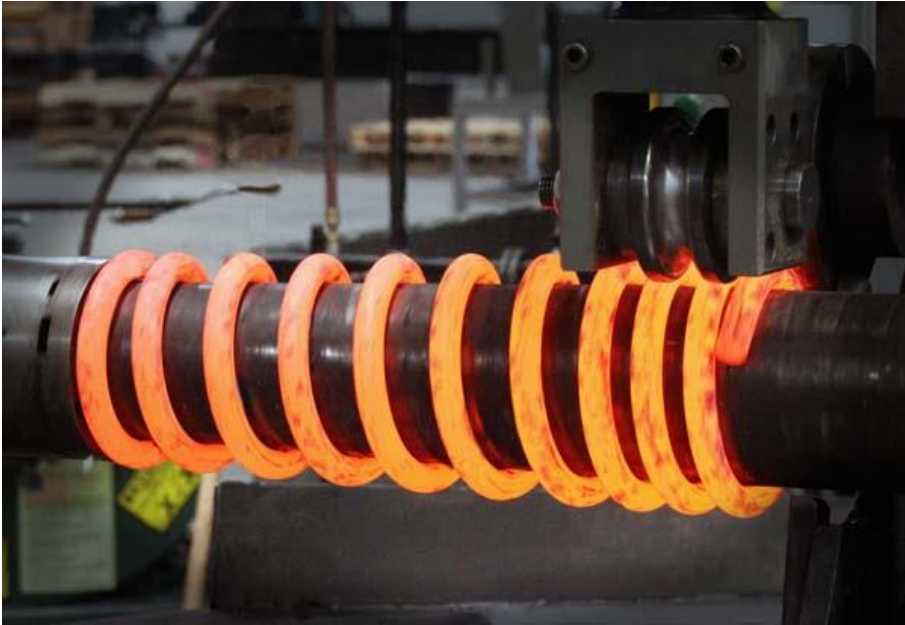
▶ فنر مارپیچ پیچشی



www.explainthatstuff.com



ساخت فنر



- ▶ فنر با قطر پایین: شکل دهی و نورد سرد
- ▶ فنر با قطر بالا: شکل دهی یا نورد گرم





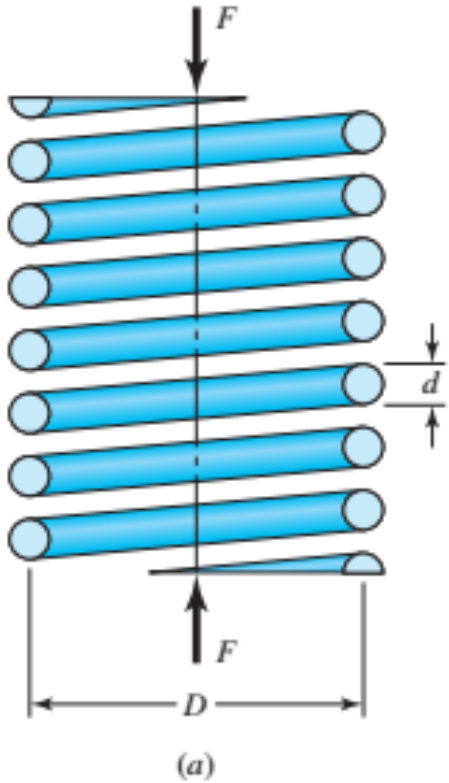
aparar.com/binahalal



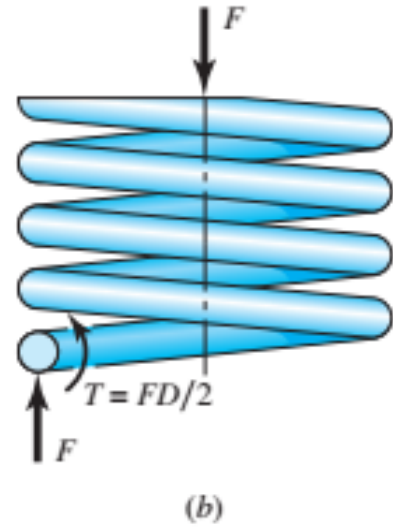
دکتر محمد جواد اشرفی

طراحی اجزاء 2

تنش در فنرهای مارپیچ



فنر فشاری



دیاگرام آزاد برش دلخواه

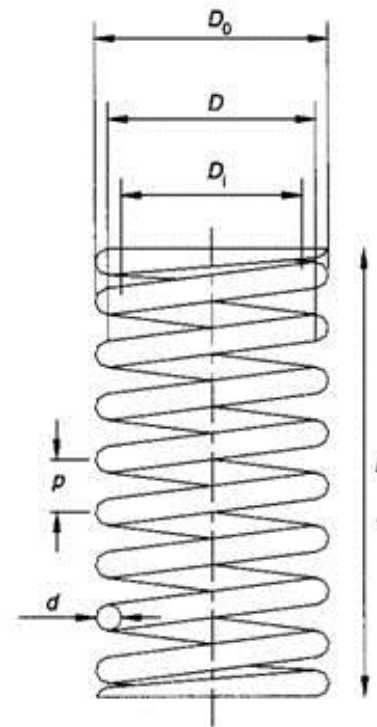
بارهای وارده به مفتول فنر بر اساس دیاگرام آزاد:

▶ D : قطر نامی یا قطر فنر

▶ d : قطر مفتول

▶ بار عرضی

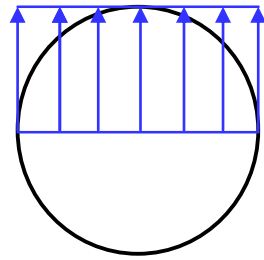
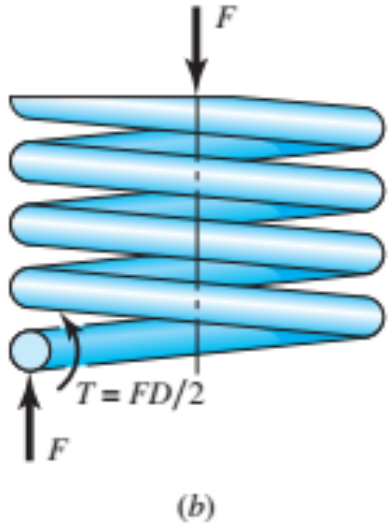
▶ گشتاور پیچشی



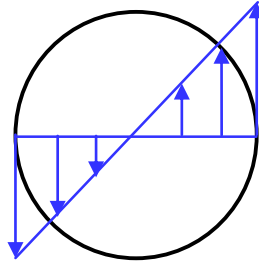
$$D = \frac{D_i + D_o}{2}$$

$$d = \frac{D_o - D_i}{2}$$

تنش در فنرهای مارپیچ



$$\tau_1 = \frac{F}{A}$$



$$\tau_2 = \frac{Tr}{J}$$

با روش جمع آثار:

تنش ماکزیمم در قطر داخلی

$$\tau_{\max} = \frac{Tr}{J} + \frac{F}{A}$$

$$T = FD/2$$

$$A = \pi d^2/4$$

$$J = \pi d^4/32$$

$$\tau = \frac{8FD}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2}$$

تنش در فنرهای مارپیچ

$$\tau = \frac{8FD}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2}$$
$$C = \frac{D}{d}$$

$$\tau = K_s \frac{8FD}{\pi d^3}$$

$$K_s = \frac{2C + 1}{2C}$$

ضریب اثر بار عرضی

$$C = \frac{D}{d} \quad \text{اندیس فنر: } \blacktriangleright$$

معمولا بین ۶ تا ۱۲ \blacktriangleright

نشانگر شکل فنر \blacktriangleright

تعیین کننده روش ساخت \blacktriangleright

برای مقادیر بزرگ: نورد سرد \blacktriangleright

برای مقادیر کوچک: نورد گرم \blacktriangleright

تنش در فنرهای مارپیچ

▶ اثرات انحنا:

▶ معادلات نوشته شده بدون در نظر گرفتن انحنا فنر بود

▶ با در نظر گرفتن اثر بار عرضی و انحنا

▶ ضریب وال K_W :

$$K_W = \frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0.615}{C}$$

▶ ضریب برگشتراسر K_B :

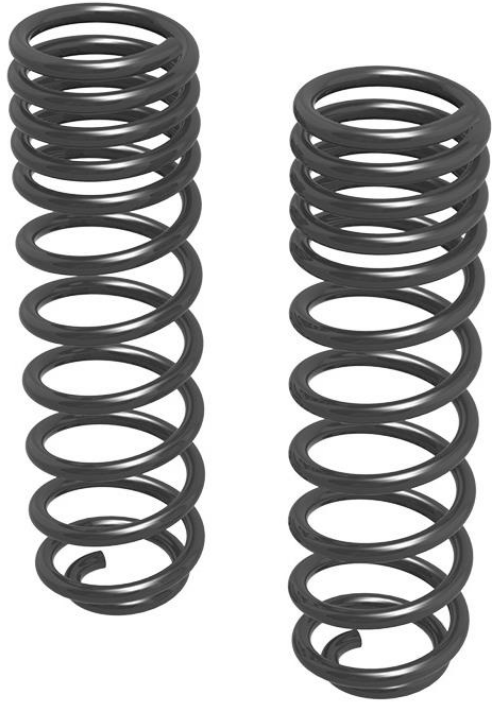
$$K_B = \frac{4C + 2}{4C - 3}$$

▶ تفاوت این دو ضریب کمتر از ۲٪ است.

▶ از ضریب K_B استفاده می کنیم.

$$\tau = K_B \frac{8FD}{\pi d^3}$$

فنرهای غیر خطی



ضریب سختی (سفتی) فنر

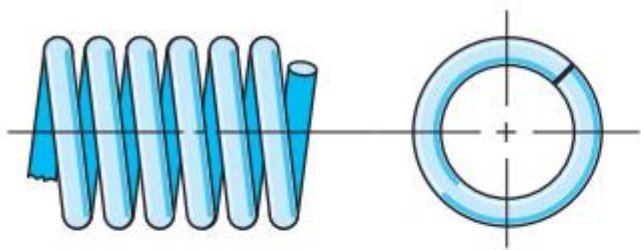
با استفاده از روش انرژی (کاستیگلیانو) ►

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{T^2 l}{2GJ} + \frac{F^2 l}{2AG} \\ T &= FD/2, l = \pi DN \\ J &= \pi d^4/32 \\ A &= \pi d^2/4 \end{aligned} \right\} \rightarrow U = \frac{4F^2 D^3 N}{d^4 G} + \frac{2F^2 DN}{d^2 G}$$
$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{\partial U}{\partial F} = \frac{8FD^3 N}{d^4 G} + \frac{4FDN}{d^2 G} \\ y &= \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \left(1 + \frac{1}{2C^2} \right) \approx \frac{8FD^3 N}{d^4 G} \end{aligned} \right\}$$

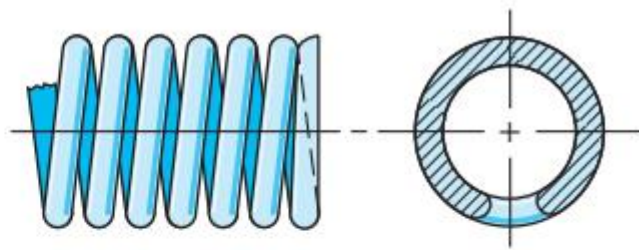
$$k \approx \frac{d^4 G}{8D^3 N}$$

تعداد حلقه و طول فنر فشاری

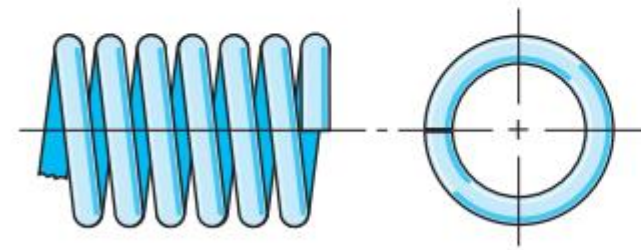
▶ انتهای فنرهای فشاری بسته به کاربرد و حساسیت:



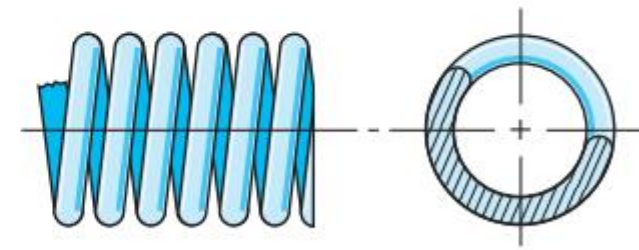
ساده، راستگرد



تخت سنگ خورده، چپگرد



تخت شده، راستگرد

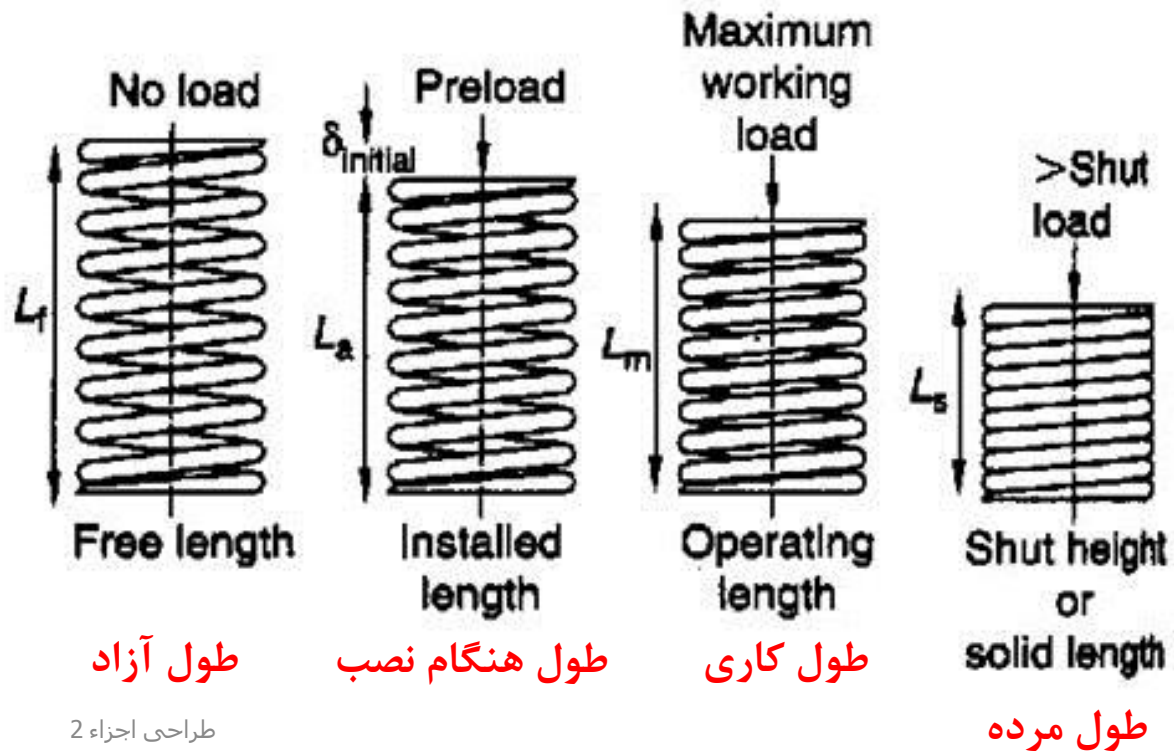


ساده سنگ خورده، چپگرد

تعداد حلقه و طول فنر فشاری



حالت‌های مختلف فنر فشاری



روابط ابعادی در فنرهای فشاری

N_a : تعداد حلقه های موثر فنر ►

Term	ساده Plain	ساده سنگ خورده Plain and Ground	تخت شده Squared or Closed	تخت سنگ خورده Squared and Ground
حلقه های غیر موثر N_e	0	1	2	2
کل حلقه ها N_t	N_a	$N_a + 1$	$N_a + 2$	$N_a + 2$
طول آزاد L_0	$pN_a + d$	$p(N_a + 1)$	$pN_a + 3d$	$pN_a + 2d$
طول مرده L_s	$d(N_t + 1)$	dN_t	$d(N_t + 1)$	dN_t
گام p	$(L_0 - d)/N_a$	$L_0/(N_a + 1)$	$(L_0 - 3d)/N_a$	$(L_0 - 2d)/N_a$

پایداری فنرهای فشاری

- ▶ با افزایش نیرو و فشرده شدن فنر احتمال کمانش زیاد می شود.
- ▶ فشردگی بحرانی:

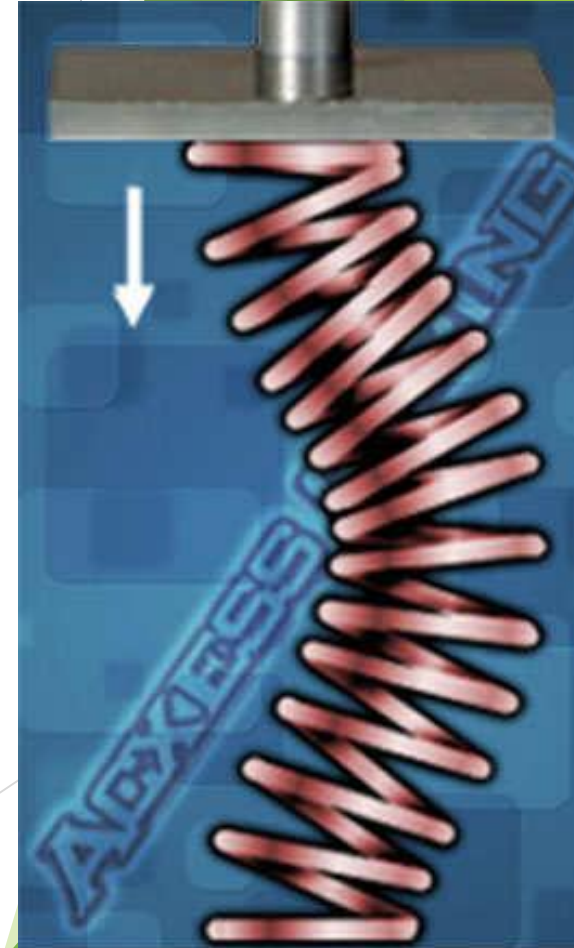
$$y_{cr} = L_0 C'_1 \left[1 - \left(1 - \frac{C'_2}{\lambda_{eff}^2} \right)^{1/2} \right]$$

ضریب رعنائی:

$$\lambda_{eff} = \frac{\alpha L_0}{D}$$

▶ ثوابت بدون بعد:

$$C'_1 = \frac{E}{2(E - G)}$$
$$C'_2 = \frac{2\pi^2(E - G)}{2G + E}$$



پایداری فنرهای فشاری

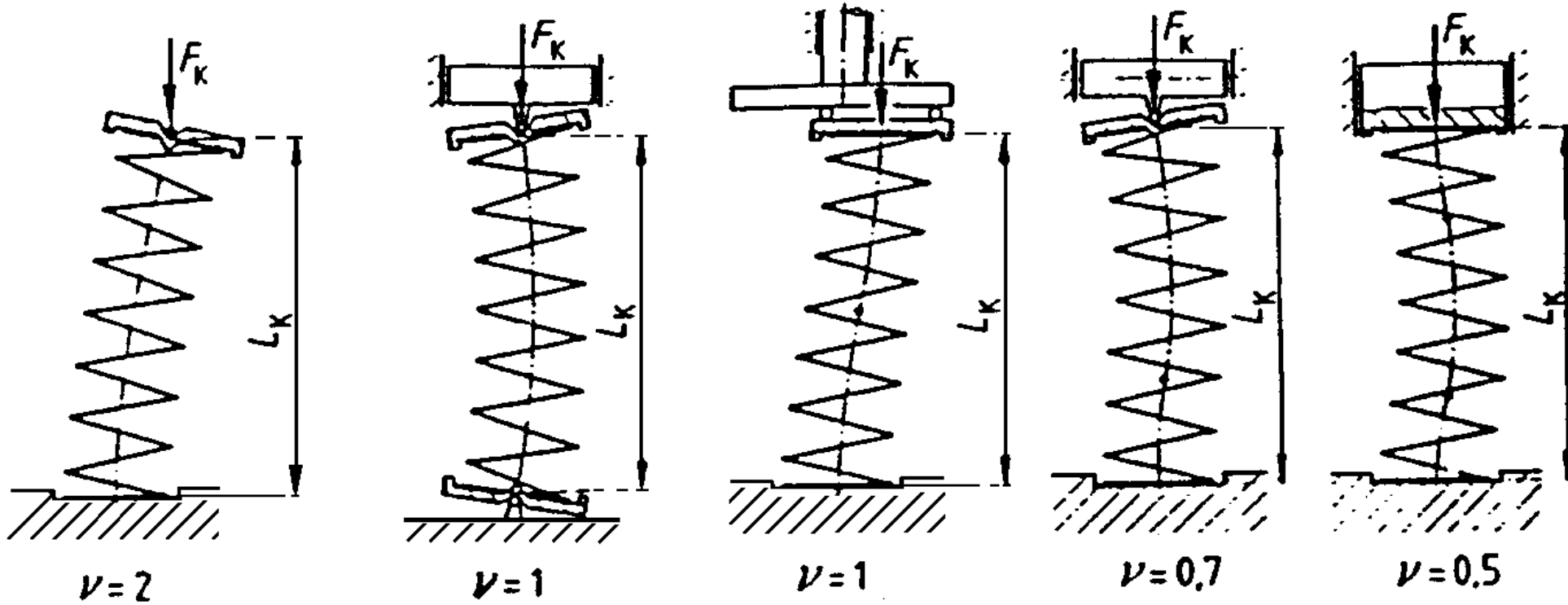
► ضرب رعنایی
► که α ضرب شرایط مرزی انتهایی فنر می باشد:

► ضرب رعنایی:

► که α ضرب شرایط مرزی انتهایی فنر می باشد:

End Condition	Constant α
Spring supported between flat parallel surfaces (fixed ends)	0.5
One end supported by flat surface perpendicular to spring axis (fixed); other end pivoted (hinged)	0.707
Both ends pivoted (hinged)	1
One end clamped; other end free	2

پایداری فنرهای فشاری



ماده فنر

- ▶ فولادهای کربنی
- ▶ فولادهای آلیاژی: کروم، وانادیوم، سیلیسیم
- ▶ فولاد ضد خوردگی
- ▶ فسفر برنز
- ▶ آلیاژهای نیکل
- ▶ ...

پایداری مطلق

▶ اگر زیر رادیکال منفی باشد یعنی $C_2'/\lambda_{eff}^2 \geq 1$ به ازاء همه مقادیر فشردگی پایداری خواهیم داشت

$$y_{cr} = L_0 C_1' \left[1 - \left(1 - \frac{C_2'}{\lambda_{eff}^2} \right)^{1/2} \right]$$

▶ در نتیجه:

$$L_0 < \frac{\pi D}{\alpha} \left[\frac{2(E - G)}{2G + E} \right]^{1/2}$$

▶ برای ماده فولادی:

$$L_0 < 2.63 \frac{D}{\alpha}$$

ماده فنر

جدول ۱۰-۳

فولادهای پرکربن و
آلیاژی فنر

منبع:

Harold C. R. Carlson,
"Selection and Application of
Spring Materials," *Mechanical
Engineering*, vol. 78, 1956,
pp. 331-334.

توضیح	مشخصه‌های استاندارد	نام ماده
بهترین، چقرمه‌ترین، و مرسوم‌ترین جنس فنرهای کوچک با بیشترین مقاومت کششی، تحمل بارهای تکراری بیش از دیگر مواد فنر، قطر 0.12 تا 3 mm موجود، حدود دمای کاربری: صفر تا 120°C.	UNS G10850 AISI 1085 ASTM A228-51	سیم موسیقی 0.80-0.95C
انواع فراوان فنر پیچیده با کاربری عمومی و ارزان، اگر سیم موسیقی به‌صرفه نباشد یا کلفت‌تر بخواهیم. برای بارهای تکان‌دار یا ضربه به‌کار نرود. قطر مرسوم 3 تا 12 mm، ولی کوچک‌تر و بزرگ‌تر هم هست. دمای کاربری: صفر تا 180°C.	UNS G10650 AISI 1065 ASTM 229-41	سیم بازپخت شده در روغن 0.60-0.70C

ارزان‌ترین فولاد فنر، با کاربری عمومی اگر عمر، دقت، و تغییر شکل مهم نباشد. قطر 0.8 تا 12 mm. دمای کاربری: صفر تا 120°C.

UNS G10660
AISI 1066
ASTM A227-47

سیم سخت کشیده
0.60-0.70C

مرسوم‌تر فولاد آلیاژی فنر، برای تنش‌های بیش از مقاومت فولادهای پرکربن و مقاومت خستگی و حد دوام با عمر زیاد، و نیز بارهای تکان-دار یا ضربه، فنر سوپاپ موتور هواپیما، تابکاری شده یا پیش‌بازپخت، قطر 0.8 تا 12 mm. دمای کاربری: صفر تا 220°C.

UNS G61500
AISI 6150
ASTM 231-41

فولاد کُرم وانادیم

برای فنر زیر تنش زیاد، عمر دراز، بارهای تکان‌دار بسیار خوب، سختی مطمئن C50 تا C53، Rockwell، قطر 0.8 تا 12 mm، دمای کاربری تا 250°C.

UNS G92540
AISI 9254

فولاد کُرم سیلیس

ماده فنر

طبق (2003-04) DIN EN 10089, جایگزین برای DIN 17221							فولاد فنر، نورد گرم، قابل بهسازی
نوع فولاد	شماره نام کوتاه	نورد گرم سختی HB	آئیل نرم +A سختی HB	در حالت بهسازی شده (+QT) ⁽¹⁾			خواص، کاربرد
				استحکام کششی R_m N/mm ²	تنش تسلیم $R_{p0.2}$ N/mm	تغییر طول نسبی شکست A %	
38Si7	1.5023	240	217	1300...1600	1150	8	ضامن فنری پیچ
46Si7	1.5024	270	248	1400...1700	1250	7	فنر برگی (شمشی)، فنر پیچی
55Cr3	1.7176	> 310	248	1400...1700	1250	3	فنرهای کششی و فشاری بزرگ
54SiCr6	1.7102	310	248	1450...1750	1300	6	مفتول فنر
61SiCr7	1.7108	310	248	1550...1850	1400	5,5	فنر برگی (شمشی)، فنر بشقابی
51CrV4	1.8159	> 310	248	1400...1700	1200	6	فنرهای تحت بار بالا
توضیح	(1) مقادیر استحکام برای نمونه آزمایشی با $d = 10 \text{ mm}$ صادق است.						
⇒	<p>قطر مفتول $d = 20 \text{ mm}$، طول مفتول $l = 8000 \text{ mm}$: EN 10089 - 20 × 8000 - 51CrV4+A مفتول گرد</p> <p>نوع فولاد 51CrV4، وضعیت تحویلی آئیل نرم شده (+A)</p>						
شکل تحویل						قطر مفتول d به mm (انتخاب)	
<ul style="list-style-type: none"> مفتول تاب‌گیری شده کلاف رینگی 						5,0 - 5,5 - 6,0 - 6,5 - 7,0 - 7,5 - 8,0 - 8,5 - 9,0 - 9,5 - 10,0 - 10,5 - 11,0 - 11,5 - 12,0...19,0 - 19,5 - 20,0 - 21,0 - 22,0 - 23,0...27,0 - 28,0 - 29,0 - 30,0	

ماده فنر

► تعیین خواص مکانیکی فنر:

► آزمایش کشش بر روی مفتول فنر S_{ut} ←

► طراحی فنر بر اساس تنش تسلیم برشی یا پیچشی S_{sy} ←

► تخمین مهندسی برای تنش تسلیم کششی:

$$0.6S_{ut} \leq S_y \leq 0.9S_{ut}$$

► با استفاده از معیار وان-مایرز:

$$S_{sy} = 0.577S_y$$

$$0.35S_{ut} \leq S_{sy} \leq 0.52S_{ut}$$

ماده فنر

- ▶ با توجه به فرایند ساخت، با افزایش قطر استحکام کاهش می یابد.
- ▶ معمولا آزمایش روی قطر خاصی انجام می شود (مثلا ۱۰ میلیمتر)
- ▶ برای بقیه قطرها از رابطه زیر استفاده می شود:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

ماده فنر

نسبت قیمت سیم	A_r MPa · mm ^m	قطر، mm	A_r kpsi · in ^m	قطر، in	نمای m	شماره ASTM	جنس
2.6	2211	0.10–6.5	201	0.004–0.256	0.145	A228	سیم موسیقی*
1.3	1855	0.5–12.7	147	0.020–0.500	0.187	A229	سیم Q&T†
1.0	1783	0.7–12.7	140	0.028–0.500	0.190	A227	سیم سخت کشیده‡
3.1	2005	0.8–11.1	169	0.032–0.437	0.168	A232	سیم فولاد کرم-وانادیم§
4.0	1974	1.6–9.5	202	0.063–0.375	0.108	A401	سیم فولاد کرم-سیلیس
7.6–11	1867	0.3–2.5	169	0.013–0.10	0.146	A313	سیم فولاد ضدزنگ #302
	2065	2.5–5	128	0.10–0.20	0.263		
	2911	5–10	90	0.20–0.40	0.478		
8.0	1000	0.1–0.6	145	0.004–0.022	0	B159	سیم فسفر برنز**
	913	0.6–2	121	0.022–0.075	0.028		
	932	2–7.5	110	0.075–0.30	0.064		

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

* سطح صاف، براق، بی‌عیب.
 † پوسته‌های ناشی از گرمکاری باید پاک شود.
 ‡ سطح نرم، براق و بی‌عیب ظاهری.
 § سیم بازپخت شده با کیفیت صنایع هوایی، تابکاری شده آنهم هست.
 || بازپخت تا سختی Rockwell C49، بازپخت نشده آنهم هست.
 # از فولاد ضدزنگ 302.
 ** بازپخت شده CA510.

ماده فنر

G		E		قطر d in	حد کشسان، درصد $S_{0.2}$ پیچش کشش		جنس
GPa	Mpsi	GPa	Mpsi				
82.7	12.0	203.4	29.5	<0.032	65-75	45-60	سیم موسیقی A228
81.7	11.85	200	29.0	0.033-0.063			
81.0	11.75	196.5	28.5	0.064-0.125			
80.0	11.6	193	28.0	>0.125			
80.7	11.7	198.6	28.8	<0.032	60-70	45-55	فنر HD، A227
80.0	11.6	197.9	28.7	0.033-0.063			
79.3	11.5	197.2	28.6	0.064-0.125			
78.6	11.4	196.5	28.5	>0.125			
77.2	11.2	196.5	28.5		85-90	45-50	بازیخت در روغن A239
77.2	11.2	203.4	29.5		85-90	50-60	فنر سوپاپ A230
77.2	11.2	203.4	29.5		88-93	65-75	کرم-وانادیم A231
77.2	11.2	203.4	29.5		88-93		A232
77.2	11.2	203.4	29.5		85-93	65-75	کرم-سیلیس A401 فولاد ضدزنگ
69.0	10	193	28		65-75	45-55	A313*
75.8	11	208.4	29.5		75-80	55-60	17-7PH
77.2	11.2	200	29		65-70	42-55	414
77.2	11.2	200	29		65-75	45-55	420
79.3	11.5	206	30		72-76	50-55	431
41.4	6	103.4	15		75-80	45-50	برنز فسفردار B159
44.8	6.5	117.2	17		70	50	مس برلیم B197
50.3	7.3	131	19		75	50-55	
77.2	11.2	213.7	31		65-70	40-45	آلیاز Inconel، X-750

ماده فنر

جدول ۱۰-۶

بیشترین تنش‌های پیچشی
مجاز برای کاربردهای
ایستای فنرهای مارپیچ
فشاری

منبع:

Robert E. Joerres, "Springs" Chap. 24 in Joseph E. Shigley and Charles R. Mischke (eds.), *Standard Handbook of Machine Design*, 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1996.

بیشترین درصد مقاومت کششی پس از پیش‌تنیدگی (شامل K_s)	قبل از پیش‌تنیدگی (شامل K_B یا K_W)	جنس
60-70	45	سیم موسیقی و فولاد کربنی سرد کشیده
65-75	50	فولاد کربنی و کم‌آلیاژ سخت و بازپخت شده
55-65	35	فولادهای ضدزنگ آستینیتی
55-65	35	آلیاژهای غیر آهنی

پیش تنیدگی

- ▶ به منظور افزایش ظرفیت فنر
- ▶ فشردگی کامل فنر تا طول مرده و رسیدن به حد پلاستیک
- ▶ افزایش تنش تسلیم
- ▶ برای فنرهایی که برای بار استاتیکی طراحی می شوند استفاده می شود.

طراحی استاتیکی فنر فشاری

1

$$4 \leq C \leq 12$$

2

$$3 \leq N_a \leq 15$$

محدوده های پیشنهادی:

محدوده نیروی فنر: $0 \leq F_{max} \leq F_s$

برای تضمین خطی بودن فنر:

$$\frac{1}{8} F_s \leq F_{max} \leq \frac{7}{8} F_s$$

به بیان دیگر اگر $F_s = (1 + \xi) F_{max}$:

3

$$\xi \geq 1/7 \cong 0.15$$

ضریب اطمینان n_s :

4

$$n_s \geq 1.2$$

طراحی استاتیکی فنر فشاری

► قیمت تمام شده یا (FOM) Figure of Merit

$$\text{fom} = -(\text{relative material cost}) \frac{\gamma \pi^2 d^2 N_t D}{4}$$

طراحی استاتیکی فنر فشاری

$$\tau = K_B \frac{8FD}{\pi d^3}$$

جایگذاری در معادله تنش برشی ►

$$\frac{S_{sy}}{n_s} = K_B \frac{8F_s D}{\pi d^3} = \frac{4C + 2}{4C - 3} \left[\frac{8(1 + \xi)F_{\max} C}{\pi d^2} \right]$$

معادله درجه ۲ بر حسب C ►

$$\alpha = \frac{S_{sy}}{n_s}$$

$$\beta = \frac{8(1 + \xi)F_{\max}}{\pi d^2}$$

$$\longrightarrow C = \frac{2\alpha - \beta}{4\beta} + \sqrt{\left(\frac{2\alpha - \beta}{4\beta}\right)^2 - \frac{3\alpha}{4\beta}}$$

طراحی استاتیکی فنر فشاری

1. انتخاب جنس فنر
2. انتخاب قطر مفتول فنر
3. تعیین قطر یا اندیس فنر با توجه به محدودیتها و پارامترهای طراحی
 - ▶ قطر خارجی فنر
 - ▶ قطر داخلی فنر
 - ▶ نیروی مرده و ماکزیمم
 - ▶ ضریب اطمینان و تنش تسلیم برشی
4. تعیین تعداد حلقه ها با توجه به
 - ▶ طول مرده، فشردگی ماکزیمم و بحرانی

طراحی استاتیکی فنر فشاری

Choose d

Over-a-rod

Free

In-a-hole

As-wound or set

As-wound

Set removed

As-wound or set

$$D = d_{\text{rod}} + d + \text{allow}$$

$$S_{sy} = \text{const}(A)/d^{m\ddagger}$$

$$S_{sy} = 0.65A/d^m$$

$$D = d_{\text{hole}} - d - \text{allow}$$

$$C = \frac{2\alpha - \beta}{4\beta} + \sqrt{\left(\frac{2\alpha - \beta}{4\beta}\right)^2 - \frac{3\alpha}{4\beta}}$$

$$\alpha = \frac{S_{sy}}{n_s}$$

$$\beta = \frac{8(1 + \xi)F_{\text{max}}}{\pi d^2}$$

$$D = Cd$$

$$D = \frac{S_{sy}\pi d^3}{8n_s(1 + \xi)F_{\text{max}}}$$

طراحی استاتیکی فنر فشاری

$$C = D/d$$

$$K_B = (4C + 2)/(4C - 3)$$

$$\tau_s = 8K_B(1 + \xi)F_{\max}D/(\pi d^3)$$

$$n_s = S_{sy}/\tau_s$$

$$\text{OD} = D + d$$

$$\text{ID} = D - d$$

$$N_a = Gd^4 y_{\max}/(8D^3 F_{\max})$$

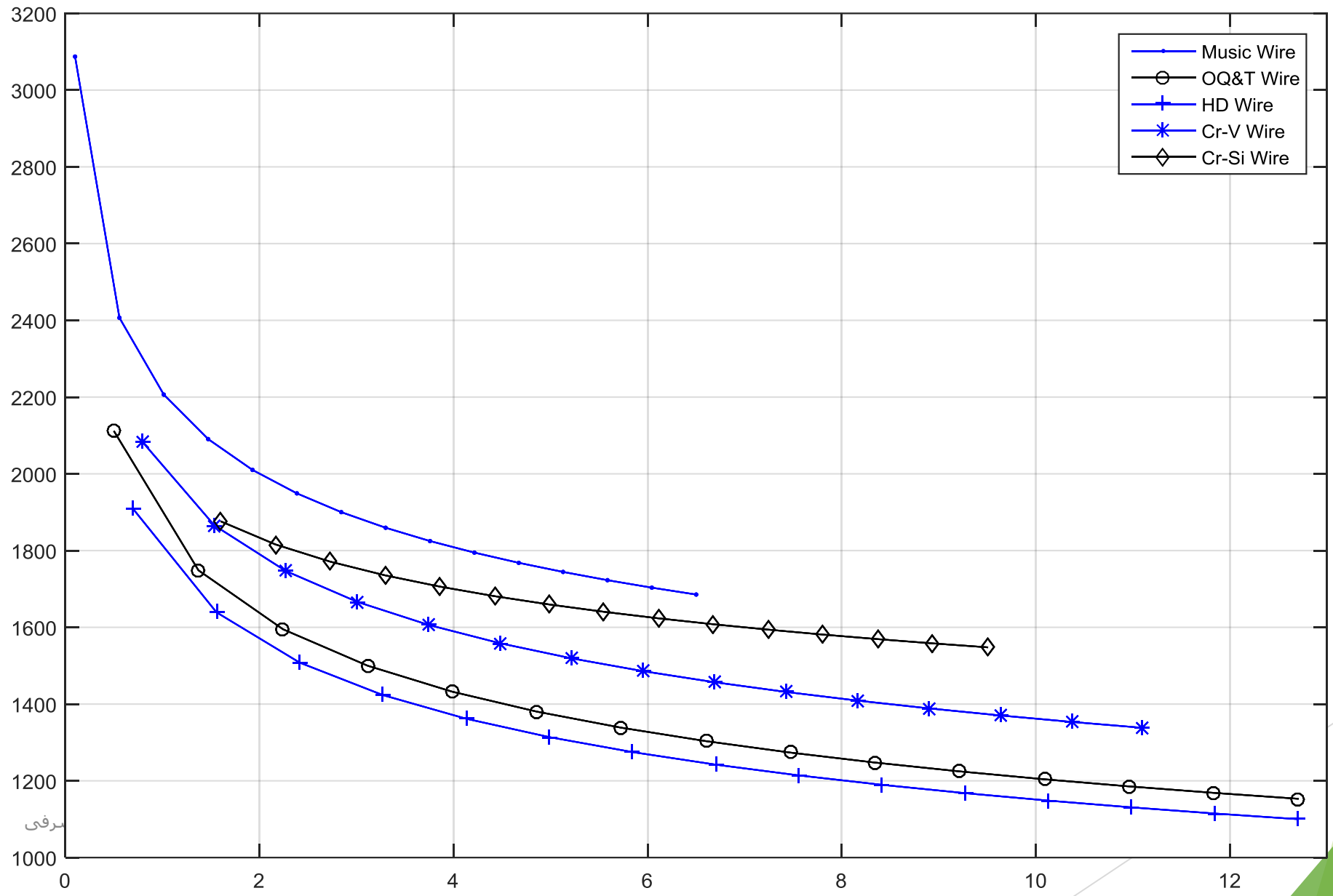
$$N_t: \text{Table 10-1}$$

$$L_s: \text{Table 10-1}$$

$$L_o: \text{Table 10-1}$$

$$(L_o)_{cr} = 2.63D/\alpha$$

$$\text{fom} = -(\text{rel. cost}) \gamma \pi^2 d^2 N_t D/4$$



قطرهای مرسوم مفتول فنر

0.5 تا 1.0 میلیمتر با گام 0.1 ▶

1.00 تا 6.00 با گام 0.25 ▶

6.0 تا 10.0 با گام 0.5 ▶

مثال: طراحی استاتیکی فنر

فرکانس بحرانی فنرهای مارپیچ

فرکانس بحرانی فنرهای مارپیچ

▶ در اثر حرکت فنر، انتشار موج در فنر خواهیم داشت.

▶ این موج در داخل فنر رفت و برگشت کرده و پدیده ضربان ایجاد می شود.

▶ در صورتی که فرکانس طبیعی یا ضرایب آن با فرکانس بارگذاری نزدیک باشد، تشدید و خرابی رخ می دهد.

فرکانس بحرانی فنرهای مارپیچ

► برای فنری که **بین دو صفحه** قرار گرفته، فرکانس طبیعی (بر حسب هرتز)

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{kg}{W}}$$

► اگر فنر از **یک طرف آزاد** باشد:

$$f = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{kg}{W}}$$

$$W = AL\gamma = \frac{\pi d^2}{4} (\pi DN_a) (\gamma) = \frac{\pi^2 d^2 DN_a \gamma}{4} \quad \text{► وزن فنر:}$$

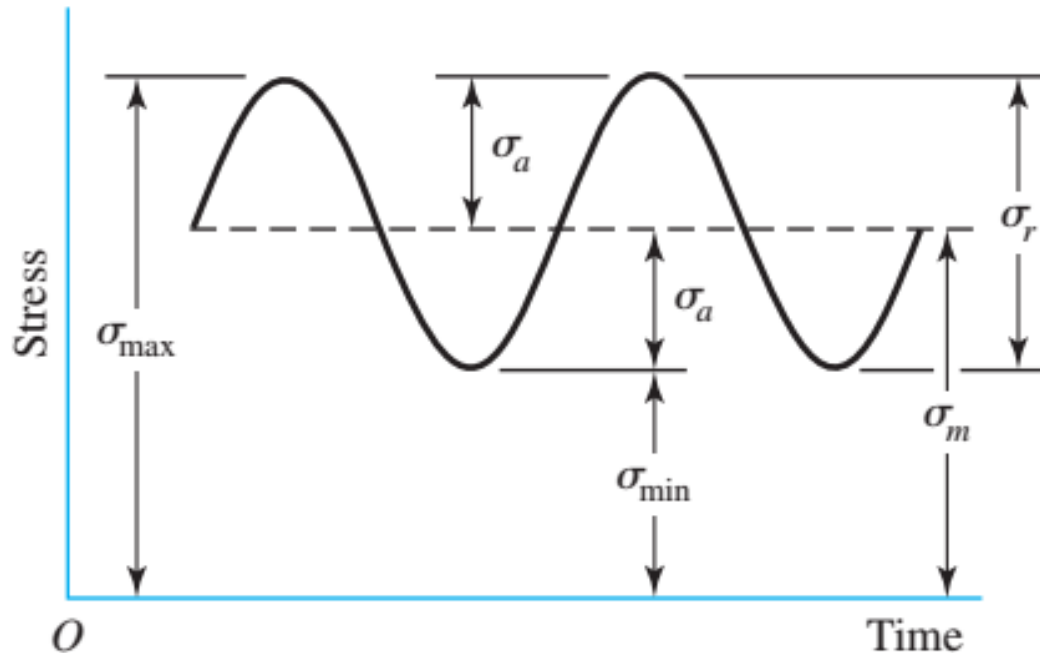
► فرکانس طبیعی اصلی بایستی ۱۵ تا ۲۰ برابر فرکانس بارگذاری باشد.

طراحی فنر تحت بار خستگی

- ▶ در بسیاری از کاربردها بار گذاری نوسانی داریم.
- ▶ از آنجا که فنرها یا تحت کشش هستند یا فشار پس تنش نوسانی خالص نداریم.
- ▶ تعیین استحکام حد دوام بطور

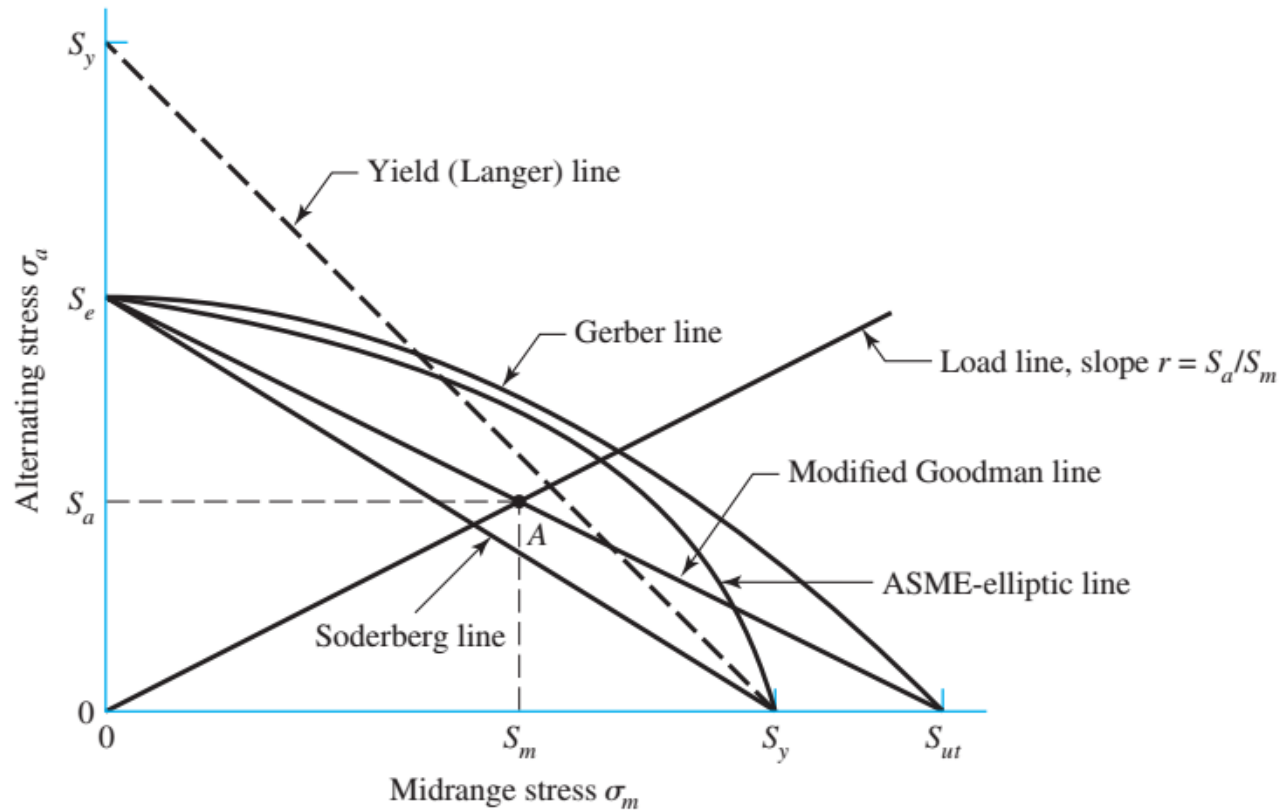
مستقیم امکان پذیر نیست.

- ▶ همواره تنش میانگین و تنش نوسانی در آزمایشهای خستگی فنر وجود دارد.



طراحی فنر تحت بار خستگی

► به همین جهت از یک نقطه کمکی در خط گودمن یا گربر یا ... استفاده می کنیم.



$$S_{su} = 0.67S_{ut}$$

طراحی فنر تحت بار خستگی

▶ آزمایشها نشان داده است که مستقل از جنس و قطر استحکام حد دوام در بارگذاری خستگی تقریبا ثابت است.

$$S_{sa} = 35 \text{ kpsi (241 MPa)} \quad S_{sm} = 55 \text{ kpsi (379 MPa)}$$

▶ یکی از روشهای افزایش استحکام حد دوام **ساجمه زنی** فنر می باشد که ریزترکهای سطحی را رفع می کند. در این حالت:

$$S_{sa} = 57.5 \text{ kpsi (398 MPa)} \quad S_{sm} = 77.5 \text{ kpsi (534 MPa)}$$

طراحی فنر تحت بار خستگی

▶ در ادامه با معلوم بودن قطر و جنس، S_{su} تعیین شده:

$$S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

$$S_{su} = 0.67S_{ut}$$

$$S_{se} = \frac{S_{sa}}{1 - \left(\frac{S_{sm}}{S_{su}}\right)^2}$$

▶ با فرض منحنی گربر:

▶ با فرض خط گودمن:

$$S_{se} = \frac{S_{sa}}{1 - \frac{S_{sm}}{S_{su}}}$$

طراحی فنر تحت بار خستگی

▶ آزمایشهای خستگی نشان می دهد اگر نمونه بدون شیار و ترک و تمرکز تنش باشد:

▶ **تنش پیچشی میانگین تاثیری در خستگی ندارد**

▶ بر این اساس معیار و روش **sine** استفاده می شود.

▶ در فنرها که معمولا شیار و تمرکز تنش نداریم، این روش مرسوم می باشد.

▶ در این معیار تنها تنش نوسانی با مقدار تنشهای مرجع نوسانی مقایسه می شود.

▶ **بدون ساچمه زنی**

$$S_{sa} = 35 \text{ kpsi (241 MPa)}$$

▶ **با ساچمه زنی**

$$S_{sa} = 57.5 \text{ kpsi (398 MPa)}$$

طراحی فنر تحت بار خستگی

▶ اگر پیش فشردگی نداشته باشیم:

$$F_a = \frac{F_{\max} - F_{\min}}{2}$$

$$F_m = \frac{F_{\max} + F_{\min}}{2}$$

$$\tau_a = K_B \frac{8F_a D}{\pi d^3}$$

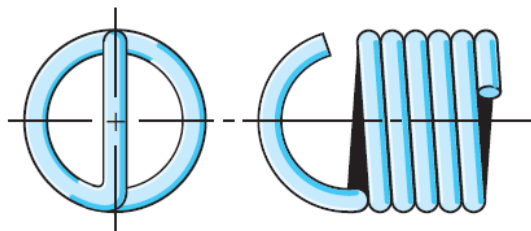
$$\tau_m = K_B \frac{8F_m D}{\pi d^3}$$

$$F_{\min} = 0$$

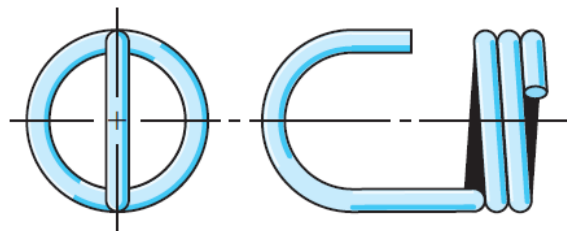
مثال

فنرهای کششی

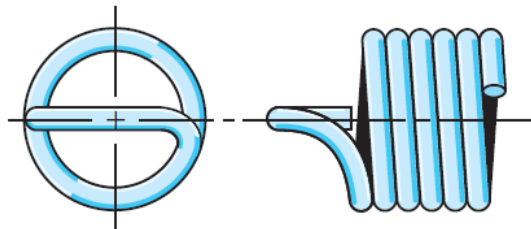
محل اعمال نیروی کششی ►



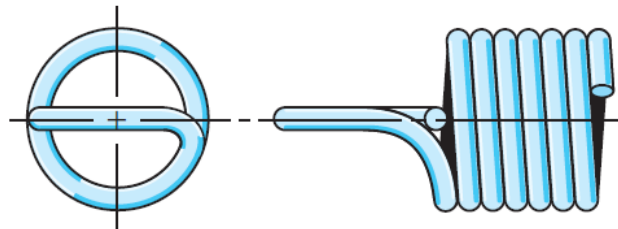
(a) Machine half loop–open



(b) Raised hook



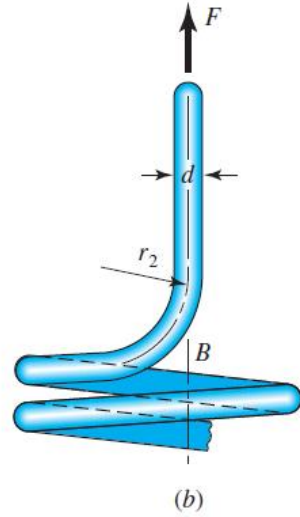
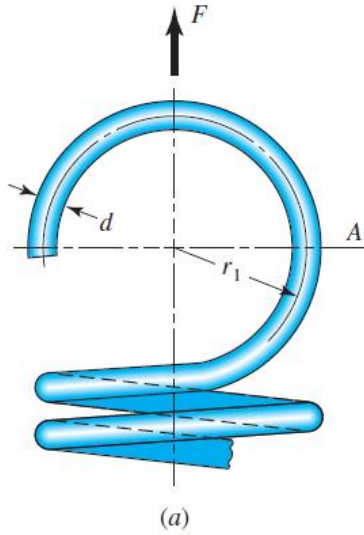
(c) Short twisted loop



(d) Full twisted loop



تنش در فنرهای مارپیچ کششی



▶ نقطه بحرانی A: تنش خمشی و محوری

$$\sigma_A = F \left[(K)_A \frac{16D}{\pi d^3} + \frac{4}{\pi d^2} \right]$$

$$(K)_A = \frac{4C_1^2 - C_1 - 1}{4C_1(C_1 - 1)} \quad C_1 = \frac{2r_1}{d}$$

▶ نقطه بحرانی B: تنش پیچشی و عرضی

$$\tau_B = (K)_B \frac{8FD}{\pi d^3}$$

$$(K)_B = \frac{4C_2 - 1}{4C_2 - 4} \quad C_2 = \frac{2r_2}{d}$$

کشش اولیه

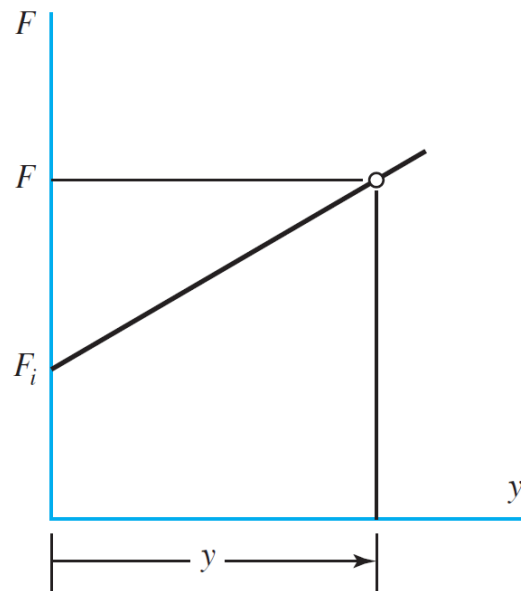
► معمولا برای تثبیت بهتر طول اولیه، کشش اولیه در فنر ایجاد می شود.

► معمولا حلقه های فنرهای کششی به هم چسبیده اند.

► فرایند ساخت به نحوی انجام می شود که در اثر ارتجاع الاستیک، حلقه ها کاملا به هم می چسبند و به هم فشار وارد می کنند.

► وقتی فنر در عمل تحت کشش قرار می گیرد تا زمانی که به فشردگی بین حلقه ها غلبه کند، جابجایی ندارد.

► نمودار نیرو-جابجایی:



(a)

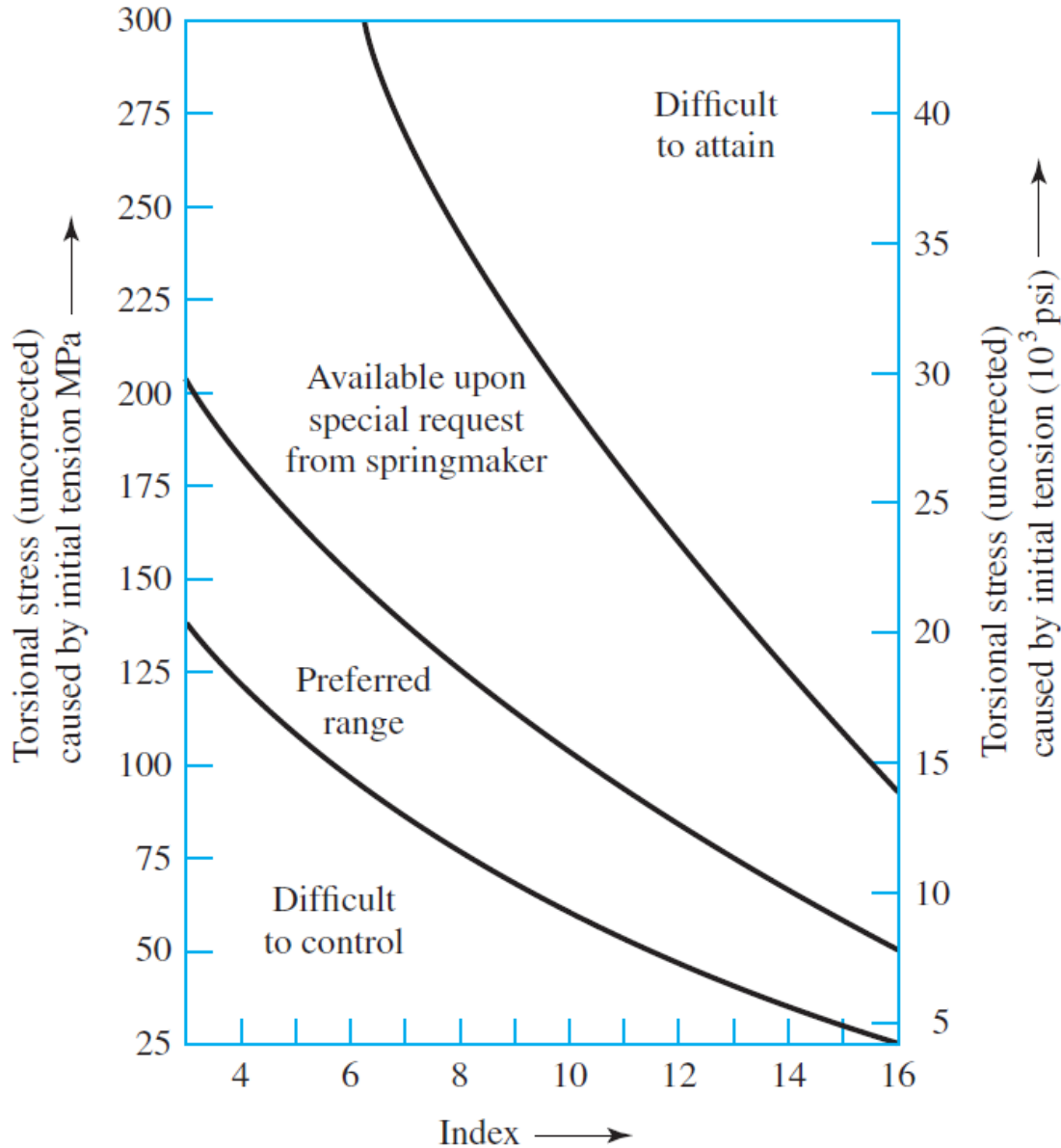
$$F = F_i + ky$$

کشش اولیه

محدوده های تنش پیچشی (تصحیح نشده) که در فنر ایجاد می شود.

$$\tau_i = \frac{8F_i D}{\pi d^3}$$

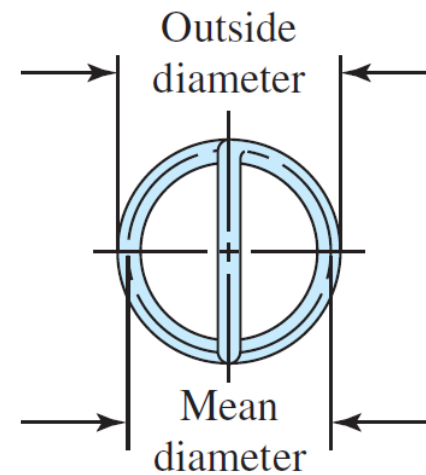
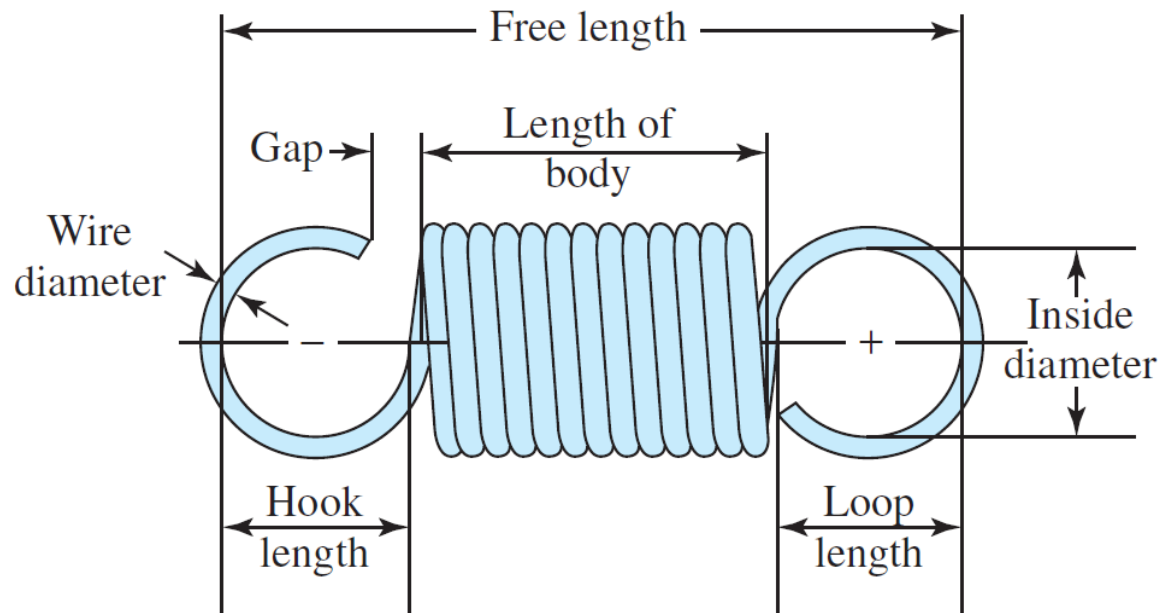
$$\tau_i = \frac{33\,500}{\exp(0.105C)} \pm 1000 \left(4 - \frac{C-3}{6.5} \right) \text{ psi}$$



پارامترهای فنر کششی

$$L_0 = 2(D - d) + (N_b + 1)d = (2C - 1 + N_b)d$$

$$N_a = N_b + \frac{G}{E}$$



تنش مجاز فنرهای کششی

Table 10-7

Maximum Allowable Stresses (K_W or K_B corrected) for Helical Extension Springs in Static Applications

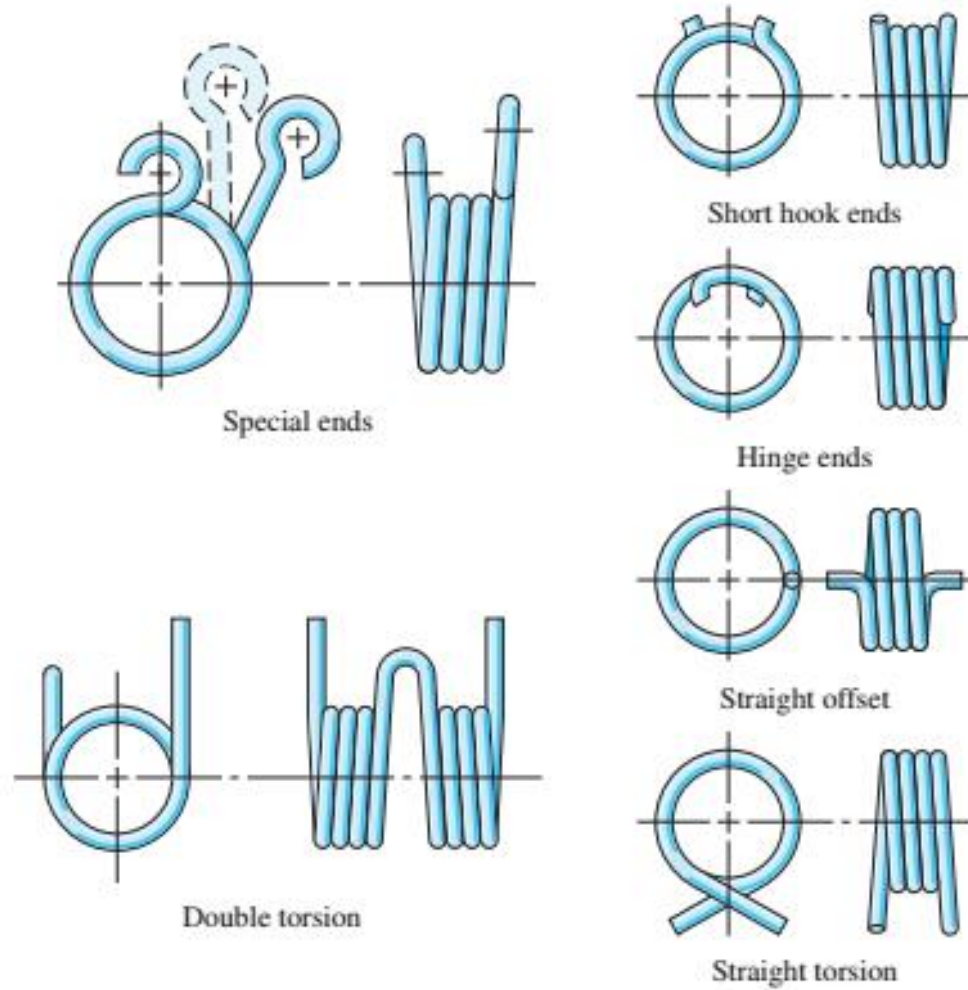
Source: From *Design Handbook*, 1987, p. 52.
Courtesy of Associated Spring.

Materials	Percent of Tensile Strength		
	In Torsion Body	End	In Bending End
Patented, cold-drawn or hardened and tempered carbon and low-alloy steels	45-50	40	75
Austenitic stainless steel and nonferrous alloys	35	30	55

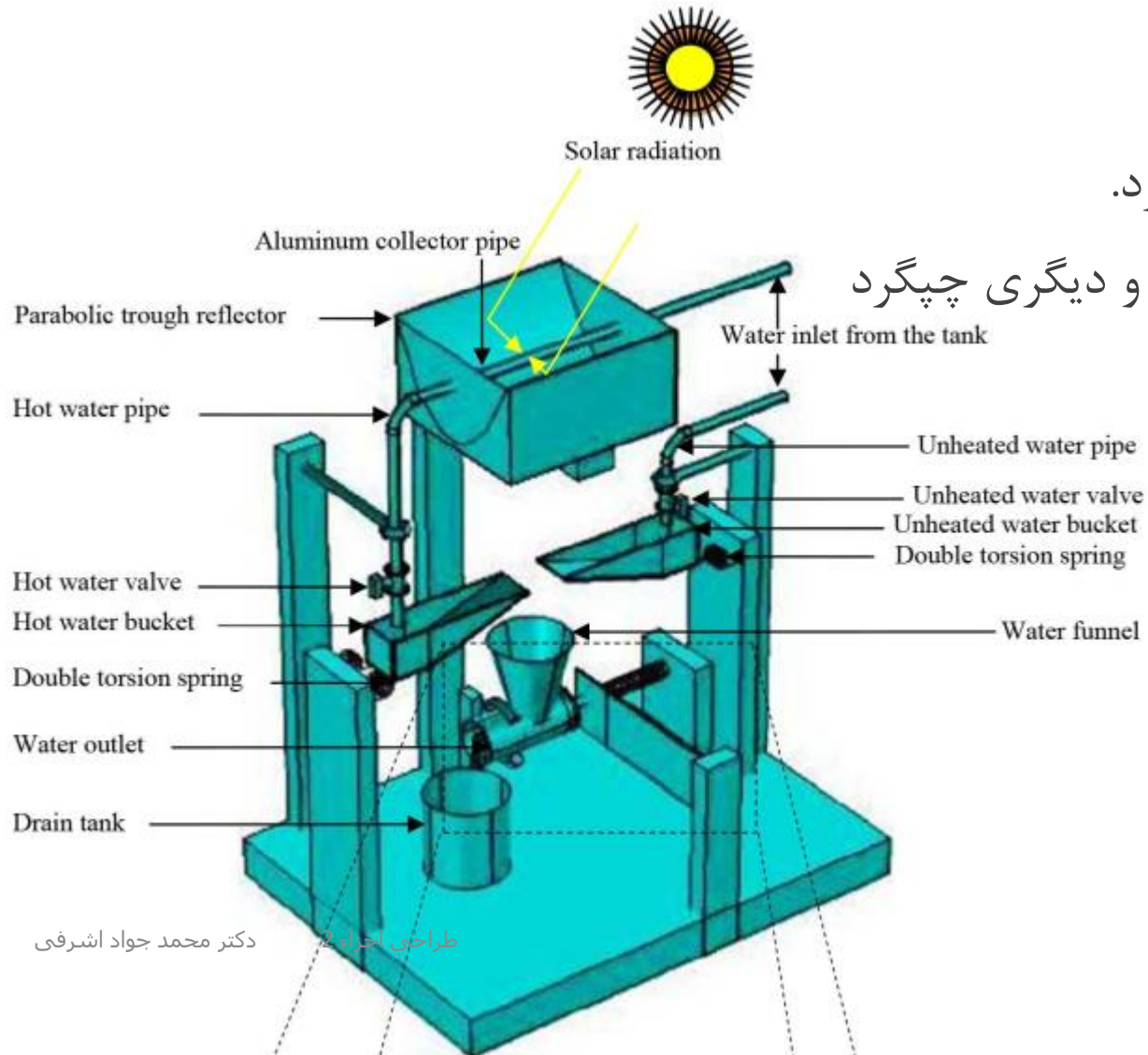
This information is based on the following conditions: set not removed and low temperature heat treatment applied. For springs that require high initial tension, use the same percent of tensile strength as for end.

مثال فنر کششی

فنر پیچشی



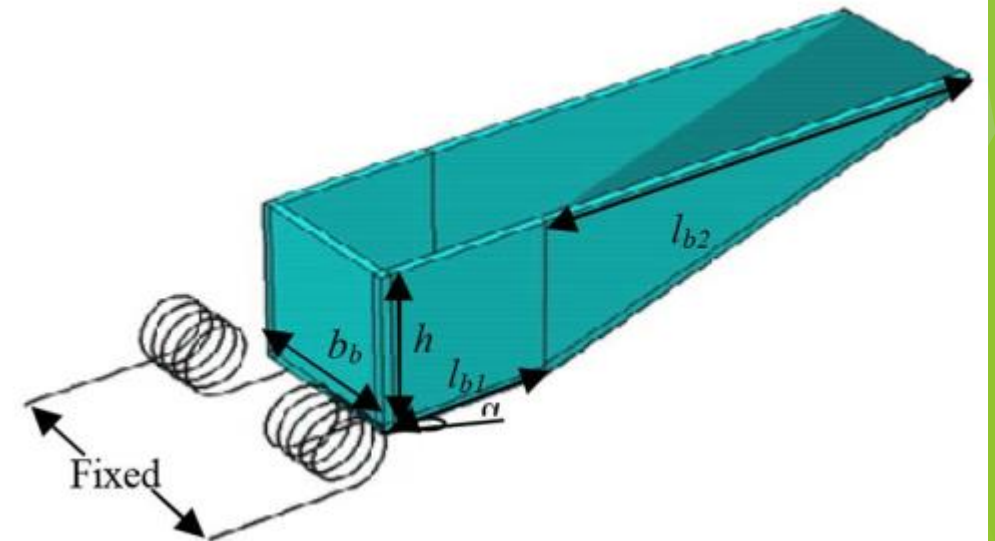
فنر دو پیچشی



سختی معادل دو فنر را دارد. ▶

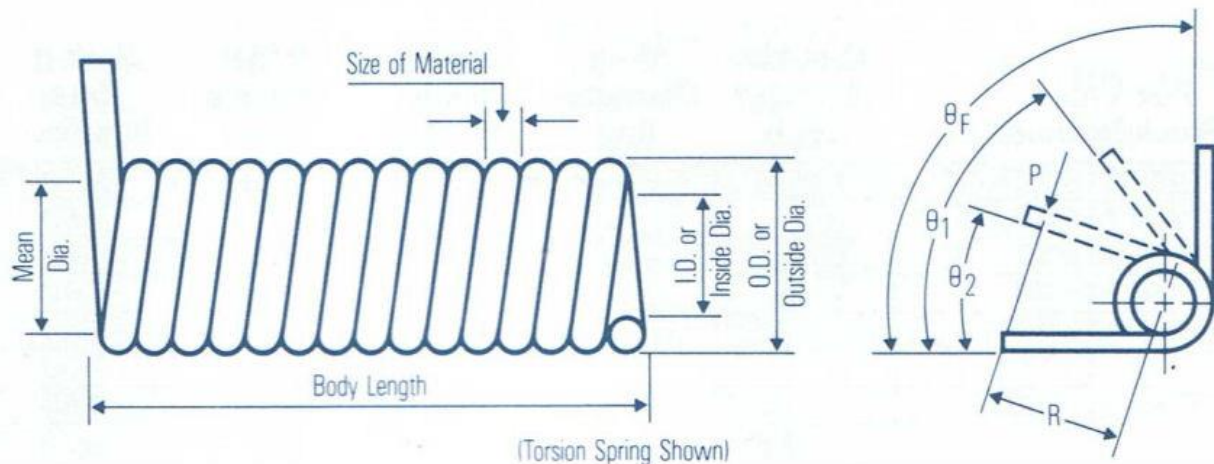
یکی از مارپیچ ها راستگرد و دیگری چپگرد ▶

تعداد بهتر فنر ▶



فنر پیچشی

- ▶ حلقه فنرهای پیچشی تحت خمش هستند.
- ▶ معمولاً فنر پیچشی در جهت بسته شدن (کاهش قطر) حلقه ها طراحی و استفاده می شود.
- ▶ در فرایند ساخت فنر در جهت پیچیده شدن فنر کار سختی رخ می دهد و تنش پسماند ایجاد می گردد.
- ▶ در صورتی که فنر در جهت پیچیده شدن بیشتر بارگذاری شود، فنر مقاومت بیشتری دارد.



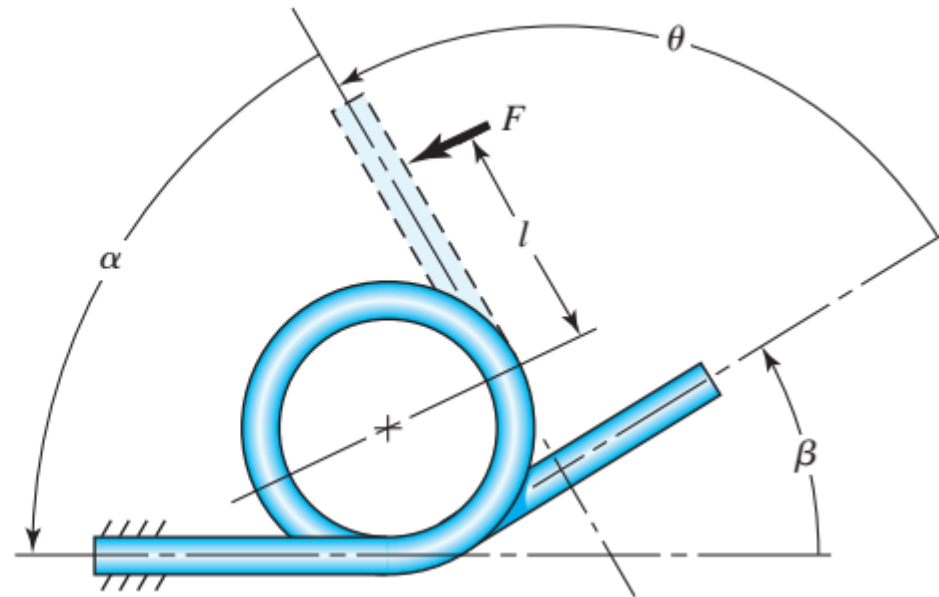
فنر پیچشی

$$N_b = \text{integer} + \frac{\beta}{360^\circ} = \text{integer} + N_p$$

$$N_p = \beta/360^\circ$$

Figure 10-9

The free-end location angle is β . The rotational coordinate θ is proportional to the product Fl . Its back angle is α . For all positions of the moving end $\theta + \alpha = \Sigma = \text{constant}$.



فتر پپچی

▶ با توجه به تئوری خمش تیرهای خمیده:

$$\sigma = K \frac{Mc}{I}$$

▶ ضریب تصحیح تنش در قطر داخلی (نقطه بحرانی):

$$K_i = \frac{4C^2 - C - 1}{4C(C - 1)}$$

▶ تنش ماکزیمم خمشی:

$$\sigma = K_i \frac{32Fr}{\pi d^3}$$

سختی فنر پیچشی

- ▶ سختی فنر بر حسب «گشتاور بر دور»: k'
- ▶ سختی فنر بر حسب «گشتاور بر رادیان»: k
- ▶ سختی فنر ناشی از:
 - ▶ خمش حلقه ها و خمش میله های دو سر

سختی فنر پیچشی

► تغییر زاویه در اثر میله انتهایی:

$$\theta_e = \frac{y}{l} = \frac{Fl^2}{3EI} = \frac{Fl^2}{3E(\pi d^4/64)} = \frac{64Ml}{3\pi d^4 E}$$

► تغییر زاویه در اثر پیچیده شده حلقه های اصلی:

$$\left\{ \begin{array}{l} U = \int \frac{M^2 dx}{2EI} \\ M = Fr \end{array} \right. \longrightarrow r\theta = \frac{\partial U}{\partial F} = \int_0^{\pi DN_b} \frac{\partial}{\partial F} \left(\frac{F^2 r^2 dx}{2EI} \right) = \int_0^{\pi DN_b} \frac{Fr^2 dx}{EI}$$

$$\theta = \frac{64FrDN_b}{d^4 E} = \frac{64MDN_b}{d^4 E}$$

سختی فنر پیچشی

$$\theta_t = \frac{64MDN_b}{d^4E} + \frac{64Ml_1}{3\pi d^4E} + \frac{64Ml_2}{3\pi d^4E} = \frac{64MD}{d^4E} \left(N_b + \frac{l_1 + l_2}{3\pi D} \right)$$

▶ با تعریف تعداد حلقه های فعال (N_a):

$$N_a = N_b + \frac{l_1 + l_2}{3\pi D}$$

$$k = \frac{Fr}{\theta_t} = \frac{M}{\theta_t} = \frac{d^4E}{64DN_a} \quad \text{سختی فنر بر حسب رادیان:} \quad \blacktriangleright$$

▶ سختی فنر بر حسب تعداد دور:

$$k' = \frac{2\pi d^4E}{64DN_a} = \frac{d^4E}{10.2DN_a}$$

سختی فنر پیچشی

▶ با در نظر گرفتن ضرائب تصحیح بر اساس آزمایشها:

$$k' = \frac{d^4 E}{10.8 D N_a}$$

▶ همچنین:

$$\theta'_t = \frac{10.8 M D}{d^4 E} \left(N_b + \frac{l_1 + l_2}{3 \pi D} \right)$$

فنر پیچشی

- ▶ معمولاً فنر پیچشی بر روی میله راهنما قرار می گیرد.
- ▶ با پیچیده شدن فنر پیچشی قطر فنر کوچک می شود و ممکن است با میله راهنما برخورد کند.
- ▶ قطر میله (D_p) و اختلاف قطر فنر و میله (Δ)

$$D' = \frac{N_b D}{N_b + \theta'_c}$$

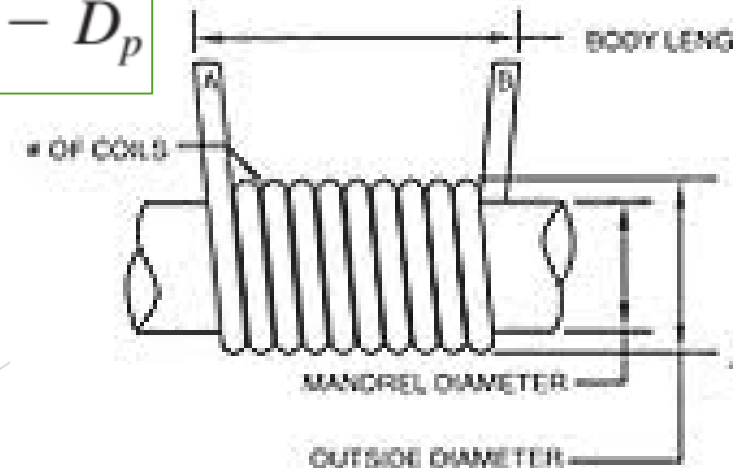


$$D'_i = D' - d$$



$$\Delta = D' - d - D_p$$

$$\theta'_c = \frac{10.8MDN_b}{d^4 E}$$



استحکام استاتیکی

▶ مشابه فنرهای فشاری

▶ تنش تسلیم:

$$S_y = \begin{cases} 0.78 S_{ut} \\ 0.87 S_{ut} \\ 0.61 S_{ut} \end{cases}$$

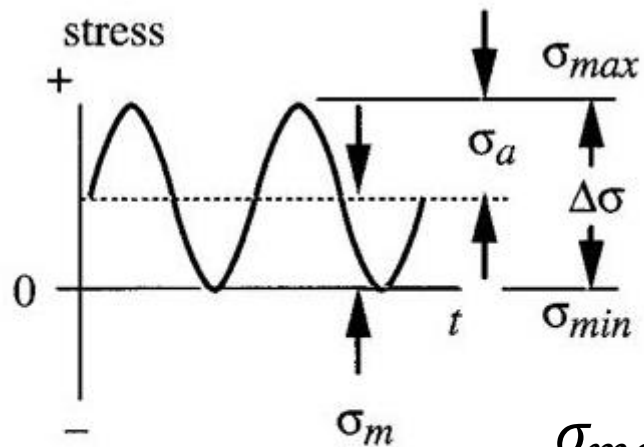
Music wire and cold-drawn carbon steels

OQ&T carbon and low-alloy steels

Austenitic stainless steel and nonferrous alloys

استحکام خستگی

- ▶ چون بارگذاری خمشی است روش sine مناسب نیست.
- ▶ از مقادیر فنرهای فشاری نیز نمی توان استفاده نمود.
- ▶ بر اساس داده های یک شرکت فنر سازی و معیار گربر



Pulsating

$$\sigma_m = \sigma_a \quad R = 0$$

$$\sigma_{max} = S_r$$

$$\sigma_m = \sigma_a = \frac{S_r}{2}$$

$$S_e = \frac{S_r/2}{1 - \left(\frac{S_r/2}{S_{ut}}\right)^2}$$

استحکام خستگی

Sr
فولاد پر کربن



Sr
فولاد آلیاژی



Table 10-10

Maximum Recommended Bending Stresses (K_B Corrected) for Helical Torsion Springs in Cyclic Applications as Percent of S_{ut}

Source: Courtesy of Associated Spring.

Fatigue Life, Cycles	ASTM A228 and Type 302 Stainless Steel		ASTM A230 and A232	
	Not Shot-Peened	Shot-Peened*	Not Shot-Peened	Shot-Peened*
10^5	53	62	55	64
10^6	50	60	53	62

This information is based on the following conditions: no surging, springs are in the “as-stress-relieved” condition.

*Not always possible.