



## **Economic Design of Warranty Strategy Based on Warranty Time, Price, and Logistics Centers With Considering NPV and Waiting Time**

**Mahdi Karbasian\*, Younes Ataei & Omolbanin Yousefi**

*Younes Ataei, Industrial engineering Department ,malek Ashtar University of Technology*

*Mehdi Karbasian, Industrial engineering, Young Research and Elite Club*

*Amol Banin yousefi, Industrial engineering ,Department malek Ashtar University of Technology*

### **Keywords**

**Multi-Objective Decision Making (MODM),  
Warranty policy,  
Probabilistic models,  
The Net Present Value (NPV),  
Customer waiting time**

### **ABSTRACT**

*The manufacturing competitive environment, customers on one hand, and policies affecting production, on the other hand have a considerable effect on the profitability of producers. Therefore, to achieve the combined goals of economic policy for our customers and manufacturers, are in conflict with each other. Using the techniques of net present value and economic concepts and applying probabilistic models to determine the behavior of the system will be less than these concepts are used as the research literature .*

*In this study, using a two-objective mathematical model, a hidden agreement between manufacturer and consumer has been created to achieve their goals. Therefore, Queuing theory, and its equations and concepts that have been used as a tool to determine customer behavior in the long term with The purpose of economic feasibility and profitability for producers and reduce the waiting time for consumers.*

*Given that the profitability of an investment plan for the manufacturer warranty policies is important, by Considering the cost of repairing any damage, fixed costs (maintenance and repair) center and customer waiting costs against the proceeds from the sale of products during the warranty has been investigated two-objective model for Determining the decision variables; the price per unit of product including warranty, Warranty period in years, number of After sales service centers service rate in warranty duration policies aimed at maximizing profits and minimizing waiting time of customers in the system.*

*In cases where the models pose M/M/m to determine the behavior of the system is used in the NSGA-II to solve the two-objective is used and the sensitivity analysis model for volume product prices and product failure rate is investigated.*

*Two-objective model presented in this study for all manufacturers product warranty terms offered to customers is suitable. An important result of this study is to achieve simultaneously the benefit of producers and consumers and creates interaction between them. So Manufacturer by increasing customers Satisfactions and decreasing his cost increase his profit and consumers with buying products with warranty increase his profits*

**© 2016 IUST Publication, IJIEPM Vol. 27, No. 4, All Rights Reserved**



## تعیین زمان اقتصادی وارانتهی و قیمت محصول و تعداد مراکز ارائه خدمات وارانتهی با در نظر گرفتن ارزش خالص فعلی تولید کننده و زمان انتظار مشتریان

یونس عطایی، مهدی کرباسیان\* و ام البنین یوسفی

### چکیده:

مشتریان و سیاست‌های تولید، در فضای رقابتی تولید نقش بسزایی در سودآوری تولیدکنندگان دارند. لذا دستیابی توأم به اهداف مشتریان و سیاست‌های تولید اقتصادی برای تولیدکنندگان، بایکدیگر در تعارض هستند. در این مقاله با استفاده از مدل نمایی با  $m$  خدمت دهنده ( $M/M/m$ ) به عنوان ابزاری برای تعیین رفتار مشتری در دراز مدت و تعیین جریان نقدی تولیدکننده با در نظر گرفتن هزینه سالیانه تعمیر هر خرابی، هزینه سالیانه ثابت (نگهداری و تعمیرات) مرکز و هزینه سالیانه انتظار مشتری در مقابل درآمد اولیه حاصل از فروش محصولات و استفاده از مفهوم ارزش خالص فعلی به طراحی مدلی دو هدفه برای تعیین متغیرهای تصمیم؛ قیمت هر واحد محصول با احتساب وارانتهی، نرخ ارائه خدمت در سال، مدت زمان اجرای سیاست وارانتهی بر حسب سال با هدف حداکثر سازی سود تولید کننده و حداقل سازی زمان انتظار مشتری در سیستم پرداخته شده است. در نهایت مدل ریاضی طراحی شده با استفاده از الگوریتم NSGA-II حل گردیده و حساسیت مدل دوهدفه با در نظر گرفتن تغییرات پارامترهایی مانند حجم تولید و درصد خرابی محصول، مورد بررسی قرار گرفته است.

### کلمات کلیدی

برنامه ریزی  
چندهدفه (MODM)،  
سیاست گارانتهی،  
مدل  $M/M/m$ ،  
ارزش خالص فعلی (NPV)،  
زمان انتظار مشتری

### ۱. مقدمه

در دو دهه اخیر نقش گارانتهی بسیار مهم و اثر گذار در صنعت و تجارت بوده است و در حال حاضر تقریباً تمامی محصولات تحت شرایط گارانتهی فروخته می شود. نقش گارانتهی هم برای تولید کننده و هم برای مصرف کننده بسیار مهم می باشد و طرفین سعی بر ایفای

تاریخ وصول: ۹۳/۷/۱۱

تاریخ تصویب: ۹۴/۴/۲۴

یونس عطایی، باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان؛ [ataei.younes@gmail.com](mailto:ataei.younes@gmail.com)  
ام البنین یوسفی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی مالک اشتر؛  
[oyousefi@iust.ac.ir](mailto:oyousefi@iust.ac.ir)  
نویسنده مسئول: مهدی کرباسیان، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی مالک اشتر؛ [mkarbasi@mut-es.ac.ir](mailto:mkarbasi@mut-es.ac.ir)

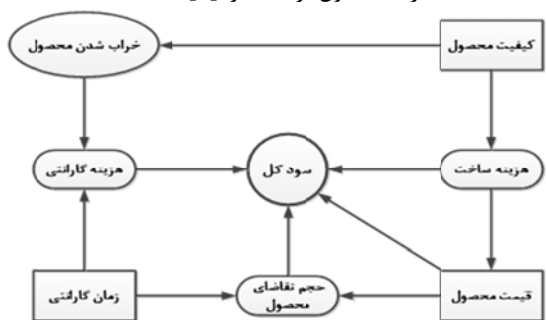
مسئولیت خود در قبال خرید و تولید محصولات می کنند [۱۶،۶]. گارانتهی به عنوان یک ضمانت نامه از جانب تولید کننده به مصرف کننده محصول یا خدمات می باشد که در واقع یک قرارداد فی مابین تولید کننده و مصرف کننده یا خدمت ارائه شده است که می تواند بصورت یک قرار داد رسمی یا یک کارت گارانتهی باشد. بطور کل گارانتهی به عنوان یک سند مسئولیت پذیری از سوی تولید کننده و یا فروشنده در قبال هرگونه شکست و تغییر وضعیت و کارکرد محصول در مدت زمان معین و تحت شرایط معین می باشد [۱۰،۱۱،۱۶]. از دیدگاه خریدار مهمترین نقش گارانتهی در اینگونه معاملات یک نقش حمایتی از مصرف کننده است که خسارت ناشی از خراب شدن و تغییر عملکرد در مدت زمان گارانتهی را جبران می کند به ویژه اینکه خریدار مطمئن می شود که محصول معیوب بدون پرداخت هیچ هزینه ای تعمیر یا تعویض می شود. نقش دیگر

گارانتی دارای یک ارتباط موثر در ارتباط با قابلیت اطمینان (کیفیت) محصول می باشد به عبارتی هرچه قابلیت اطمینان محصول بیشتر باشد هزینه های شکست و تعمیر محصول و به تبع هزینه های گارانتی کاهش خواهد یافت و در مقابل هزینه توسعه و نگهداری و تعمیرات محصول افزایش خواهد یافت [۶،۷].

تحلیل وضعیت محصول و هزینه وارانته سیاست های مختلف، ما را در اعمال تدابیر جدید که هم برای تولیدکننده و هم برای مشتری مفید است کمک می کند. برای این منظور لازم است قطعات محصول، قابلیت اطمینان قطعات، قابلیت اطمینان سیستم، قطعات دارای تاثیر زیاد روی هزینه وارانته سیستم و غیره مورد بررسی قرار گیرند [۴].

تولیدکننده برای حداکثر کردن سود حاصل از محصول باید به چند عامل مهم توجه داشته باشد: قیمت، گارانتی، حجم تولید. در صورتی که این عوامل به درستی مدیریت شوند تولید کننده می تواند استراتژی بهینه تولید را مشخص سازد. بطور مثال، اگر تولید کننده قیمت را کاهش و مدت زمان گارانتی را افزایش دهد، حجم فروش و درآمد حاصل از فروش، افزایش می یابد و متقابلاً هزینه های گارانتی نیز افزایش می یابد. ضمناً در این حالت برای جبران حجم فروش لازم است حجم تولید را افزایش داد، اما این افزایش حجم تولید هزینه های تولید را افزایش می دهد در نتیجه تولید کننده می تواند با کاهش قیمت محصول و افزایش مدت زمان گارانتی به سود بیشتری دست یابد [۷،۱۳،۱۴]. شکل ۲ عوامل موثر در تولید و ارتباط فی ما بین آنها در سود کل را تشریح می کند.

امروزه رضایت مشتری یک نقش کلیدی در محیط های کسب و کار بازی می کند. بدین منظور با قیمت گذاری مناسب و تعیین مدت زمان وارانته بهینه می توان مشتری را برای بهبود این محیط به سمت خرید محصول ترغیب کرد [۲].



شکل ۲. ارتباط عوامل مختلف تولیدی در سود

کل [۶]، با کمی اصلاح توسط نویسنده

## ۲. پیشینه پژوهش

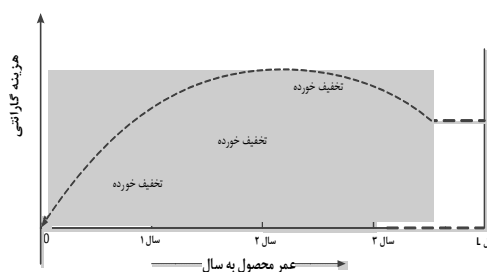
هوسیان و مورتی (۲۰۰۰) به بررسی استراتژی بهینه با کیفیت نامطلوب در حالی که پارامترها دارای عملکرد نا هماهنگ

گارانتی یک نقش آگاه سازی است بطوریکه خریدار یک محصول با مدت گارانتی بیشتر را یک محصول قابل اطمینانتر و با کیفیت تر نسبت به محصول با مدت گارانتی کمتر می داند [۱۶]. از سوی دیگر نقش مهم گارانتی از دیدگاه تولید کننده یک نقش حفاظتی است بطوریکه شرایط و نحوه استفاده صحیح از محصول را تشریح می کند لذا باعث می شود که محصول کمتر در معرض خرابی و از کار افتادگی قرار بگیرد [۱۶].

پس تولید کننده سعی بر ارائه پیشنهادات جهت نگهداری و استفاده صحیح از محصول را در دفترچه های همراه محصول می کند. همچنین گارانتی می تواند به عنوان یک ابزار پیشرفت و رقابت برای تولید کننده عمل کند به طوری که این ابزار نشان دهنده کیفیت و اطمینان بیشتر از محصول در نتیجه جذب مشتری بیشتر و فروش و درآمد بیشتر را نتیجه می دهد. همچنین افزایش مدت زمان گارانتی موجب افزایش ریسک خرابی محصول و هزینه های بعدی گردد [۸،۹].

هزینه های گارانتی با گذشت زمان و با توجه به نزدیک شدن به دوره نزول عمر محصول افزایش می یابد که این افزایش هزینه نیازمند تدابیر مدیریتی جهت جبران خواهد بود. شکل ۱ مدیریت هزینه های گارانتی باعث خواهد شد تا گارانتی بعنوان یک ابزار قدرتمند در بازار رقابتی برای کسب سهم بیشتر از بازار عمل کند. می توان گفت که هزینه های گارانتی (هزینه توسعه، هزینه کیفیت، هزینه نگهداری و تعمیرات و هزینه تعویض محصول معیوب) یک سرمایه گذاری در جهت ارتقای محصول، فرایند تولید، مشتری و در نتیجه تضمین سوددهی بیشتر در یک رقابت اقتصادی است [۶].

در اکثر مواقع تولیدکنندگان برای محصولات خود محدودیت بودجهی هزینه های وارانته دارند و در صدد هستند تا با بودجه موجود سیاست وارانته را پیاده کنند که بیشترین رضایت را برای مشتریان به ارمغان بیاورد، لذا یکی از مسائل مورد توجه تحلیل روی سیاست های وارانته قابل اعمال برای محصول و هزینه های آنها است تا بهترین سیاست که هم برای تولیدکننده و هم برای مشتری منافع بیشتری را دارد اعمال شود [۴].



شکل ۱. ارتباط عمر محصول و هزینه گارانتی [۶]

بوده است [۹]. هایسنترویت و رید (۲۰۱۰) به بررسی اینکه چگونه مشتریان گارانتی توسعه یافته را مطلوب می دانند را مورد بررسی قرار داده اند. باسکار و لالمنت (۲۰۱۱) به بررسی یک زنجیره تامین با چهار ورودی و سه سطح در مدل صف پرداخته اند که سفارشات با توزیع یکنواخت از سوی مصرف کننده درخواست می شود بطوریکه سفارشات ورودی با ۲ تغییر تصادفی که زمان و مقدار سفارش تحویلی به مشتری می باشد با هدف کمینه کردن زمان انتظار مشتری و مقدار بهینه ای که در این مدت زمان به مشتری تحویل می گردند، مشخص شده اند. در طراحی پارامترهای مدل از مدل با یک خدمت دهنده استفاده شده است [۸]. پریدا و مارکوئز (۲۰۱۲) به ارائه یک چارچوب جامع و یکپارچه با ۴ سطح، که هر سطح نقش مهمی را ایجاد می کند، برای مدیریت گارانتی با هدف سازماندهی بهتر گارانتی با استفاده از روشهای مهندسی مبتنی بر فرایندهای مشابه و سیستم مدیریت کیفیت صورت گرفته است. نتایج حاصل از مطالعه آنها عبارتست از طبقه بندی ابزارهای مختلف مهندسی، تمرکز عمده بر مدیریت محصولات و گارانتی، بررسی جنبه های مختلف نگهداری و تعمیرات و تولید در ارائه چارچوب مورد نظر است [۱۷].

شوندی و محمودی (۲۰۱۲) یک مدل ریاضی دو هدفه برای مسئله قیمت-صف در شرایط فازی ارائه کرده اند که حداکثر کردن سود و حداقل کردن زمان انتظار مشتری در صف اهداف این مدل می باشد همچنین در مطالعه آنها، تقاضا بر اساس سیستم فازی پیش بینی شده است و برای حل مدل از یک روش ترکیبی فازی و الگوریتم ژنتیک استفاده شده است [۶،۱۵].

هان وو (۲۰۱۲) به مطالعه یک زنجیره تامین متشکل از دو تولید کننده که یکی محصولات نو و جدید تولید می کند و دیگری به تولید مجدد محصولات قبلی می پردازد و یک خرده فروش پرداخته است، در مطالعه آنها، شناسایی ویژگی های متعادل هر سه قسمت با هدف تعیین قیمت و خدمات برای تمامی اجزاء با نگاهی اقتصادی و مدیریتی مدنظر بوده است [۲۳].

شاهنقی و همکاران (۲۰۱۳) برای یک محصول فروخته شده با گارانتی دو بعدی، مدل شکست مبتنی بر نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه و هزینه خدمات ارائه شده در عمر و نحوه استفاده محصول بررسی شده است و یک مدل ریاضی به منظور تعیین تعداد بهینه تعمیرات پیشگیرانه با هدف حداقل کردن هزینه گارانتی پرداخته شده است [۲۰].

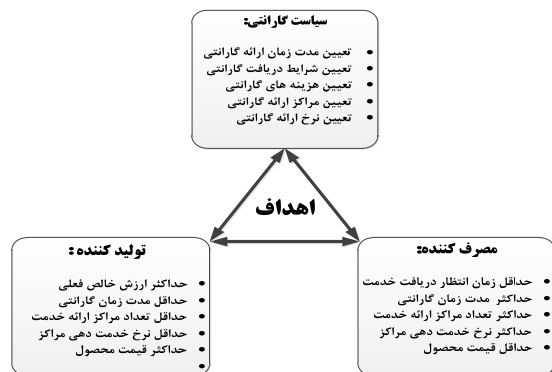
شفیعی و چاکووا (۲۰۱۳) در یک مطالعه مروری دانشگاهی به مطالعه گارانتی و نگهداری و تعمیرات پرداخته اند که مقالات مرتبط با گارانتی و نگهداری و تعمیرات از سال ۲۰۰۱ تا سال ۲۰۱۱ تحت ۴۴ مجله با استفاده از رویه تاکسونومی طبقه

هستند و بررسی تاثیرات آزمون عمر محصول بر روی استراتژی بهینه پرداختند [۱۰،۱۱]. بعد از چندی کلینر و سندبورن (۲۰۰۵) به ارائه یک روش پیش بینی گارانتی بر اساس شبیه سازی تصادفی محصولات با انتظار مرجوع شدن محصول معیوب تحت گارانتی که روش فوق بر اساس توزیع گسسته ویبول و نمایی با سه پارامتر عمر و شکل و زمان صورت گرفت که پارامترهای عمر و شکل از توزیع ویبول و پارامتر زمان از توزیع نمایی کمک گرفته شده است [۱۳].

وو و همکاران (۲۰۰۹ و ۲۰۰۶) یک مدل تصمیم گیری برای تعیین مدت گارانتی و قیمت بهینه جهت حداکثر کردن سود بر این اساس که از دو نوع تابع فروش با نرخ آماری و جداسدنی با نرخ کاهش صفر استفاده گردیده است [۲۴]. سر انجام در سال ۲۰۰۹ توانستند مدل خود را گسترش دهند و حجم بهینه تولید را هم برآورد کردند [۲۳]. وو و لی (۲۰۰۷) مدل هزینه های گارانتی برای محصولات قابل تعمیر در حالت سکون از نظر تولید کننده و خریدار و همچنین به تحلیل الگوی شکست در حالت سکون و عملیاتی پرداختند [۲۵]. بررسی تولید یک سیستم با کسری مجاز تحت سیاست گارانتی که با هدف حداقل کردن هزینه های سیستم حاصل کار چن و لو (۲۰۰۶) بوده است [۲۳].

در سال ۲۰۰۸ کلینر و سندبورن به ارائه یک حل کمی با هدف حداقل کردن هزینه چرخه عمر محصول با استفاده از ارزش گذاری محصولات بصورتی که چندین فعالیت مرتبط در مدل احتمالی را ترکیب شوند [۱۴]. همچنین سال چاتوپادها و رحمان (۲۰۰۸) سیاست گارانتی مادام العمر و مدل های تخمین هزینه های آن را مورد بررسی قرار دادند بصورتی که به ارائه یک تعریف و سیاستهای توسعه این مدل از گارانتی و همچنین به تعیین مدل پیش بینی شکست و هزینه های گارانتی پرداختند [۶]. ژو و همکاران (۲۰۰۹) بررسی محصولات قابل تعمیر با هدف مشخص کردن محل برخورد دینامیکی قیمت و گارانتی مادام العمر که در نهایت سود را ماکزیم می کند انجام شد. همچنین الگوهای خرید مشتری با قیمت های مختلف و مدت گارانتی متفاوت و تعیین قیمت گارانتی بهینه بر اساس مقایسه حالتها ارائه گردید [۲۷]. محمد سعیدی مهرآبادی و همکاران (۲۰۱۰) به مدلسازی و آنالیز راههای موثر در بهبود قابلیت اطمینان محصولات دست دوم فروخته شده تحت گارانتی پرداخته اند بطوریکه دو روش موثر، روش طول عمر گارانتی و روش آزمون برای تصمیم گیری بهبود استراتژی قابلیت اطمینان محصولات دست دوم در نظر گرفته شده بود [۱۸]. ارائه یک مدل تصمیم گیری بیزین که در آن به یک استراتژی بهینه با توجه به اینکه تولید کننده اطلاعات موثر از دوره های قبل را ندارد و ارائه یک روش ابتکاری حاصل تلاش فانگ و هوانگ (۲۰۱۰) در این زمینه

که در این مدل به دنبال یافتن آنها هستیم و می تواند به بهبود این فضای رقابتی کمک کند عبارت است از: قیمت هر واحد محصول، مدت زمان بهینه گارانتهی، تعداد مراکز ارائه خدمات گارانتهی، نرخ ارائه خدمت به مشتری می باشند. از جمله محدودیتهای این مدل می توان به حجم تولید اشاره کرد که خود وابسته به قیمت کالا و مدت زمان گارانتهی است.



شکل ۳. رفتار متضاد منافع تولید کننده و مصرف کننده با سیاست گارانتهی

بندی شده است که ۹۰۰ مقاله مرتبط با گارانتهی و ۱۰۰ مقاله مرتبط با نگهداری و تعمیرات را پوشش داده است [۱۹].

پژوهش های در زمینه وارانتهی را می توان به دو دسته کلی مفاهیم و تعاریف وارانتهی و روش های تعیین مدت زمان وارانتهی تقسیم کرد. در دسته اول که بیشتر مربوط به بیان مفاهیم و تعاریف و سطوح وارانتهی می باشد در سالهای ۱۹۶۹ تا ۲۰۰۳ می باشد که به طور کلی وارانتهی و حالات مختلف آن و هزینه های وارانتهی و رفتار شکست و تابع توزیع عمر محصولات می باشد. دسته دوم مربوط به تعیین متغیرهای کلیدی مرتبط با وارانتهی در حالات و شرایط مختلف می باشد. در جدول (۱) یک جمع بندی از تحقیقات صورت گرفته ارائه می شود.

در این پژوهش باتوجه به اینکه سود تولید کننده در طول دوره وارانتهی بدست خواهد آمد و در نظر داشتن تاثیر ارزش زمانی پول در سود تولید کننده، از روش ارزش خالص فعلی برای رسیدن به سود تولید کننده استفاده شده است. متغیر تصمیم در این پژوهش مدت زمان بهینه وارانتهی، قیمت بهینه محصول، نرخ ارائه خدمت در هر مرکز و تعداد مراکز ارائه خدمت می باشد که تاکنون بصورت یکجا و همزمان در تحقیقات پیشین استفاده نشده است. همچنین در این پژوهش با استفاده از سیستمهای نمایی با نرخ ورود نمایی و خدمت نمایی استفاده شده است که در پیشینه پژوهش کمتر به چشم می آید.

### ۳. بیان مسئله

با توجه به اینکه رقابت در فضای تولید و بازار در گرو تعامل موثر بین تولید کننده و مصرف کننده می باشد از این رو میزان دستیابی به اهداف هر دو گروه نشان دهنده میزان این تعامل می باشد. همانطور که از شکل ۳ پیداست اهداف هر جزء در تعارض با اجزاء دیگر است بطور مثال با اجرای سیاست گارانتهی و هدف حداکثرکردن ارزش خالص فعلی این سیاست، تولید کننده باید مدت زمان گارانتهی، تعداد مراکز ارائه خدمات گارانتهی و نرخ ارائه خدمت را کاهش دهد و از طرفی قیمت محصول را افزایش دهد که این رویه با اهداف مشتری که مایل به افزایش مدت زمان گارانتهی، تعداد مراکز ارائه خدمات گارانتهی و نرخ ارائه خدمت، که همان کاهش زمان انتظار مشتری است، در تضاد می باشد در نتیجه رفتار منافع هر جزء با اجزاء دیگر در تضاد است. از این رو تعیین مدت بهینه گارانتهی با در نظر گرفتن همه این تضادها و ایجاد یک سازش فی مابین تولید کننده و مصرف کننده کمک شایانی به بهبود رقابت و کیفیت محصولات و همچنین رضایت مندی بیشتر مشتری خواهد داشت. متغیرهایی



## ۴. طراحی مدل

در این قسمت از پژوهش پارامترهای مدل و متغیرهای تصمیم اصلی و فرعی و نمادهای بکار رفته در مدل سازی بصورت مختصر ارائه می گردد:

## ۴-۱. پارامترهای مدل

- $Q$ : تعداد محصول تولیدی در شرایط گارانتی
- $I$ : نرخ بهره
- $C_R$ : هزینه تعمیر هر واحد محصول در سال
- $C_M$ : هزینه نگهداری و تعمیرات هر مرکز برای هر واحد کالا در سال
- $C_W$ : هزینه انتظار هر مشتری در سیستم در سال
- $\lambda$ : نرخ خرابی محصول در سال (نرخ ورود به مرکز)
- $a$ : کشش قیمت ( $a > 1$ )
- $b$ : کشش مدت گارانتی ( $0 < b < 1$ )
- $k_1$ : ضریب ثابت دامنه ( $k_1 > 0$ )
- $k_2$ : ضریب ثابت زمانی ( $k_2 > 0$ )
- $N$ : عمر مفید محصول

## ۴-۲. متغیرهای تصمیم اصلی

- $P$ : قیمت هر واحد محصول با احتساب گارانتی
- $\mu$ : نرخ ارائه خدمت در سال
- $t$ : مدت زمان اجرای سیاست گارانتی بر حسب سال (مدت زمان گارانتی)
- $m$ : تعداد مراکز ارائه خدمات گارانتی

## ۴-۳. متغیرهای تصمیم فرعی

- متغیرهایی هستند که با استفاده از متغیرهای تصمیم اصلی و پارامترهای مدل قابل محاسبه می باشند.
- $L$ : میانگین تعداد مشتریان سیستم در دراز مدت
- $L_q$ : میانگین تعداد مشتریان منتظر دریافت خدمت
- $\rho$ : ضریب بهروری
- $\pi$ : احتمال اینکه کسی در سیستم نباشد

•  $W$ : میانگین مدت زمان انتظار مشتریان در

سیستم در درازمدت

## ۴-۴. طراحی توابع هدف

## ۴-۴-۱. حداکثر سازی ارزش خالص فعلی وارانتهی

جریان مالی دریافتها و پرداختهای اجرای سیاست وارانتهی در مدت  $N$  سال در شکل (۳-۱) در نظر گرفته شده است که از نظر تولید  $N$  (مدت زمان وارانتهی  $N \geq 1$ ) به عنوان عمر تکنولوژی محصول تلقی می شود که در مدت  $N$  سال، تولید کننده تکنولوژی ارائه خدمات وارانتهی را خواهد داشت و می تواند هزینه هایی از قبیل هزینه تعمیر محصولات خراب ( $C_R$ )، هزینه ثابت مراکز (نگهداری و تعمیرات و...) ارائه خدمات گارانتی ( $C_M$ )، و هزینه انتظار مشتری ( $C_W$ ) متحمل می شود و پرداخت خواهد کرد. و در سال صفر تولید کننده برای فروش  $Q$  واحد محصول درآمدی معادل  $PQ$  واحد پولی دریافت خواهد کرد.

از جمله هزینه هایی که برای تولید کننده در این مراکز ایجاد می شود می توان به؛ هزینه تعمیر محصولات خراب شده، هزینه ثابت مراکز و هزینه عدم رضایت مشتری اشاره کرد. با تولید محصولات و فروش و استفاده از آنها، ممکن است محصولات عملکرد مطلوب و متعهد شده را نداشته باشند به همین دلیل محصول برای تعمیر به مراکز خدمات پس از فروش عودت می گردد و هزینه تعمیری را شامل می شود. بطور متوسط تعداد مشتریانی که در طول دوره وارانتهی محصول به مراکز ارائه خدمات پس از فروش مراجعه می کنند، معادل  $L$  نفر می باشند که یکی از معیارهای ارزیابی سیستم در دراز مدت می باشد و با استفاده از مدل  $M/M/m$  در سیستمهای نمایی توری صف تعیین می شود و همچنین بطور متوسط تعداد  $L_q$  نفر از مشتریان برای دریافت خدمت در صف منتظر مانده اند و نتوانسته اند محصول معیوب خود را تعمیر کنند پس بطور کل  $(L - L_q)$  نفر از مشتریان با دریافت خدمت مواجه شده اند و هزینه ای معادل  $C_R \cdot (L - L_q)$  به سیستم وارد شده است.

همانطور که گفته شد بطور متوسط تعداد  $L_q$  نفر از مشتریان برای دریافت خدمت در صف منتظر مانده اند و هزینه ای معادل  $L_q \cdot C_W$ ، به نام هزینه انتظار مشتری به تولید کننده وارد می شود زیرا که تولید کننده از ابزار وارانتهی برای فروش بیشتر و سود بیشتر بهره می جوید پس اگر وارانتهی سبب ایجاد شرایط عکس شود، تولید کننده متحمل هزینه خواهد شد.

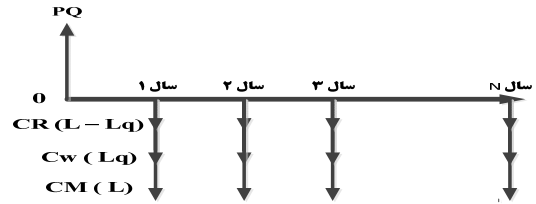
هزینه دیگری که تولید کننده با آن مواجه است هزینه ثابت مربوط به مراکز است که بر اساس تعداد محصولاتی که در طول دوره وارانتهی به مراکز مرجوع خواهند شد قابل محاسبه هستند و هزینه ای معادل  $C_M(L)$  را به سیستم وارد خواهد کرد.

تولید کننده برای اجرای سیاست وارانتهی برای هر واحد محصول مبلغی را از مصرف کننده دریافت می کند، که بتواند هزینه های

تولید کننده برای اینکه نشان دهد محصول فروخته شده کیفیت بهتری دارد، با استفاده از مدت زمان واریانته به مصرف کننده این اطمینان را می دهد. مصرف کننده در شرایط یکسان به خرید محصول با مدت زمان واریانته بیشتر علاقه مند است تا بتواند هزینه های احتمالی آینده را کاهش دهد. در شرایطی که مصرف کننده واریانته از نوع FRW را بیشتر می پسندد تولید کننده معمولاً این نوع واریانته را توصیه می کند در این شرایط از مشتری هزینه ای دریافت نمی گردد. مشتری برای دریافت خدمات تمایل دارد زمان کمتری را صرف کند پس در طول مدت زمان واریانته مشتریان حداقل زمان انتظار را مایل هستند.

مصرف کننده به دنبال پاره ای از اهداف خود می باشد که این اهداف همانطور که در شکل (۱-۳) بیان شد با اهداف تولید کننده در تضاد می باشد. مشتری برای دریافت خدمات واریانته، مایل است زمان کمتری را صرف کند که این در گرو بیشتر بودن تعداد مراکز ارائه خدمات و بیشتر بودن نرخ خدمت دهی مراکز ارائه خدمات می باشد. قسمتی از اهداف مصرف کننده در قسمت تابع هدف تولید کننده در نظر گرفته شده است ولی حداقل کردن زمان انتظار مشتری در تابع هدف در رابطه (۳) فرموله می گردد [۲]:

واریانته را پوشش دهد. لذا کل مبلغ واریانته را در لحظه فروش دریافت می کند و هزینه هایی را در مدت زمان واریانته پرداخت می کند. از این رو منطقی است تاثیر زمان در ارزش پول را برای تعیین سود تولید کننده در نظر گرفت و از مفاهیم و تکنیک های اقتصاد مهندسی برای تحلیل و تعیین سود کمک گرفت.



شکل ۴. نمودار جریان مالی

حداکثر کردن ارزش خالص فعلی این جریان مالی، سودآوری تولید کننده را تضمین می کند پس با در نظر گرفتن نرخ بهره I (درصد) و زمان اجرای طرح (t) (که همان مدت زمان گارانتی است)، حداکثری ارزش خالص فعلی را فرموله خواهیم کرد [۱]:

$$\text{Max (NPV)} = P*Q - \sum_{t=1}^t (C_R*(L - L_q)*(P/F, i\%, t) + C_w * L_q *(P/F, i\%, t) + C_M * L * (P/F, i\%, t) \quad (1)$$

رابطه (۱) و روابط مربوط به مدل M/M/m در مباحث سیستم های نمایی بصورت رابطه (۲) حاصل می شود.

#### ۴-۲. حداقل سازی زمان انتظار مشتری در مدت واریانته

مصرف کننده مایل است محصول با کیفیت بهتر را انتخاب کند تا قابلیت اطمینان بیشتری نسبت به آن داشته باشد.

$$\text{Max (NPV)} = PQ - \sum_{t=1}^t \left( C_R \left( \frac{\pi}{m!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^m \frac{\rho}{(1-\rho)^2} + \frac{\lambda}{\mu} \right) - \left[ \frac{\pi}{m!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^m \frac{\rho}{(1-\rho)^2} \right] + C_w \left( \frac{\pi}{m!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^m \frac{\rho}{(1-\rho)^2} \right) + C_M \left( \frac{\pi}{m!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^m \frac{\rho}{(1-\rho)^2} + \frac{\lambda}{\mu} \right) \right) \left( \frac{1}{(1+i)^t} \right) \quad (2)$$

$$\text{Min (w)} = w*t = \left( \frac{1}{\lambda} \left( \frac{\pi}{m!} \left( \frac{\lambda}{\mu} \right)^m \frac{\rho}{(1-\rho)^2} + \frac{\lambda}{\mu} \right) \right) * t \quad (3)$$



۴-۵. محدودیت های مدل

محدودیت های مدل شامل؛ قیمت محصول و در واقع سود عاید از اجرای سیاست واریانتی باید نامنفی باشد که در رابطه (۴) لحاظ شده است. رابطه (۵) توسط گیلکمن و برگر (۱۹۷۶)، ارائه شد که به کنترل سه عامل مهم حجم تولید، مدت زمان واریانتی و قیمت محصول می پردازد که با توجه به مطالعات پیشین برای کنترل همگن قیمت، مدت زمان واریانتی و حجم تولید است استفاده شده است به طوریکه  $k_1$  به عنوان ضریب ثابت دامنه و  $k_2$  نیز به عنوان ثابت زمانی در نظر گرفته شده است، این حالتی است که از صفر شدن تقاضا در حالتی که مدت گارانتی صفر می باشد جلوگیری می کند.  $a$  نیز به عنوان پارامتر کشش قیمت و  $b$  نیز به عنوان کشش مدت زمان گارانتی در نظر گرفته شده است.  $k_1$  و  $k_2$  بزرگتر از صفر و مقدار  $a$  بزرگتر از یک و  $b$  بین صفر و یک است.

همچنین می توان از تابع تقاضا به این نتیجه رسید که هر افزایشی در پارامتر کشش قیمت ( $a$ ) تقاضا را کاهش داده که با نمودار سود حاشیه ای سازگار است.

شرط پایداری سیستم  $\rho < 1$  می باشد زیرا که در صورتی که آهنگ ورود مشتریان بیشتر از آهنگ خدمت دهی باشد طول صف مرتباً افزایش می یابد تا سرانجام به بی نهایت برسد که سبب ناپایداری سیستم خواهد شد از این رو در رابطه (۶) این موضوع لحاظ گردیده است. مدت زمان گارانتی که در مدل به دنبال تعیین مقدار بهینه آن هستیم حداکثر می تواند برابر عمر مفید محصول رابطه (۷)، و بزرگتر از صفر (۸) باشد. متغیرهای  $P$  (قیمت هر واحد محصول با احتساب واریانتی)،  $m$  (تعداد مراکز ارائه خدمات) و  $\mu$  (نرخ ارائه خدمت هر مرکز در سال) بزرگتر از صفر می باشند.

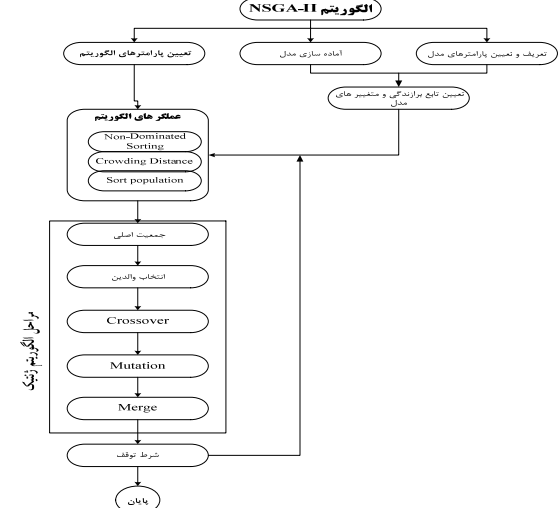
$$P > \frac{1}{Q} \cdot \left( \sum_{t=1}^N \left( C_R \left( \frac{\pi \cdot (\frac{\lambda}{\mu})^m}{m!} \frac{\rho}{(1-\rho)^2} + \frac{\lambda}{\mu} \right) - \left[ \frac{\pi \cdot (\frac{\lambda}{\mu})^m}{m!} \frac{\rho}{(1-\rho)^2} \right] + C_W \left( \frac{\pi \cdot (\frac{\lambda}{\mu})^m}{m!} \frac{\rho}{(1-\rho)^2} \right) + C_M \left( \frac{\pi \cdot (\frac{\lambda}{\mu})^m}{m!} \frac{\rho}{(1-\rho)^2} + \frac{\lambda}{\mu} \right) \left( \frac{1}{(1+i)^t} \right) \right) \tag{4}$$

$$Q = K_1 P^{-a} (t + K_2)^b \tag{5}$$

$$\lambda < m\mu \tag{6}$$

$$t \leq N \tag{7}$$

$$t, P, \mu, m > 0 \tag{8}$$



شکل ۵. مراحل الگوریتم NSGA-II

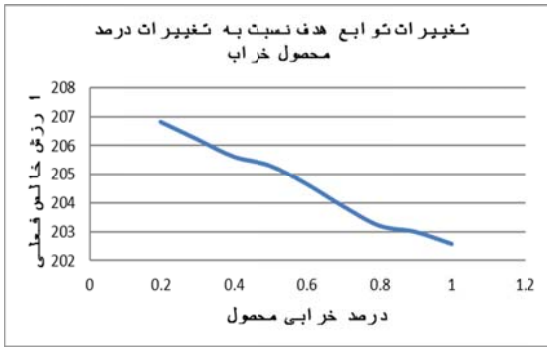
۵. متدولوژی حل و نتایج

۵-۱. الگوریتم NSGA-II

الگوریتم NSGA-II با اضافه شدن دو عملگر ضروری به الگوریتم ژنتیک تک هدفه معمولی، به یک الگوریتم چند هدفه تبدیل شده است که بجای یافتن بهترین جواب، دسته ای از بهترین جواب ها را می دهد که با نام پارتو فرانت شناخته می شود. این دو عملگر عبارتند از؛ (۱) عملگری که یک معیار برتری (رتبه) بر اساس مرتب سازی نامغلوب به اعضای جمعیت اختصاص می دهد و (۲) عملگری که تنوع جواب را میان جواب های با رتبه برابر نگه می دارد.

۲-۵. نتایج

در این الگوریتم هر کروموزوم شامل ۴ ژن که معرف متغیرهای مدل است می باشد و با استفاده از توابع هدف مدل ریاضی برازندگی هر یک از اعضای جمعیت تعیین می شود و توسط عملگرهای الگوریتم، بر اساس مفهوم نامغلوب بودن، رتبه بندی و بر اساس مفهوم فاصله ازدحامی و رتبه بندی انجام شده برای جمعیت اصلی انتخاب می شوند که پس از کد نویسی در محیط نرم افزار مطلب ورژن ۲۰۱۱ خروجی بصورت زیر می باشد:



شکل ۷. تغییرات ارزش خالص فعلی نسبت به تغییرات درصد محصول خراب

همانطور که از شکل (۷) مشخص است با افزایش درصد خرابی محصول، نرخ ورود به سیستم افزایش می یابد در نتیجه هزینه های سیستم افزایش یافته و ارزش خالص فعلی کاهش می یابد از این رو اگر درصد خرابی محصول را به عنوان شاخص کیفیت محصول بدانیم، تولید کننده ملزم به افزایش کیفیت محصولات خود برای افزایش ارزش خالص فعلی خود خواهد بود. همچنین با توجه به شکل (۸)، زمان انتظار مشتریان نسبت به درصد خرابی محصول افزایش یافته است زیرا که محصولات معیوب بیشتری به مراکز برگشت داده می شوند پس مشتری برای دریافت خدمات زمان بیشتری را در سیستم می گذراند.



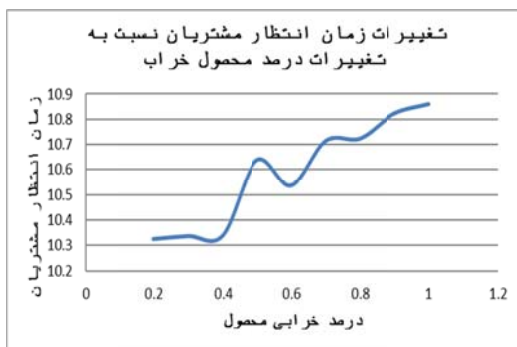
شکل ۶. نمودار پاسخ های نامغلوب بر حسب توابع هدف

۶. تحلیل حساسیت

در این قسمت برای تحلیل حساسیت مدل و بررسی روند تغییرات توابع هدف نسبت به پارامترها و متغیرهای مدل به توابع هدف وزنی اختصاص داده شده است و تمامی پاسخ های نامغلوب را بر اساس این وزن تخصیص یافته بررسی کرده و یکی از پاسخ های نامغلوب به عنوان بهترین پاسخ با توجه به وزن انتخاب شده است و سپس با اعمال تغییرات ذکر شده، اثر تغییرات را بر بهترین پاسخ به عنوان نماینده پاسخ های نامغلوب بررسی می کنیم و نمودار تغییرات ترسیم خواهد شد.

۶-۱. تغییرات توابع هدف نسبت به تغییرات درصد محصول خراب

نرخ ورود محصولات به مراکز واریانتی بر اساس درصد خرابی ( $\bar{\lambda}$ ) محصولات است بطوریکه  $\lambda = \bar{\lambda} * Q$  خواهد بود. بر این اساس با در نظر گرفتن تغییرات درصد خرابی محصول تغییرات توابع هدف بصورت زیر است:



شکل ۸. تغییرات زمان انتظار مشتریان نسبت به تغییرات درصد محصول خراب

۶-۲. تغییرات توابع هدف نسبت به تغییرات حجم تولید

در این حالت با ثابت نگه داشتن سایر پارامترها و بررسی تغییرات حجم تولید نسبت به تغییرات توابع هدف و ترسیم روند تغییرات تحلیل مربوطه صورت خواهد گرفت.

با توجه به شکل (۹)، با افزایش حجم تولید سود تولید کننده نیز افزایش می یابد زیرا که حجم تولید بالا باعث درآمد بالایی در سال فروش محصولات خواهد شد و در واقع بزرگی PWB نسبت به

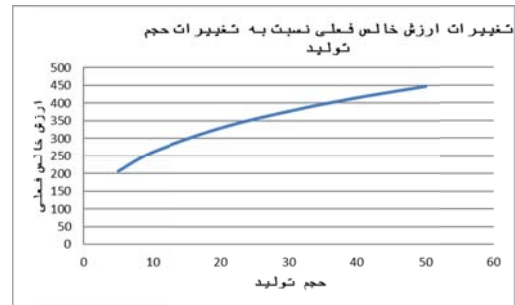
های تصمیم؛ قیمت هر واحد محصول، مدت زمان بهینه وارانتهی، تعداد مراکز ارائه خدمات وارانتهی، نرخ ارائه خدمت به مشتری طراحی گردید. در طراحی این مدل ریاضی به دلیل غیر قطعی بودن شرایط تولید و فروش و تعمیر محصولات از مدل نمایی برای تعیین رفتار مشتری هنگام مراجعه برای استفاده از خدمات وارانتهی استفاده شده است. همچنین با تعیین دریافتها و پرداختهای تولید کننده برای این خدمات و استفاده از مفهوم ارزش خالص فعلی به یک مدل ریاضی دو هدفه منجر شد و مدل را با کمک الگوریتم NSGA-II حل شد و جوابهای نامغلوب بدست آمدند. حساسیت مدل نیز بررسی گردید و راهکارهای لازم ارائه شد.

تعیین مجهولات مربوط به سیاست گارانتهی فقط و فقط مربوط به تولید کننده و مصرف کننده نمی باشد زیرا که ذینفعان دیگری در این میان از جمله واحد طراحی محصول، بازاریابی، مواد اولیه و... سهم می باشند که تصمیم در این خصوص را قدری با مشکل روبرو می کند همچنین رفتار تولید کننده و مصرف کننده در ازای محصولات مختلف و ارزش متفاوت همیشه یکسان نیست یا به عبارتی مطلوبیت تولید کننده، از تولید کننده ای به تولید کننده دیگر و مطلوبیت مصرف کننده از مصرف کننده ای به مصرف کننده دیگری متفاوت خواهد بود از این حیث تعیین و برخورد با این مسئله دشوار است. تابع مطلوبیت تولید کننده و مصرف کننده و تقابل هر دو جز نتایج بهتری را ارائه خواهد داد.

تعیین تابع و یا الگوی خرابی محصولات بر اساس نوع محصول، طراحی محصول، کیفیت محصول و... کار دشواری می باشد زیرا که سهم عمده ای در تعیین هزینه ها و درآمد های مرتبط با محصول خواهد داشت و مدل فوق الذکر نرخ ورود یا به عبارتی خرابی محصول را بر اساس تابع توزیع پواسون در نظر گرفته است که با نگاهی دقیق تر به شرایط محصولات بر اساس فاکتورهای ذکر شده می توان تخمین بهتری از آن داشت. بطور مثال از روشهای فازی و نظر سنجی و یا رگرسیون برای تعیین تابع خرابی استفاده کرد.

مشتری و نیازهای مشتری، به عنوان مهمترین قسمت بازار کسب و کار متنوع می باشد که در مدل مذکور بطور مستقیم حداقل زمان انتظار دریافت خدمت و بطور ضمنی به حداکثر مدت زمان گارانتهی، حداکثر تعداد مراکز ارائه خدمت، حداکثر نرخ خدمت دهی مراکز، حداقل قیمت محصول در نظر گرفته شده است که مطمئناً کافی نمی باشد تعیین مکان بهینه خرید، تعیین سیاست بهینه گارانتهی، تعیین کیفیت مناسب تولید و... می تواند بکار گرفته شود. استفاده از دیگر روش های ارزیابی و تحلیل اقتصادی پروژه ها مانند روش های نرخ بازگشت سرمایه، ارزش خالص آینده و... می تواند برای محصولات و سیاست های گارانتهی مختلف مفیدتر و سازنده تر باشد.

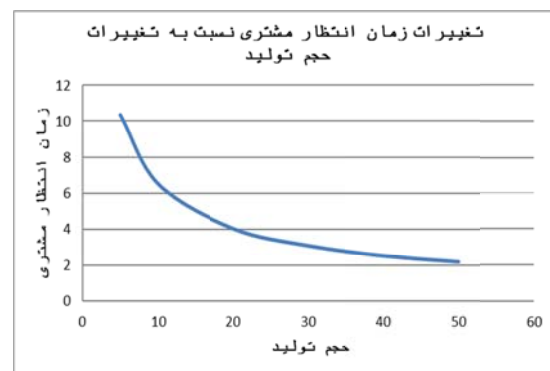
PWC آنچنان است که ارزش خالص فعلی تولید کننده را با گذشت زمان بهبود می دهد.



شکل ۹. تغییرات ارزش خالص فعلی نسبت به تغییرات حجم تولید

شکل (۱۰) نشان می دهد که با افزایش حجم تولید زمان انتظار مشتریان نیز کاهش می یابد شاید از دلایل این کاهش بتوان به موارد زیر اشاره کرد:

الف. با فرض اینکه حجم محصولات خراب ثابت باشد (درصدی از حجم تولید)، با افزایش حجم تولید حجم محصولات معیوب افزایش می یابد و با پیشنهاد مدل قیمت کاهش یافته است و از سویی دیگر نرخ ارائه خدمت افزایش یافته است و این موجب کاهش زمان انتظار مشتری می شود.  
ب. تولید کننده محصولات با کیفیت بالاتری با استفاده از تکنولوژی جدید تر تولید کرده است.



شکل ۱۰. تغییرات زمان انتظار مشتری نسبت به تغییرات حجم تولید

## ۷. بحث و نتیجه گیری

در این مقاله برای تعیین سیاست های بهینه وارانتهی و ارضاء اهداف تولید کننده و مصرف کننده برای محصول فروخته شده در شرایط وارانتهی یک مدل ریاضی دو هدفه با در نظر گرفتن ارزش خالص فعلی تولید کننده و زمان انتظار مصرف کننده برای تعیین متغیر

- Operations Research, (1989), Vol. 23, pp. 184-191.
- [8] Lapierre SD, Ruiz AB, Solarno P. Designing distribution networks: formulation and solution heuristic, Transportation Science, (2004), Vol. 38, pp. 174-187.
- [9] Sasaki M, Furuta T, Suzuki A. Exact optimal solutions of the minisum facility and Transfer points location Problems on a network, International Transactions in Operational Research, (2008), Vol. 15, pp. 295-306.
- [10] Hosseinijou SA, Bashiri M. Stochastic models for transfer point location problem, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, (2012), Vol. 58, pp. 211-225.
- [11] Furuta T, Tanaka K. Minisum and minimax location models for helicopter emergency medical service systems, Journal of the Operations Research Society of Japan, (2013), Vol. 56, pp. 221-242.
- [12] Li G, Hu D, Su L. The model of location for single allocation multimodal hub under capacity constraint, Procedia-social and Behavioral sciences, (2013), Vol. 96, pp. 351-359.
- [13] Kalantari H, Yousefli A, Ghazanfari M, Shahanaghi K. Fuzzy transfer point location problem: possibilistic unconstrained nonlinear programming approach, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, (2014), Vol. 70, pp. 1043-1051.
- [14] Chattopadhyay, G., & Rahman A. Development of lifetime warranty policies and models for estimating costs. Reliability Engineering and System Safety, (2008), Vol. 93, pp. 522-529.
- [15] Chen, C. k., & Lo, C.C. Optimal production run length for products sold with warranty in an imperfect production system with allowable shortages. Mathematical and Computer Modelling, (2006), Vol. 44, pp. 319-331.
- پی نوشت
1. Pareto front
- منابع
- [۱] اسکو نژاد، محمد رضا، اقتصاد مهندسی- ارزیابی اقتصادی پروژه های صنعتی، چاپ هفتم، مرکز نشر دانشگاه صنعتی امیر کبیر، تهران، (۱۳۷۵).
- [۲] مدرس، محمد؛ تیموری، ابراهیم، نظریه صف، چاپ دوم، مرکز انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، (۱۳۹۱).
- [۳] محمودی امین، شوندی حسن. ارائه یک مدل دوهدفه جهت بهینه سازی قیمت، طول دوره گارانته و ظرفیت خدمت دهی در چارچوب یک سیستم صف: الگوریتم ژنتیک و سیستم فازی. نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید. (۱۳۹۳)، جلد ۲۵، شماره ۲، صفحه ۱۳۱-۱۴۲.
- [۴] ناظمی، جمشید، علی مومنی، حسین، رشیدی کامه، حسین. مدل تعیین دوره وارانته، مطالعه موردی بر روی سیستم قوای محرکه. نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید. (۱۳۹۲)، جلد ۲۴، شماره ۴، صفحه ۴۶۳-۴۷۲.
- [۵] ناظمی، جمشید، رشیدی کامه، حسین، "مدل هزینه جهت تعیین دوره ضمانت قطعات سری"، نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید. (۱۳۹۱)، جلد ۲۳، شماره ۲، صفحه ۲۹-۴۱.
- [6] Berman O, Simchi-Levi D. Mini-sum location of traveling salesman on simple networks, European Journal of Operations Research, (1988), Vol. 36, pp. 241-250.
- [7] Bertsimas DJ. Traveling salesman facility location problems, European Journal of

- International Journal of Production Economics, (2002), Vol. 79, pp. 231–260.
- [25] Prida, V., & Ma´rquez, A. A framework for warranty management in industrial assets. *Computers in Industry*, (2012), Vol. 63, pp. 960–971.
- [26] Saidi-Mehrabad, M., Noorossana, R., & Shafiee, M. Modeling and analysis of effective ways for improving the reliability of second-hand products sold with warranty. *International Journal of Adv Manuf Technol*, (2010), Vol. 46, pp. 253–265 .
- [27] Shafiee, M., & Chukova, S. Maintenance models in warranty: A literature review”, *European Journal of Operational Research*, (2013), Vol. 229, pp. 561–572.
- [28] Shahanaghi, K., Noorossana, R., Jalali-Naini, G., & Heydari, M. Failure modeling and optimizing preventive maintenance strategy during two-dimensional extended warranty contracts. *Engineering Failure Analysis*, (2013), Vol. 28, pp. 90–102.
- [29] Wong, H., van Houtum G.J., Cattrysse, D., & Van Oudheusden, D. Multi-item spare parts systems with lateral transshipments and waiting time constraints. *European Journal of Operational Research*, (2006), Vol. 171, pp. 1071–1093.
- [30] Wu, C. Price and service competition between new and remanufactured products in a two-echelon supply chain. *International Journal of Production Economics*, (2012), Vol. 140, pp. 496–507.
- [31] Wu, C., Choub, C., & Huang, C. Optimal price, warranty length and production rate for free replacement policy in the static demand market. *Omega*, (2009), Vol. 37, pp. 29 – 39.
- [32] Wu, C., Lin, P., & Chou, C. Determination of price and warranty length for a normal lifetime distributed product. *International Journal of Production Economics*, (2006), Vol. 102, pp. 95–107.
- [16] Bhaskar, V., & Lallement, P. Queuing network model of uniformly distributed arrivals in a distributed supply chain using subcontracting. *Decision Support Systems*, (2011), Vol. 51, pp. 65–76.
- [17] Fang, C., & Huang, Y. A study on decisions of warranty, pricing, and production with insufficient information. *Computers & Industrial Engineering*, (2010), Vol. 59, pp. 241–250.
- [18] HUSSAIN, A.Z.M.o., MURTHY, D.N.P. Warranty and Optimal Redundancy with Uncertain Quality. *Mathematical and Computer Modelling*, (2000), Vol. 31, pp. 175-182.
- [19] HUSSAIN, A.Z.M.O., & MURTHY, D.N.P. Warranty and Optimal Reliability Improvement through Product Development. *Mathematical and Computer Modelling*, (2003), Vol. 38, pp. 1211-1217.
- [20] Huysentruyt, M., & Read, D. How do people value extended warranties? Evidence from two field surveys. *J Risk Uncertain*, (2010), Vol. 40, pp. 197–218.
- [21] Kleyner, A., & Sandborn, P. A warranty forecasting model based on piecewise statistical distributions and stochastic simulation. *Reliability Engineering and System Safety*, (2005), Vol. 88, pp. 207–214.
- [22] Kleyner, A., & Sandborn, P. Minimizing life cycle cost by managing product reliability via validation plan and warranty return cost. *International Journal of Production Economics*, (2008), Vol. 112, pp. 796–807.
- [23] Mahmoudi, A., & Shavandi, H. Analyzing price, warranty length, and service capacity under a fuzzy environment: Genetic algorithm and fuzzy system. *Sharif University of Technology*, (2012).
- [24] Murthy, D.N.P., & Djameludin, I. New product warranty: A literature review.

[33] Wu, Sh., Li, Huiqing. Warranty cost analysis for products with a dormant state. *European Journal of Operational Research*, (2007), Vol. 182, pp. 1285–1293.

[34] Zhou, Zh., Li, Y., & Tang, K. Dynamic pricing and warranty policies for products with fixed lifetime. *European Journal of Operational Research*, (2008), Vol. 196, pp. 940–948.