



# **A Heuristic Algorithm Based on Shortest Path Method for Hot Rolling Process Scheduling in the Steel Industry**

**Mahdi Nakhaeinejad**

*Mahdi Nakhaeinejad Department of Industrial Engineering, Science and Art University*

## **Keywords**

**Steel,  
Roll,  
Scheduling,  
Shortest path algorithm**

## **ABSTRACT**

*This paper deals with the hot rolling process scheduling as one of the most important production lines in steel industry. The hot rolling process connects upstream processes named steel-making continuous casting and its importance due to the specific conditions and producing finished products. This paper presents the model for hot rolling production scheduling. A heuristic algorithm based on shortest path problem are developed. The experimental results show that the performance of proposed algorithm is appropriate both in terms of providing the right solutions and the solution time.*

**© 2016 IUST Publication, IJIEPM Vol. 27, No. 4, All Rights Reserved**

## ارائه یک الگوریتم ابتکاری بر پایه کوتاه‌ترین مسیر جهت زمانبندی واحد نورد در صنعت فولاد

مهدی نخعی نژاد

چکیده:

کلمات کلیدی

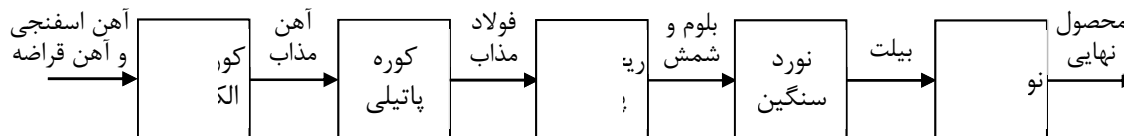
این مقاله به زمانبندی واحد نورد به عنوان یکی از مهم‌ترین واحدهای صنعت فولاد می‌پردازد. نورد فرایندی است که پس از واحد ریخته‌گری صورت می‌گیرد و اهمیت آن به واسطه شرایط خاص این فرایند و تولید محصول نهایی است. از این رو در این مقاله، مدل ریاضی زمانبندی ارائه شده است. متدولوژی حل پیشنهادی بر پایه الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر می‌باشد. نتایج محاسباتی نشان می‌دهد عملکرد این الگوریتم هم از نظر ارائه جواب‌های مناسب و هم از نظر زمان حل بسیار مناسب است.

فولاد،  
نورد،  
زمانبندی،  
الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر

است که ابتدا، مواد اولیه در کوره‌های قوس الکتریکی به آهن مذاب، در کوره‌های پاتیلی به فولاد مذاب، در ریخته‌گری پیوسته به بلوم و شمش، در نورد سنگین به بیلت و در نورد سبک به محصول نهایی تبدیل می‌شود [۱] و [۲].

۱. مقدمه

یکی از فرایندهای مهم تولید فولاد، واحد نورد است. این واحد بعد از واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته قرار دارد. فرایند تولید فولاد همانطور که در شکل ۱ نیز نشان داده شده است بدین صورت



شکل ۱. فرایند تولید فولاد

بر اساس برنامه تولید، برنامه هفتگی واحد نورد مشخص شده و واحد نورد برای اجرای این برنامه هفتگی نیاز به زمانبندی بلوم‌های تعیین شده در این برنامه دارد. در حقیقت یکی از ورودی‌های مدل زمانبندی واحد نورد نوع و میزان بلوم‌هایی است که می‌بایست نورد شوند که توسط واحد برنامه‌ریزی تولید تعیین می‌شوند. از طرف دیگر زمان در دسترس بودن این بلوم‌ها در واحد نورد از جمله دیگر داده‌هایی است که مدل زمانبندی نورد بدان احتیاج دارد. این زمان در قالب پنجره‌های زمانی تعریف می‌شوند که واحد قبلی یعنی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته قادر به تحویل آن‌ها می‌باشد. در زمانبندی نورد برای تغییر تولید از مجموعه سفارشی به سفارش دیگر، آماده‌سازی نورد ضروری می‌باشد. به تولید پیوسته بین دو آماده‌سازی اصطلاحاً یک نوبت نورد گفته می‌شود. زمانبندی سفارشات در یک شیفت کاری واحد نورد، عبارت از تشکیل نوبت‌های نورد و تعیین توالی سفارشات در هر کدام از نوبت‌ها با در نظر گرفتن محدودیت‌های خاص این واحد می‌باشد. هدف در این زمانبندی معمولاً مینیمم کردن هزینه‌های آماده‌سازی در تغییر نورد در توالی تولید می‌باشد [۳].

واحد نورد در تولید فولاد از اهمیت بالایی برخوردار است. اهمیت این واحد به واسطه مشخصات فرایند صورت گرفته در این واحد است به گونه‌ای که بسیاری از تحقیقات، واحد نورد را به عنوان گلوگاه سیستم تولید فولاد معرفی نموده‌اند [۳]. علاوه بر آن واحدهای صنعتی وجود دارد که تنها نورد فولاد را انجام می‌دهند. این واحدهای صنعتی بلوم‌های مورد نیاز خود را از واحدهای صنعتی دیگر دریافت می‌نمایند. منظور از بلوم محصولات نیمه ساخته‌ای است که از واحد ریخته‌گری پیوسته خارج می‌شوند. خروجی فرایند نورد بلوم‌هایی است که پس از فرایند شدن اصطلاحاً به آن‌ها بیلت گفته می‌شود. در این مقاله، مدل زمانبندی واحد نورد و همچنین متدولوژی مناسب جهت حل آن ارائه می‌شود. زمانبندی واحد نورد در راستای اجرای برنامه تدوین شده توسط واحد برنامه‌ریزی تولید (برنامه تولید) صورت می‌گیرد

تاریخ وصول: ۹۳/۹/۴

تاریخ تصویب: ۹۴/۹/۱۷

نویسنده مسئول مقاله: مهدی نخعی نژاد، دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه علم و هنر، [nakhaei.ie@gmail.com](mailto:nakhaei.ie@gmail.com)

تانگ و همکارانش [۳] مدل زمانبندی نورد را به شکل مسئله فروشنده دورگرد چندگانه<sup>۷</sup> فرموله و با استفاده از الگوریتم ژنتیک اصلاحی به حل آن پرداختند. سینق و همکارانش [۷] مسئله زمانبندی واحد نورد را به کمک الگوریتم ژنتیک موازی بهبود داده شده حل نموده‌اند. آن‌ها همچنین برای مسائل با ابعاد بزرگ روش حل ابتکاری جهت بدست آوردن جواب نزدیک به بهینه ارائه نموده‌اند. وب و ویت [۹] مسئله Flowshop ترکیبی را در نظر گرفته و کاربرد عملی آن را در واحد نورد عنوان نموده‌اند. مدل ریاضی ارائه شده توسط آن‌ها بر اساس مسئله زمانبندی پروژه با محدودیت منابع است و متدولوژی حل ارائه شده بر اساس یک روش ابتکاری بر پایه قواعد اعزام می‌باشد. جینگ مینگ و همکارانش [۱۰] مسئله زمانبندی واحد نورد را به کمک الگوریتم بهینه‌سازی براساس الگوریتم ژنتیک حل نموده‌اند. چاکروبارتی و همکارانش [۱۱] مسئله زمانبندی واحد نورد را به صورت چند هدفه در نظر گرفته و به کمک الگوریتم ژنتیک حل نموده‌اند. وانگ و تانگ [۴] به یکپارچه‌سازی مسئله زمانبندی و دسته‌بندی در واحد نورد صنعت فولاد پرداخته‌اند. مدل ارائه شده توسط آن‌ها قادر به زمانبندی چندین نوبت نورد به صورت همزمان می‌باشد. برای این منظور آن‌ها از الگوریتم جستجوی ممنوع استفاده نموده‌اند. چن و همکارانش [۱۲] به ارائه الگوریتمی برای حل مسئله زمانبندی واحد نورد پرداخته‌اند. در این الگوریتم از بهینه‌سازی ازدحام ذرات و الگوریتم تبرید استفاده شده است. جون و همکارانش [۱۳] مدل و الگوریتم زمانبندی تولید در واحد نورد را ارائه نموده‌اند. آن‌ها برای مسئله ترکیب کردن بلم‌ها از مسئله AMCPP و برای دسته‌بندی نوبت‌های نورد از مسئله فروشنده دورگرد استفاده نموده‌اند. روش حل ارائه شده توسط آن‌ها براساس یک روش ابتکاری ترکیبی می‌باشد. دونگ فن و همکارانش [۱۴] مدل و الگوریتم برنامه‌ریزی دسته‌ای یکپارچه برای فولادسازی- ریخته‌گری پیوسته و نورد را مورد بررسی قرار داده‌اند. پن و یانگ [۱۵] به ارائه مدل و حل مسئله زمانبندی واحد نورد در مقیاس بزرگ پرداخته‌اند. آن‌ها مسئله را به صورت یک مسئله چند هدفه چند مسیره<sup>۹</sup> مدل نموده و با استفاده از روش Column generation به حل آن پرداختند. ژائو و همکارانش [۱۶] رویه‌ای جهت حل مسئله زمانبندی واحد نورد در دو مرحله ارائه نمودند. در مرحله اول، برنامه‌ریزی دسته‌ای واحد نورد با استفاده از مسئله مسیریابی با جدول زمانی<sup>۱۰</sup>، فرموله شده که به کمک الگوریتم ژنتیک بهبود یافته حل شده است. در مرحله دوم، توالی نوردها در هر دسته با استفاده از الگوریتم‌های جستجوی هوشمند برای دستیابی به نرخ استفاده بیشتر از نورد تعیین شده است. اسد و کودرت [۱۷] زمانبندی نورد را در حالتی که جایگزینی تقاضا ممکن باشد مورد بررسی قرار داده‌اند. ژائو و همکارانش [۱۶] مسئله فروشنده دورگرد را بررسی و کاربرد آن را در مسئله زمانبندی واحد نورد نشان داده‌اند. چن و همکارانش [۱۸] مدل ریاضی مسئله زمانبندی واحد نورد را به منظور بررسی دو وظیفه عمده زمانبندی واحد نورد شامل (۱) انتخاب مجموعه‌ای از سفارشات تولیدی و (۲) تعیین توالی نورد بهینه برای سفارشات انتخابی، فرموله کردند. برای حل این مسئله آن‌ها از یک الگوریتم تکاملی ترکیبی با الگوریتم ژنتیک استفاده نموده‌اند. رئیسی و مصلحی [۱۸] از روش کوتاه‌ترین

پارامتر کلیدی در زمانبندی واحد نورد تعیین توالی سفارشات تولیدی است. به منظور اطمینان از کیفیت محصول، تغییر آرام ضخامت<sup>۱</sup> و تغییر تدریجی گرید<sup>۲</sup> از محصولی به محصول دیگر و همچنین استفاده از یک الگوی کاهش تدریجی عرض<sup>۳</sup> ضروری است که این موارد در هر نوبت نورد باید لحاظ شود.

مسئله زمانبندی در بخش نورد سنگین از جمله مسائلی است که نظر بسیاری از محققین را به خود جلب نموده است. این نکته به خاطر محدودیت‌های خاصی است که در این مسئله وجود دارد. مدل‌های سنتی زمانبندی نورد به بهینه‌سازی محلی یک نوبت نورد می‌پردازند [۳]. این تحقیقات معمولاً به صورت فروشنده دوره گرد<sup>۴</sup> و یا فروشنده دوره گرد با مجموعه‌ای از جویز<sup>۵</sup> فرموله شده‌اند. در این دسته از تحقیقات معمولاً از رویه‌های حریمانه<sup>۶</sup> استفاده می‌شود که معمولاً منجر به جواب‌های بهینه محلی می‌گردد [۴]. برای اجتناب از این مشکل دسته دوم تحقیقات از استراتژی موازی در مدل نمودن واحد نورد بهره برده‌اند. با این استراتژی تعیین همزمان چندین نوبت نورد امکان‌پذیر خواهد شد. این دسته از تحقیقات معمولاً از روش فروشنده دوره گرد و یا مسئله مسیریابی با مجموعه‌ای از جویز فرموله شده‌اند. این استراتژی موازی در شرایط ایستا زمانی که بلم‌ها از قبل در انبار موجود بوده و محدودیت‌های زمانی مانند زمان تحویل به موقع وجود نداشته باشد، مناسب خواهد بود. اما به واسطه اینکه توالی نوبت‌های نورد بدست آمده مشخص نیست از این‌رو نتیجه به دست آمده تنها بخشی از مسئله زمانبندی اصلی می‌باشد. بنابراین برای اجرای عملی این استراتژی موازی، ابتدا می‌بایست توالی نوبت‌های نورد مشخص شود که این امر معمولاً منجر به تعداد زیادی تاخیرات می‌گردد [۴].

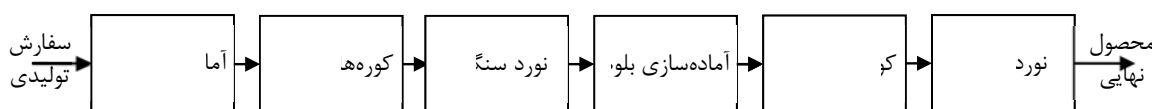
این مقاله علاوه بر اینکه معایب اشاره شده در هر دو دسته مدل‌های اشاره شده در ادبیات را پوشش می‌دهد؛ پاره دیگری از مشکلاتی که مانع از اجرای مدل‌های ادبیات به صورت عملی می‌گردد را نیز مرتفع می‌کند. به عنوان مثال در بعضی از این مدل‌ها بلم‌های در نظر گرفته شده بلم‌هایی هستند که قبلاً در انبار نگهداری می‌شده‌اند. همچنین در برخی از این مدل‌ها تابع هدف، تنها جریمه (هزینه) تغییر از سفارشی به سفارش دیگر را در نظر گرفته‌اند؛ در حالی که مدل ارائه شده در این مقاله هزینه عدم استفاده مناسب از ظرفیت را نیز در نظر می‌گیرد. همچنین مدل ارائه شده در این مقاله ارتباط با واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته را نیز لحاظ می‌نماید. این ارتباط به صورت تعریف پنجره‌های زمانی در نظر گرفته شده است که زمان تحویل بلم‌ها توسط واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته را مشخص می‌نماید. علاوه بر آن در این مقاله، برخی محدودیت‌های تولیدی کاربردی به عنوان مثال نیازهای تغییر دمایی بین دو بلم متوالی نیز در نظر گرفته شده است.

لوپز و همکارانش [۵] به فرموله کردن ریاضی مسئله نورد پرداختند و نشان دادند که این مسئله قابل تفسیر به کمک مسئله فروشنده دورگرد با مجموعه جویزی است که حالتی از مسئله فروشنده دورگرد را شامل می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مسئله زمانبندی در محیط نورد، Np-hard می‌باشد [۵]. لیبراتور [۶] به بررسی واحد نورد و ارائه مدل بهینه‌سازی برای آن پرداخته است.

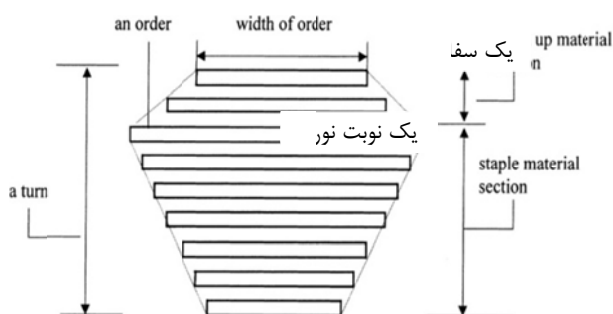
شده از طریق نتایج محاسباتی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در نهایت بخش پنجم به نتیجه‌گیری و جمع‌بندی می‌پردازد.

## ۲. تعریف مسئله و توسعه مدل ریاضی

شکل ۲ فرایند تولیدی واحد نورد را نشان می‌دهد. در این فرایند بلوم‌های تولیدی از واحد ریخته‌گری پیوسته و یا بلوم‌های موجود در انبار به کوره‌های گامی (همدماساز<sup>۱۱</sup>) شارژ می‌شوند. سپس بلوم‌های خارج شده از کوره‌های همدماساز از طریق ایستگاه‌های نورد سنگین<sup>۱۲</sup> فرایند می‌شوند. در این ایستگاه‌ها از غلطک‌های عمودی و افقی استفاده شده است. غلطک‌های افقی کاهش ضخامت بلوم‌ها و غلطک‌های عمودی تنظیم عرض را انجام می‌دهند. بعد از آن محصولات میانی به نورد پایانی<sup>۱۳</sup> (نورد سبک) منتقل شده تا عرض و گرید محصول به میزان مورد نظر برسد [۲۰].



شکل ۲: فرایند تولیدی واحد نورد



شکل ۳. تغییرات عرضی محصولات، بین دو تعویض

## متوالی غلطک‌های نورد (یک نوبت نورد) [۳]

در حقیقت برای اطمینان از کیفیت محصول، بلوم‌ها می‌بایست به گونه‌ای زمانبندی شوند که شکل عرض بلوم‌های موجود در نوبت‌های نورد به صورت تابوتی<sup>۱۴</sup> (شکل ۳) باشد [۱۵]. شکل ۳ از دو قسمت دستگرمی<sup>۱۵</sup> و اصلی<sup>۱۶</sup> تشکیل یافته است [۳]. در بخش اول (دستگرمی) یا بخش گستردگی<sup>۱۷</sup> بلوم‌ها از کم عرض به عریض تنظیم می‌شوند. در بخش دوم یا بخش پایین آمدن<sup>۱۸</sup>، بلوم‌ها از عریض به کم عرض مرتب می‌شوند تا از علامت افتادن روی سطح بلوم‌ها جلوگیری به عمل آید (شکل ۳) [۱۵]. در قسمت دستگرمی تعداد کمی بلوم (۵ تا ۱۵) از کم عرض به پر عرض نورد می‌شود تا غلطک‌ها اصطلاحاً گرم (آماده) شوند. اما در قسمت بدنه اصلی تعداد بیشتری بلوم از عریض به باریک برای ایجاد سطحی مناسب و بدون عیب، نورد خواهند شد [۲۰]. بخش ابتدایی نوبت نورد تنها یک بخش جزئی از یک نوبت نورد است که تعیین آن به صورت دستی نیز امکان‌پذیر است. اما کیفیت یک نوبت نورد به طور اساسی

مسیر با محدودیت منابع در زمانبندی صنعت هوایی استفاده نموده‌اند. نهاوندی و نخعی نژاد [۱] مسئله زمانبندی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته را با یک الگوریتم ابتکاری بر اساس روش شاخه و کران مورد بررسی قرار داده‌اند. هاشمی‌نژاد و بیجاری [۲] برنامه‌ریزی و زمان‌بندی سفارشات ناحیه نورد سرد فولاد مبارکه را با استفاده از مدل برنامه‌ریزی ریاضی MIP انجام داده‌اند. هادرا و همکارانش [۱۹] در زمانبندی تولید فولاد هزینه‌های برق را نیز لحاظ کردند. آن‌ها برای حل این مسئله از یک الگوریتم ابتکاری استفاده نموده‌اند.

این مقاله در بخش بعدی به تعریف مسئله و توسعه مدل ریاضی می‌پردازد. در بخش سوم متدولوژی حل متناسب با مدل ارائه شده مطرح می‌شود. در بخش چهارم عملکرد مدل و متدولوژی حل ارائه

مسئله زمانبندی واحد نورد یک مسئله پیچیده در صنعت فولاد است. این مسئله به تعیین گروه و توالی سفارشات به صورت نوبت‌های نورد بر اساس مشخصات مورد نیاز این صنعت می‌پردازد [۱۵]. هر سفارش مربوط به یک بلوم با ویژگی‌هایی مشخص می‌باشد؛ از این‌رو در ادامه عبارات‌های «سفارش» و «بلوم» به جای یکدیگر استفاده شده است. این مسئله در دسته مسائل NP-hard قرار می‌گیرد [۲۱]. در حقیقت مسئله زمانبندی واحد نورد به واسطه تعداد زیاد سفارشات تولیدی، اهداف متقابل با یکدیگر و محدودیت‌های متنوع، اثبات می‌شود که یک مسئله بهینه‌سازی ترکیبی NP-hard است [۲۰].

در نورد فولاد، محصولات در معرض فشار شدید مجموعه‌ای از غلطک‌ها قرار می‌گیرد. در نتیجه غلطک‌های کار کرده به واسطه فرسایشی که روی سطح آن‌ها ایجاد می‌گردد؛ می‌بایست به صورت دوره‌ای تعویض گردند. در حقیقت برای اطمینان از کیفیت محصول، غلطک‌های کار کرده می‌بایست بعد از انجام نورد طول مجازی از محصولات، تعویض شوند [۳] و [۴]. به بلوم‌هایی که بین این دو تعویض متوالی غلطک‌ها، نورد می‌شوند یک نوبت نورد گفته می‌شود [۱۵] و [۲۰]. شکل ۳ تغییرات عرض در یک نوبت نورد را نشان می‌دهد.

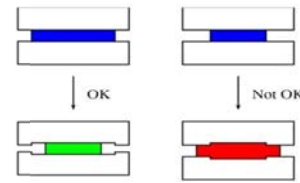
- تعداد سفارشات در یک نوبت نورد به واسطه ظرفیت نورد دارای حد بالا و پایین می‌باشد.
- تغییرات در ابعاد و دمای نورد محصولات، در یک نوبت نورد می‌بایست به صورت آرام و تدریجی صورت گیرد تا غلطک‌ها توان کنترل این تغییرات را داشته باشند.
- تعداد محصولات با عرض یکسان که در یک نوبت نورد به صورت متوالی و پشت سرهم نورد می‌شوند؛ از حد معینی می‌بایست تجاوز ننماید. در غیر اینصورت بر روی غلطک‌ها شیار ایجاد خواهد شد.
- به منظور تامین خدمات تحویل به موقع محصول و همچنین کاهش موجودی پای کار، محصولات می‌بایست در پنجره زمانی تعیین شده، نورد شوند تا جریمه‌های زودکرد و دیرکرد محصول به حداقل ممکن برسد.
- مجموع طول (وزن) سفارشات که در یک دوره نورد صورت می‌گیرد می‌بایست از مقدار مشخصی تجاوز ننماید.
- سختی می‌بایست به تدریج و به آرامی به صورت افزایشی یا کاهش‌ی تغییر یابد.

• زمانبندی واحد نورد یک فرایند دوره‌ای می‌باشد [۲۰]. به عبارت دیگر سفارشات در این زمانبندی از پیش تعیین شده می‌باشد و تا زمانی که سفارشات به اندازه کافی در دسترس نباشد زمانبندی صورت نمی‌گیرد.

با توجه به اینکه هزینه‌های آماده‌سازی یا جریمه به مشخصات دو سفارش متوالی وابسته است، از این‌رو جریمه با محاسبه مستقیم از سفارشی به سفارش دیگر قابل محاسبه می‌باشد. همچنین تغییرات عرض، گرید و سختی نیز به کمک جریمه کمی خواهد شد. مسئله زمانبندی در این شرایط به تعیین توالی سفارشات به گونه‌ای خواهد پرداخت تا مینیمم جریمه ممکن حاصل گردد. همچنین با در نظر گرفتن ساختاری برای تبدیل زمان به هزینه امکان محاسبه هزینه‌های زودکرد و دیرکرد نیز فراهم می‌شود. از طرف دیگر محاسبه هزینه عدم استفاده از ظرفیت یک نوبت نورد نیز با محاسبه ظرفیت استفاده نشده در هر نوبت نورد قابل محاسبه می‌باشد. با مینیمم نمودن هزینه‌های اشاره شده در تابع هدف، توالی بلوم‌ها و همچنین زمانبندی آن‌ها میسر می‌شود. توالی با کمترین جریمه؛ کیفیت بالاتر، بهره‌وری بیشتر، زودکرد و دیرکرد کمتر و استفاده مناسب‌تر از ظرفیت را نتیجه می‌دهد.

ورودی زمانبندی واحد نورد، سفارشات (بلوم‌ها) هستند که در انبار میانی بین ریخته‌گری پیوسته و نورد سنگین قرار گرفته‌اند و یا از واحد ریخته‌گری پیوسته در یک بازه زمانی معین دریافت می‌شوند. وظیفه زمانبندی واحد نورد تعیین  $m$  نوبت نورد می‌باشد تا ترکیب موجود در نوبت‌های نورد، توالی بلوم‌ها در هر نوبت نورد و توالی تولید این  $m$  نوبت نورد برای یک بازه زمانی معین مشخص گردد به گونه‌ای که خروجی و کیفیت محصولات افزایش و هزینه‌های

وابسته به توالی بخش دوم آن می‌باشد [۱۵] و [۳]. بنابراین مدل زمانبندی واحد نورد که در این مقاله ارائه می‌شود به تعیین توالی سفارشات در بخش بدنه اصلی یک نوبت نورد می‌پردازد و از تعیین توالی سفارشات در بخش دستگرمی صرف نظر می‌نماید. از این‌رو در ادامه منظور از یک نوبت نورد، بدنه اصلی و یا بخش اصلی آن می‌باشد. به عبارت دیگر تغییرات عرض در بدنه یک نوبت نورد می‌بایست از بلوم‌های با عرض بیشتر شروع و به بلوم‌های با عرض کمتر ادامه یابد. در صورتی که این محدودیت رعایت نشود سطح بلوم‌های نورد شده از کیفیت لازم برخوردار نخواهند بود. شکل ۴ دلیل این امر را نشان می‌دهد.



شکل ۴. توالی بلوم‌ها می‌بایست از عرض به کم عرض باشد [۲۲]

همان‌طور که در شکل ۴ ملاحظه می‌شود با نورد یک بلوم به اندازه عرض آن بلوم بر روی غلطک‌ها نواره‌ای ایجاد می‌شود. در صورتی که بلوم بعدی برای نورد شدن دارای عرض بیشتری باشد نواره ایجاد شده روی غلطک‌ها، بر روی سطح بلوم تاثیر می‌گذارد (شکل ۴، سمت راست). اما اگر بلوم بعدی جهت نورد شدن دارای عرض کمتری باشد نواره حاصل از نورد بلوم قبلی بر روی سطح غلطک، تاثیری بر سطح بلوم جدید نخواهد گذاشت (شکل ۴، سمت چپ). فاکتورهای متنوع دیگری نیز علاوه بر موارد اشاره شده وجود دارند که زمانبندی تولید این واحد را محدود می‌کند. مهم‌ترین این محدودیت‌ها، تغییرات ملایم و تدریجی در چهار فاکتور، عرض، سختی، گرید و دما می‌باشد. از جمله دیگر محدودیت‌هایی که در مسئله زمانبندی نورد وجود دارد این است که تعداد سفارشات با عرض یکسان که به طور پیوسته نورد می‌شوند دارای محدودیت بوده و اگر از حد مشخصی تجاوز نماید اثرات شدیدی بر غلطک‌ها خواهد داشت.

با توجه به توضیحات بالا، زمانبندی واحد نورد عبارت از تشکیل نوبت‌های نورد و تعیین توالی سفارشات در هر کدام از این نوبت‌ها با در نظر گرفتن محدودیت‌های اشاره شده می‌باشد. هدف در این زمانبندی مینیمم کردن هزینه‌های مربوطه در تغییر نورد در توالی تولید می‌باشد.

در مجموع با توجه به مطالب اشاره شده از جمله محدودیت‌هایی که در این مقاله در زمانبندی واحد نورد لحاظ شده است عبارتند از:

- هر سفارش از سفارش بعدی می‌بایست عرض‌تر نبوده و تغییر عرض نیز می‌بایست به صورت تدریجی صورت گیرد.

شده را تعیین می‌نماید. در حقیقت مدل ارائه شده استراتژی را ارائه می‌کند که تعیین چندین نوبت نورد به صورت همزمان میسر باشد. با توجه به اینکه چندین نوبت نورد همزمان ایجاد می‌شوند، بنابراین مشکل مواجه شدن با بهینه محلی که در مرور ادبیات بدان اشاره شد وجود ندارد. از طرف دیگر با توجه به اینکه زمانبندی نوبت‌های نورد و بلوم‌های موجود به طور همزمان با دسته‌بندی بلوم‌ها صورت می‌گیرد، هزینه‌های تاخیر سفارشات اشاره شده در برخی مدل‌های موجود در ادبیات نیز به وجود نمی‌آید. از طرف دیگر در مدل اشاره شده ارتباط واحد قبلی (ریخته‌گری پیوسته) نیز از طریق لحاظ نمودن پنجره‌های زمانی در نظر گرفته می‌شود. با توجه به توضیحات اشاره شده پارامترها و متغیرهای مدل ارائه شده جهت زمانبندی واحد نورد فولاد به شرح زیر می‌باشند:

تولیدی کاهش یابد. در هر شیفت کاری  $m$  نوبت نورد در نظر گرفته می‌شود که این تعداد در حدود ۵ تا ۷ عدد در هر شیفت کاری می‌باشد [۳] و [۴].

در این مقاله، زمانبندی همزمان  $m$  نوبت نورد برای  $n$  سفارش از پیش تعیین شده صورت می‌گیرد. مدل ارائه شده یک مدل ترکیبی عدد صحیح است که قابلیت اجرای عملی و ساده در واحد نورد صنعت فولاد را دارد. مدل ارائه شده نه تنها بلوم‌های موجود در انبار که بلوم‌های آزاد شده از ریخته‌گری پیوسته را نیز در نظر می‌گیرد. علاوه بر آن مدل ارائه شده هزینه‌های تولیدی و محدودیت‌های عملی بیشتری را در مقایسه با مدل‌های موجود در نظر می‌گیرد. در مدل ارائه شده همچنین دو بحث دسته‌بندی و زمانبندی به طور همزمان در نظر گرفته می‌شود. دسته‌بندی، مشخص می‌کند که چه بلوم‌هایی در یک نوبت نورد قرار گیرند و توالی آن‌ها در این نوبت نورد به چه صورت باشد و زمانبندی، توالی نوبت‌های نورد شناسایی

## پارامترها:

اندیس مربوط به سفارشات (بلوم‌ها)	$i, j$
مجموعه بلوم‌ها که $n$ تعداد کل بلوم‌ها را نشان می‌دهد و بلوم 0 و $n+1$ بلوم‌های مجازی می‌باشند.	$N = \{0, 1, 2, \dots, n, n+1\}$
مجموعه نوبت‌های نورد که $m$ تعداد آن‌ها را مشخص می‌کند.	$V = \{1, 2, \dots, m\}$
عرض سفارش $i$ ام	$w_i$
سختی سفارش $i$ ام	$h_i$
طول سفارش $i$ ام	$l_i$
حداقل و حداکثر طول مجاز نورد در بدنه اصلی یک نوبت نورد	$Ll$ و $Lu$
ماکزیمم طول مجاز نورد بلوم‌ها با عرض یکسان در بدنه اصلی یک نوبت نورد	$Ls$
بیانگر زمان مورد نیاز جهت آماده‌سازی بلوم $i$ ام برای نورد شدن بعد از بلوم $j$ ام می‌باشد. این زمان در حقیقت زمانی است که بلوم $i$ ام برای رسیدن به دمای مورد نیاز نورد در کوره‌های همدما ساز بعد از نورد بلوم $j$ ام نیاز دارد.	$S_{ij}; i, j \in N$
زمان لازم برای آماده‌سازی جهت انجام نوبت نورد $i$ ام بعد از نوبت نورد $j$ ام را نشان می‌دهد. این زمان در حقیقت همان زمان لازم برای تعویض غلطک‌ها برای شروع فرایند نوبت نورد $i$ ام بعد از نوبت نورد $j$ ام می‌باشد.	$S^{ij}; i, j \in v$
متوسط زمان قسمت دستگرمی در یک نوبت نورد	$w_t$
زمان فرایند سفارش $i$ ام	$p_i$
زودترین زمان ممکن جهت شروع فرایند بلوم $i$ ام	$a_i$
دیرترین زمان ممکن جهت شروع فرایند بلوم $i$ ام	$b_i$
دمای نورد سنگین بلوم $i$	$t_i^r$
دمای نورد سبک بلوم $i$	$t_i^f$
که $i, j \in N$ و $i \neq j$ هزینه (جریمه) تغییر تولید از سفارش $i$ به سفارش $j$ را نشان می‌دهد. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد این هزینه وابسته به توالی بوده و با تغییر پارامترهای دو سفارش پشت سرهم قابل اندازه‌گیری می‌باشد. این هزینه به صورت $C_{ij} = P_{ij}^w + P_{ij}^t + P_{ij}^r + P_{ij}^f$ تعریف می‌شود که $P_{ij}^w, P_{ij}^t, P_{ij}^r$ و $P_{ij}^f$ به ترتیب جریمه تغییر عرض، سختی، دمای نورد سبک و دمای نورد سنگین را نشان می‌دهد. هرکدام از این جریمه‌ها از سفارشی به سفارش دیگر مشخص می‌باشد. اگر تغییرات (عرض، سختی و دما) از سفارشی به سفارش دیگر در محدوده مجاز تغییر باشد، جریمه‌ای بدان تعلق می‌گیرد؛ اما اگر این تغییرات در محدوده مجاز تغییر پارامتر مورد نظر نباشد میزان جریمه در نظر گرفته شده برای آن بی‌نهایت ( $\infty$ ) می‌باشد. در صورتی که تغییراتی در پارامتر مورد بررسی وجود نداشته باشد میزان جریمه صفر می‌شود ( $C_{i0} = C_{i0} = C_{i(n+1)} = C_{i(n+1)} = 0$ ) برای همه $i \in N$ .	$C_{lij}$
مجموعه بلوم‌هایی که با بلوم $i$ ام هم عرض هستند.	$set_i$
جریمه عدم استفاده از ظرفیت نوبت نورد به ازای هر واحد طول	$C2$
حداکثر مجاز اختلاف عرض دو بلوم متوالی	$\delta_w$
حداکثر مجاز اختلاف سختی دو بلوم متوالی	$\delta_h$

حداکثر مجاز اختلاف دمای نورد سبک دو بلوم متوالی	$\delta_{tr}$
حداکثر مجاز اختلاف دمای نورد سنگین دو بلوم متوالی	$\delta_{tf}$

متغیرهای تصمیم:

در صورتی که سفارش $z$ بلافاصله بعد از سفارش $n$ ام در نوبت نورد $r$ ام فرایند شود این متغیر مقدار یک و در غیر اینصورت این متغیر مقدار صفر می‌گیرد.	$x_{ij}^r; i, j \in N, r \in V$
در صورتی که سفارش $n$ ام در نوبت نورد $r$ ام قرار گیرد این متغیر مقدار یک و در غیر اینصورت مقدار صفر می‌گیرد.	$y_i^r; i \in N, r \in V$
در صورتی که نوبت نورد $n$ ام بعد از نوبت نورد $m$ ام قرار گیرد مقدار این متغیر یک و در غیر اینصورت مقدار این متغیر صفر خواهد شد.	$z_{ij}; i, j \in V$
زمان شروع نورد بلوم (سفارش) $n$ ام در نوبت نورد $r$ ام	$B_i^r$

با استفاده از پارامترها و متغیرهای فوق مدل ریاضی مسئله زمانبندی واحد نورد را به شکل زیر می‌توان فرموله نمود.

$$\min \sum_{r \in V} \sum_{i \in N \setminus \{0, n+1\}} \sum_{j \in N \setminus \{0, n+1\}} (C1_{ij} * x_{ij}^r) + \sum_{r \in V} C2 * (L_U - \sum_{i \in N} (y_i^r * l_i)) \quad (1)$$

Subject to

$$\sum_{r \in V} y_i^r \leq 1; \quad i \in N \setminus \{0, n+1\} \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{0\}} x_{0i}^r = 1; \quad r \in V \quad (3)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} x_{i(n+1)}^r = 1; \quad r \in V \quad (4)$$

$$\sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{ij}^r = y_i^r; \quad i \in N \setminus \{n+1\}, r \in V \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} x_{ih}^r - \sum_{j \in N \setminus \{0\}} x_{hj}^r = 0; \quad h \in N \setminus \{0, n+1\}, r \in V \quad (6)$$

$$L_l \leq \sum_{i \in N} y_i^r l_i \leq L_u; \quad r \in V \quad (7)$$

$$\sum_{j \in set_i} (l_j * y_j^r) + l_i \leq L_s; \quad i \in N \setminus \{0, n+1\} \quad (8)$$

$$w_j * x_{ij}^r \leq w_i + \delta_w; \quad i, j \in N \setminus \{0, n+1\}, r \in V \quad (9)$$

$$|h_j * x_{ij}^r - h_i * x_{ij}^r| \leq \delta_h; \quad i, j \in N \setminus \{0, n+1\}, r \in V \quad (10)$$

$$|tr_j * x_{ij}^r - tr_i * x_{ij}^r| \leq \delta_{tr}; \quad i, j \in N \setminus \{0, n+1\}, r \in V \quad (11)$$

$$|tf_j * x_{ij}^r - tr_i * x_{ij}^r| \leq \delta_{tf}; \quad i, j \in N \setminus \{0, n+1\}, r \in V \quad (12)$$

$$B_i^r + p_i + s_{ij} - M(1 - x_{ij}^r) \leq B_j^r; \quad i, j \in N, r \in V \quad (13)$$

$$B_i^r + p_i + s_{ij} - M(x_{ij}^r - 1) \geq B_j^r; \quad i, j \in N, r \in V \quad (14)$$

$$a_i y_i^r \leq B_i^r \leq b_i y_i^r; \quad i \in N \setminus \{0, n+1\}, r \in V \quad (15)$$

$$B_{n+1}^i + S^{ij} + wt - M(1 - z^{ij}) \leq B_0^j; \quad i, j \in V \quad (16)$$

$$B_{n+1}^i + S^{ij} + wt - M(z^{ij} - 1) \leq B_0^j; \quad i, j \in V \quad (17)$$

$$x_{ij}^r \in \{0, 1\}; \quad i, j \in N, r \in V \quad (18)$$

$$y_i^r \in \{0, 1\}; \quad i \in N, r \in V \quad (19)$$

$$B_i^r \geq 0; \quad i \in N, r \in V \quad (20)$$

نشان می‌دهند که متغیرهای  $x_{ij}^T$  و  $y_{ij}^T$  همگی صفر و یک بوده و محدودیت (۲۰) نیز در نهایت نشان می‌دهد که متغیرهای  $B_{ij}^T$  همگی بزرگ‌تر مساوی صفر هستند.

مدل برنامه‌ریزی ریاضی استخراج شده یک برنامه‌ریزی خطی ترکیبی با عدد صحیح می‌باشد که در ادامه، بخش بعدی به ارائه متدولوژی حل مناسب آن می‌پردازد.

### ۳. ارائه متدولوژی حل مدل زمانبندی واحد نورد

مسئله زمانبندی واحد نورد مدل شده در این مقاله در پاسخ به سوالات زیر توسعه داده شده است:

۱. تعداد نوبت‌های نورد.
۲. تعیین بلوم‌هایی که در هر نوبت نورد قرار می‌گیرند.
۳. توالی مناسب بلوم‌های موجود در هر نوبت نورد.
۴. توالی مناسب نوبت‌های نورد.

بر این اساس در این بخش الگوریتم پیشنهادی جهت حل این مسئله به صورت ابتکاری بر اساس الگوریتم یافتن کوتاه‌ترین مسیر طراحی شده است. الگوریتم پیشنهادی در دو فاز ارائه می‌شود. در فاز اول نوبت‌های شدنی نورد شناسایی و در فاز دوم نوبت‌های نهایی نورد و توالی آن‌ها مشخص می‌شوند. برای این منظور در فاز اول هر کدام از سفارشات به صورت گره‌هایی در نظر گرفته می‌شوند که کمان ارتباطی آن‌ها هزینه تغییر نورد از سفارشی به سفارش دیگر را مشخص می‌نماید. در گراف حاصل، نوبت‌های شدنی نورد شناسایی می‌شوند.

در فاز دوم گراف جدیدی ایجاد می‌شود که گره‌های آن را نوبت‌های شدنی نورد که در فاز اول شناسایی شده‌اند، تشکیل می‌دهند. کمان ارتباطی بین گره‌ها در فاز دوم هزینه تغییر از یک نوبت نورد به نوبت نورد دیگر می‌باشد. در گراف فاز دوم هدف یافتن نوبت‌های مناسب نورد و تعیین توالی آن‌ها با استفاده از محدودیت‌های پنجره زمانی می‌باشد.

اساس و پایه دو فاز طراحی شده در الگوریتم پیشنهادی جهت حل مسئله زمانبندی واحد نورد، الگوریتم نشانه‌گذاری<sup>۱۹</sup> دیجکسترا<sup>۲۰</sup> در یافتن کوتاه‌ترین مسیر است. الگوریتم مورد استفاده برای این منظور بر اساس الگوریتم اصلاح شده‌ای است که فیلت و همکارانش [۲۳] جهت حل مسئله کوتاه‌ترین مسیر ابتدایی با محدودیت منابع<sup>۲۱</sup> ارائه نموده‌اند. این الگوریتم توانایی حل این مسئله را بر روی گراف با سیکل‌های منفی نیز دارا می‌باشد. در این الگوریتم یک مسیر، با مصرف شدن منابع در اثر اضافه شدن طول ایجاد می‌شود. بر این اساس زمانی که مسیرهای متنوع به یک گره منتهی می‌شوند، اطمینان از اینکه یک مسیر بر مسیر دیگری غالب نیست و یا به عبارت دیگر بر اساس کلیه معیارهای موجود مسیری از مسیر دیگر بهتر نیست؛ ضروری می‌باشد. از این‌رو نشانه‌های متعددی برای هر گره در نظر گرفته می‌شود که این نشانه‌ها مربوط به مسیرهای غیر مسلطی<sup>۲۲</sup> است که به آن گره منتهی شده است [۲۴] و [۱۸].

در الگوریتم نشانه‌گذاری برای ایجاد مسیرهای ابتدایی<sup>۲۳</sup>، سیکل‌ها با حفظ ردیابی گره‌های بازدید شده، ایجاد می‌شوند. منظور از مسیر ابتدایی مسیری است از یک گره به گره دیگر به گونه‌ای که در این

در تابع هدف مدل ارائه شده، مینیمم کردن هزینه‌ها مورد نظر می‌باشد. این هزینه‌ها شامل هزینه‌های توالی بلوم‌ها در نوبت‌های نورد و هزینه عدم استفاده از ظرفیت هر یک از نوبت‌های نورد می‌باشد. در حقیقت در زمانبندی نورد هدف تعیین ترتیب مناسب بلوم‌ها در یک نوبت نورد به گونه‌ای است که کمترین هزینه ممکن از این توالی حاصل شده و در عین حال بیشترین استفاده از ظرفیت یک نوبت نورد نیز بدست آید. محدودیت (۲) در این زمانبندی نشان دهنده این مطلب است که هر بلوم حداکثر به یک نوبت نورد تعلق می‌گیرد. محدودیت (۳) به این نکته اشاره دارد که در هر نوبت نورد بعد از گره مجازی شروع حتماً یک بلوم قرار می‌گیرد به عبارت دیگر در هر نوبت نورد یک بلوم به عنوان بلوم شروع وجود دارد. به همین ترتیب محدودیت (۴) نشان می‌دهد که حتماً گره‌ی در انتها یک نوبت نورد قرار می‌گیرد. محدودیت (۵) به این نکته اشاره دارد که اگر بلومی در یک نوبت نورد قرار بگیرد ( $y_{ij}^T = 1$ ) حتماً بعد از آن یک بلوم قرار می‌گیرد. محدودیت (۶) نشان می‌دهد که در صورتی که یک بلوم در یک نوبت نورد قرار گیرد و در ابتدا یا انتهای نوبت نورد نباشد؛ گره قبلی و بعدی آن نیز تعریف می‌شود. محدودیت (۷) حداقل و حداکثر طول مجاز نورد در هر نوبت نورد را مشخص می‌کند. محدودیت (۸) به این نکته اشاره دارد که در هر نوبت نورد، طول نورد بلوم‌های با عرض یکسان از مقدار مشخصی نباید تجاوز نماید. محدودیت (۹) بیان می‌کند که عرض یک بلوم در یک نوبت نورد می‌بایست از عرض بلوم قبلی به اندازه حداکثر  $\delta_w$  کمتر باشد. محدودیت (۱۰) بیان می‌کند که تغییرات سختی بین دو بلوم متوالی در یک نوبت نورد از مقدار مشخصی ( $\delta_n$ ) نباید تجاوز کند. محدودیت (۱۱) اختلاف دمایی نورد سنگین بین دو بلوم متوالی در یک نوبت نورد را نشان می‌دهد؛ که این اختلاف از  $\delta_{ef}$  می‌بایست کمتر باشد. محدودیت (۱۲) اختلاف دمایی نورد سبک بین دو بلوم متوالی در یک نوبت نورد را نشان می‌دهد که این اختلاف از  $\delta_{ef}$  می‌بایست کمتر باشد. محدودیت (۱۳) و (۱۴) نشان می‌دهند در صورتی که دو بلوم در یک نوبت نورد به صورت متوالی قرار گیرند ( $x_{ij}^T = 1$ ) زمان شروع بلوم دوم ( $B_{ij}^T$ ) برابر با زمان شروع بلوم اول ( $B_{i'}^T$ ) به اضافه زمان فرایند بلوم اول ( $p_i$ ) می‌باشد. محدودیت (۱۵) نشان می‌دهد که مدلسازی ارائه شده جهت زمانبندی واحد نورد از یک پنجره زمانی برخوردار می‌باشد. این پنجره زمانی بر اساس زمانی که واحد قبلی یعنی ریخته‌گری پیوسته قادر به تحویل محصولات به واحد نورد می‌باشد تعیین شده است و در حقیقت ارتباط برنامه‌ریزی واحد نورد با واحد قبلی را لحاظ می‌نماید. این پنجره زمانی مشخص می‌کند که به منظور تحویل به موقع سفارشات، زمان شروع نورد بلوم  $i$  در نوبت نورد  $m$  در یک بازه زمانی  $[a_i, b_i]$  می‌بایست اتفاق افتد. محدودیت (۱۶) و (۱۷) نشان می‌دهند در صورتی که نوبت نورد  $m$  می‌بایست بعد از نوبت نورد  $m$  فرایند شود؛ زمان شروع فرایند نوبت نورد  $m$  برابر با زمان اتمام فرایند نوبت نورد  $m$  به اضافه زمان لازم برای آماده‌سازی (تعویض غلطک‌ها) از نوبت نورد  $m$  به نوبت نورد  $m$  به اضافه زمان لازم برای دستگرمی غلطک‌ها می‌باشد. محدودیت (۱۸) و (۱۹)



در صورتی که گره  $m$  در مسیر  $\lambda_m$  وجود داشته باشد  $W_i^n$  مقدار یک و در غیر اینصورت این متغیر مقدار صفر می‌گیرد. با توجه به رابطه تسلط فوق مسیر  $i$  بر مسیر  $i'$  تسلط خواهد یافت در صورتی که هر دو مسیر به یک گره منتهی شده و از طرف دیگر از گره‌های واسطه‌ای یکسان نیز عبور نمایند؛ که البته ترتیب عبور از این گره‌های واسطه‌ای می‌تواند متفاوت باشد. همچنین مسیر  $i$  می‌بایست نسبت به مسیر  $i'$  دارای هزینه کمتر و مصرف منابع کمتری باشد در این صورت نوبت نورد  $i$  نسبت به نوبت نورد  $i'$  مناسب‌تر می‌باشد و لزومی به در نظر گرفتن نوبت نورد  $i'$  در فاز دوم نخواهد بود؛ زیرا در مسئله زمانبندی مورد بحث، هدف نورد نوبت‌های نورد به صورت کارآمد می‌باشد.

### ۳-۱. فاز اول در حل مسئله زمانبندی واحد نورد

همان‌طور که اشاره شد اساس و پایه متدولوژی حل ارائه شده در فاز اول، الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر می‌باشد. برای این منظور گراف مسئله در فاز اول شامل گره‌هایی است که همان بلوم‌ها یا سفارش‌های تولیدی را شامل می‌شوند. برای کمان بین گره‌ها هزینه‌ای تعلق می‌گیرد که هزینه تغییر نورد از بلومی به بلوم دیگر را نشان می‌دهد.

الگوریتم پیشنهادی در این مقاله جهت حل مسئله زمانبندی نورد در دوفاز ارائه می‌شود که اساس هر دو فاز، الگوریتم اصلاح شده فیلت و همکارانش [۲۳] به منظور یافتن کوتاه‌ترین مسیر، می‌باشد. به عنوان مثال در فاز اول، مسئله زمانبندی نورد به صورت یک گراف در نظر گرفته می‌شود که گره‌ها بیانگر بلوم‌ها (سفارش) و کمان‌ها هزینه تغییر نورد  $(C_{ij})$  از بلومی به بلوم دیگر را نشان می‌دهند. در این گراف هدف، تعیین نوبت‌های شدنی نورد می‌باشد. برای این منظور مسئله را می‌توان به صورت ESPPRC در نظر گرفت. مسئله ESPPRC اثبات می‌شود که از جمله مسائل NP-hard است [۲۳].

برای تعیین نوبت‌های نورد بر اساس مسئله ESPPRC، فرض بر این است که تعداد  $Z$  منبع وجود دارد که این منابع در حقیقت همان محدودیت‌های مدل توسعه داده شده جهت زمانبندی واحد نورد می‌باشند.  $R_i^Z$  میزان مصرف منبع  $Z$ م در مسیر  $\lambda_m$  است. در صورتی که مسیر مورد نظر در رسیدن به این گره محدودیت  $Z$ م را نقض کند ادامه مسیر به آن گره امکان‌پذیر نمی‌باشد؛ در غیر اینصورت یعنی اگر محدودیت  $Z$ م نقض نشود مسیر به گره مورد بررسی ادامه و میزان مصرف از آن منبع در پارامتر  $R_i^Z$  لحاظ می‌شود. در مسئله زمانبندی مورد بحث برای مثال زمان تحویل هر بلوم به صورت بازه  $[a_i, b_i]$  و برای محدودیت مثلا طول مجاز نورد به صورت  $[L_i, L_{ii}]$  برای هر گره تعریف شده است.

در چنین شرایطی مسئله ESPPRC به دنبال کوتاه‌ترین مسیر ابتدایی با کمترین هزینه می‌باشد. مسیر ابتدایی در مقایسه با مسیر معمولی محدودیت عدم تکرار گره‌ها در یک مسیر را دارد. در مسئله زمانبندی نورد، در نوبت‌های شدنی نورد هر بلوم حداکثر یکبار می‌تواند وجود داشته باشد؛ از این‌رو در گراف مسئله زمانبندی نورد یافتن مسیرهای ابتدایی مطلوب می‌باشد. برای حل این مسئله همان‌طور که اشاره شد از الگوریتم اصلاح شده نشان‌گذاری فیلت و

مسیر هر گره حداکثر یکبار ملاقات شده باشد. به طور دقیق‌تر یک مسیر فرضی  $p$  از گره  $0$  به گره  $i$  به صورت  $F_i = (F_i, R_i^1, \dots, R_i^Z, nu_i, V_i^1, \dots, V_i^n)$  نشان‌گذاری می‌شود.  $F_i$  مقدار تابع هدف در رسیدن به گره  $\lambda_m$ ،  $R_i^Z$  میزان مصرف منبع  $Z$ م در رسیدن به گره  $\lambda_m$  که  $Z$  برابر با  $1, 2, \dots, z$  و  $V_i^n$  برابر با یک است در صورتی که گره  $n$ م غیرقابل دسترس باشد و در غیر اینصورت مقدار این متغیر صفر است که  $n \in N$  می‌باشد.  $nu_i$  تعداد گره‌های قابل دسترس را نشان می‌دهد. غیر قابل دسترس<sup>۲۴</sup> بودن یک گره در مسیر  $i$  یا به واسطه این است که این گره قبلا در این مسیر ملاقات شده و یا به واسطه این مطلب است که محدودیت منابع اجازه ادامه مسیر به آن گره را نمی‌دهد. به عبارت دیگر گره‌هایی که در یک مسیر وجود دارند برای آن مسیر غیر قابل دسترس هستند بدین معنا که امکان ملاقات مجدد آن‌ها (با توجه به اینکه مسیر مورد نظر می‌بایست «ابتدایی» باشد) برای آن مسیر وجود ندارد. همچنین گره‌هایی نیز هستند که اگرچه در مسیر مورد بررسی وجود ندارند اما ادامه مسیر به آن گره‌ها نیز امکان‌پذیر نیست؛ زیرا محدودیت حداقل یکی از منابع مانع از رسیدن به آن گره می‌شود. در هر صورت غیر قابل دسترس بودن یک گره به هر دلیل که باشد منجر می‌شود به اینکه گسترش آن گره در ادامه مسیر مورد بررسی امکان‌پذیر نباشد [۲۴].

در الگوریتم یافتن کوتاه‌ترین مسیر، مسیرهای غیر مسلط از طریق رابطه تسلط<sup>۲۵</sup> زیر شناسایی می‌شوند.

### قاعده تسلط ۱:

اگر  $i$  و  $i'$  دو مسیر متفاوت از گره  $0$  به گره  $i$  به ترتیب با نشان‌های  $\lambda_i$  و  $\lambda_{i'}$  باشند؛ مسیر  $i$  بر مسیر  $i'$  مسلط خواهد شد اگر و تنها اگر  $F_i \leq F_{i'}$ ،  $nu_i \leq nu_{i'}$ ،  $R_i^Z \leq R_{i'}^Z$  که  $Z=1, \dots, z$  و  $V_i^n \leq V_{i'}^n$  که  $n \in N$  باشد.

در حقیقت مسیر  $i$  بر مسیر  $i'$  مسلط است اگر (۱) با توجه به تابع هدف مسئله زمانبندی نورد هزینه بیشتری نداشته باشد، (۲) مصرف منابع در مسیر  $i$  برای همه منابع (محدودیت‌های مسئله زمانبندی نورد) بیشتر نباشد و (۳) هر گره غیر قابل دسترس برای  $i$  برای  $i'$  نیز غیر قابل دسترس باشد. فیلت و همکارانش [۲۳] در تحقیق خود اثبات کرده‌اند که در حل مسئله ESPPRC فقط لازم است که مسیرهای غیر مسلط را در نظر گرفت.

با توجه به اینکه هدف متدولوژی حل ارائه شده جهت زمانبندی واحد نورد، یافتن کوتاه‌ترین مسیر نیست و هدف یافتن تمامی مسیرهای غالب (نوبت‌های شدنی نورد در فاز اول و توالی‌های شدنی در فاز دوم) می‌باشد از این‌رو قاعده تسلط ۲ به صورت زیر ارائه می‌شود. در این الگوریتم گره‌های دو مسیر مورد بررسی می‌بایست یکسان باشند.

### قاعده تسلط ۲:

این رابطه تسلط، حالت اصلاحی رابطه تسلط ۱ به منظور استفاده در فاز اول متدولوژی پیشنهادی می‌باشد. اگر  $i$  و  $i'$  دو مسیر متفاوت از گره  $0$  به گره  $i$  به ترتیب با نشان‌های  $\lambda_i$  و  $\lambda_{i'}$  باشند؛ مسیر  $i$  بر مسیر  $i'$  مسلط خواهد شد اگر و تنها اگر  $F_i \leq F_{i'}$ ،  $R_i^Z \leq R_{i'}^Z$  که  $Z=1, \dots, z$  و  $W_i^n = W_{i'}^n$  که  $n \in N$  باشد.

در الگوریتم فوق  $\Lambda_i$  لیست برچسب‌های گره  $\Lambda_m$  را نشان می‌دهد. پذیرفتن این الگوریتم و گسترش و اصلاح آن متناسب با ساختار مسئله زمانبندی نورد می‌توان نوبت‌های شدنی نورد را محاسبه نمود. در حقیقت کوتاه‌ترین مسیرهای ابتدایی بین جفت گره‌ها نشان دهنده نوبت‌های شدنی نورد می‌باشد.

برای این منظور ابتدا هزینه‌های هر کدام از کمان‌ها ( $C1_{ij}$ ) را با  $(C1_{ij} - \alpha)$  جایگزین می‌کنیم که  $\alpha \geq \max_{(i,j) \in A} C1_{ij}$  می‌باشد. اصلاح هزینه‌های کمان‌ها، بواسطه این مطلب است که در زمانبندی واحد نورد تمایل داریم که بلومی به مجموعه بلوم‌های یک نوبت نورد اضافه شود؛ یا به عبارت دیگر همیشه تمایل به توسعه یک مسیر در بین گره‌ها وجود دارد. با اصلاح فوق هزینه کمان‌ها منفی می‌شود که این امر باعث می‌شود الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر بتواند یک مسیر (یک نوبت نورد) را ایجاد نماید. بدیهی است در غیر این‌صورت یعنی زمانی که  $C1_{ij}$  در نظر گرفته شود با توجه به مینیمم نمودن هزینه‌ها، پهنه این است که مسیر در همان گره 0، بماند و به گره‌های مجاور حرکت نکند که در این‌صورت مسیری تولید نخواهد شد.

با در نظر گرفتن  $C1_{ij} - \alpha$  به عنوان هزینه کمان‌ها و یافتن کوتاه‌ترین مسیر، در حقیقت تابع هدف مدل توسعه داده شده در زمانبندی نورد لحاظ می‌شود. زیرا با این روش بخش اول تابع هدف یعنی  $(\sum_{r \in V} \sum_{(i,j) \in A} (C1_{ij} * x_{ij}^r))$  در نظر گرفته می‌شود. از طرف دیگر بخش دوم یعنی  $(\sum_{r \in V} C2 * (L_u - \sum_{i \in N} (y_i^r * l_i)))$  نیز لحاظ می‌شود؛ زیرا با منفی بودن هزینه کمان‌ها، الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر تمایل به اضافه کردن مسیر تا جایی که محدودیت  $[L_i, L_u]$  نقض نشود؛ دارد. این مطلب در حقیقت همان استفاده حداکثری از ظرفیت نوبت نورد می‌باشد که در بخش دوم تابع هدف لحاظ شده است.

با توجه به توضیحات فوق شبه کد<sup>۲۶</sup> مربوط به این الگوریتم که در فاز اول مورد استفاده قرار می‌گیرد به صورت زیر می‌باشد.

```

ESPPRC (p)
1 Initialization
2...  $\Lambda_p \leftarrow \{(0, \dots, 0)\}$ 
3... for all  $v_i \in N$ 
4     do  $\Lambda_i \leftarrow \emptyset$ 
5  $E = \{0\}$ 
6
7 repeat
8     Exploration of the successors of a node
9     Choose  $v_i \in E$ 
10    for all  $v_j \in Succ(v_i)$ 
11        do  $F_{ij} \leftarrow \emptyset$ 
12            for all  $\lambda_i = (F_i, R_i^1, \dots, R_i^z, nu_i, V_i^1, \dots, V_i^n) \in \Lambda_i$ 
13                do if  $v_i^j = 0$ 
14                    then
15                         $F_{ij} \leftarrow F_{ij} \cup \{Extended(\lambda_i, v_j)\}$ 
16                         $\Lambda_j \leftarrow EFF(F_{ij} \cup \Lambda_j)$ 
17                        if  $\Lambda_j$  has changed
18                            then  $E \leftarrow E \cup \{v_j\}$ 
19                        Reduction of E
20                         $E \leftarrow E \setminus \{v_i\}$ 
21 until  $E = \emptyset$ 

```

- میزان استفاده از ظرفیت نوبت‌های نورد. در حقیقت همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد هر نوبت نورد دارای هزینه‌های بالای راه‌اندازی (تعویض غلطک) می‌باشد. بنابراین استفاده حداکثر از ظرفیت یک نوبت نورد ( $L_u$ ) ضروری است. از طرف دیگر استفاده بیش از حد از این ظرفیت کیفیت بلوم‌های نورد شده را به شدت کاهش می‌دهد (محدودیت ۷).
- در یک نوبت نورد، میزان نورد بلوم‌های با عرض یکسان از یک حداکثر مشخصی ( $L_s$ ) نمی‌تواند تجاوز نماید (محدودیت ۸).
- در انتقال از یک گره به گره بعدی حداکثر میزان تغییر عرض برابر با  $\delta_w$  می‌باشد (محدودیت ۹).
- در انتقال از یک گره به گره بعدی حداکثر میزان تغییر سختی برابر با  $\delta_h$  می‌باشد (محدودیت ۱۰).
- در انتقال از یک گره به گره بعدی حداکثر میزان تغییر دمای نورد سنگین برابر با  $\delta_{tr}$  می‌باشد (محدودیت ۱۱).
- در انتقال از یک گره به گره بعدی حداکثر میزان تغییر دمای نورد سبک برابر با  $\delta_{tf}$  می‌باشد (محدودیت ۱۲).
- در انتقال از یک گره به گره بعدی امکان‌پذیری از نقطه نظر پنجره زمانی (محدودیت ۱۵) نیز ضروری می‌باشد. بر اساس این محدودیت برای انتقال از گره  $\Lambda_m$  به گره  $\Lambda_n$  رابطه  $a_i + p_i + s_{ij} \leq b_j$  می‌بایست برقرار باشد.

$$a_i y_i^r \leq B_i^r \leq b_i y_i^r; i \in N \setminus \{0, n+1\}, r \in V$$

فاز اول الگوریتم پیشنهادی بر اساس موارد توضیح داده شده جهت شناسایی نوبت‌های شدنی نورد طراحی شده‌اند. این نوبت‌های نورد همان‌طور که اشاره شد، ورودی‌های اصلی فاز بعدی می‌باشند.

### ۳-۲. فاز دوم در حل مسئله زمانبندی واحد نورد

در فاز دوم متدولوژی حل مدل زمانبندی واحد نورد، می‌بایست نوبت‌های نورد مناسب از میان نوبت‌های شدنی نورد انتخاب، ترتیب

$$\bar{B}_{[j]}^r \leftarrow \min\{\bar{B}_{[j+1]}^r - p_{[j+1]}, b_{[j]}\}; j \quad (22)$$

$$= [n_r - 1], \dots, [0] = 0$$

با حرکت رو به عقب مقدار  $\bar{B}_{[0]}^r$  مشخص می‌شود. با مقدار بدست آمده  $\bar{B}_{[0]}^r$  و استفاده از روش رو به جلو مقدار  $\bar{B}_{[j]}^r$  مجدداً به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\bar{B}_{[j]}^r \leftarrow \max\{\bar{B}_{[j-1]}^r + p_{[j-1]}, a_{[j]}\}; j \quad (23)$$

$$= [1], \dots, [n_r + 1]$$

$$= n + 1$$

### ۳-۲-۲. زودترین زمان شروع و اتمام یک نوبت نورد

در این قسمت از فاز دوم زودترین زمان شروع ( $\bar{B}_{[0]}^r = \bar{B}_0^r$ ) و اتمام ( $\bar{B}_{[n_r+1]}^r = \bar{B}_{n_r+1}^r$ ) یک نوبت نورد محاسبه می‌شود. برای این منظور می‌بایست دو حالت مد نظر قرار گیرد. حالت اول مربوط به مواردی است که در زمانبندی بر اساس دیرترین زمان شروع و اتمام نوبت نورد، زمان انتظار وجود ندارد و حالت دوم، مواردی است که زمان انتظار وجود دارد. در صورتی زمان انتظار وجود ندارد که منییم دوره زمانبندی شده ( $d_{min}^r$ ) برای دیرترین زمان شروع و اتمام نوبت نورد برابر با مجموع زمان فرایند بلوم‌های آن نوبت نورد باشد که  $d_{min}^r$  از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$d_{min}^r = \bar{B}_{n+1}^r - \bar{B}_0^r \quad (24)$$

در حالت اول یعنی عدم وجود زمان انتظار، زمان‌ها به اندازه در حالت اول یعنی عدم وجود زمان انتظار، زمان‌ها به اندازه  $\sigma^r = \min_{j=0, \dots, n_r+1} (\bar{B}_{[j]}^r - a_{[j]})$  شیفت پیدا می‌کند. بنابراین  $\bar{B}_0^r = \bar{B}_0^r - \sigma^r$  و  $\bar{B}_{n+1}^r = \bar{B}_{n+1}^r - \sigma^r$  می‌شود و پنجره زمانی برای گره مربوط به نورد  $m$  به صورت  $[\bar{B}_0^r, \bar{B}_0^r]$  و  $[\bar{B}_{n+1}^r, \bar{B}_{n+1}^r]$  در می‌آید.

در حالت دوم یعنی در صورت وجود زمان انتظار، زودترین زمان شروع ( $\bar{B}_0^r$ ) برابر با  $\bar{B}_0^r$  و زودترین زمان اتمام ( $\bar{B}_{n+1}^r$ ) برابر با  $\bar{B}_{n+1}^r$  می‌شود. در حقیقت پنجره زمانی در این حالت به صورت  $[\bar{B}_0^r, \bar{B}_0^r]$  و  $[\bar{B}_{n+1}^r, \bar{B}_{n+1}^r]$  ارائه می‌شود.

با توجه به محاسبات فوق زودترین و دیرترین زمان شروع و اتمام یک نوبت نورد به صورت پنجره‌های زمانی ارائه شده در بالا، در نظر گرفته می‌شود. لزوم محاسبه این پنجره‌های زمانی در تشخیص ارتباط بین گره‌ها می‌باشد. در حقیقت گره (نوبت نورد)  $r'$  می‌تواند بعد از گره  $r$  قرار گرفته و کمان  $(r, r')$  را تشکیل دهد در صورتی که رابطه زیر برقرار باشد.

$$\bar{B}_{n+1}^r + S^r r' \leq \bar{B}_0^{r'} \quad (25)$$

### ۳-۳. فلوچارت متدولوژی پیشنهادی در حل مسئله

#### زمانبندی نورد

شکل ۵ نحوه استفاده از الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر را در دو فاز تشریح شده خلاصه نموده است.

همان‌طور که شکل فوق نشان می‌دهد، در متدولوژی پیشنهادی در فاز اول با اجرای الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر بین جفت گره‌ها نوبت‌های نورد شناسایی می‌شوند. نوبت‌های نورد شناسایی شده در صورتی که بر اساس محدودیت‌های مسئله شدنی نباشند و یا بر اساس قواعد تسلط مغلوب شوند از مجموعه نوبت‌های نورد ممکن حذف می‌شوند. در ادامه بر اساس تابع هدف مسئله لازم است که

آن‌ها مشخص و در ضمن زمان شروع و پایان آن‌ها نیز تعیین گردد. برای این منظور در این فاز نیز مجدداً از الگوریتم حل مسئله ESPPRC استفاده می‌شود؛ با این تفاوت که در فاز دوم به شیوه‌ای مشابه از شبه کد ارائه شده در فاز اول، جهت انتخاب نوبت‌های مناسب نورد و تعیین توالی آن‌ها استفاده می‌شود. برای این منظور یک نوبت نورد به عنوان گره آغازین یا به عبارتی اولین نوبت نورد در توالی در نظر گرفته می‌شود و نوبت‌های بعدی نورد بر اساس شبه کد ارائه شده در توالی تولید قرار می‌گیرند. با این روش توالی‌های ممکن برای نوبت‌های نورد مشخص می‌شود که با مقایسه هزینه (تابع هدف)، توالی مناسب‌تر انتخاب می‌گردد.

به عبارت دیگر در این فاز نیز مانند فاز اول ابتدا گراف مسئله طراحی می‌شود. در این گراف هرکدام از نوبت‌های شدنی نورد شناسایی شده در فاز اول، یک گره را تشکیل می‌دهند. هزینه کمان بین دو گره  $r$  و  $r'$  در گراف فوق، بر اساس تابع هدف مدل توسعه داده شده شامل هزینه تغییر نوبت نورد از  $r$  به  $r'$  می‌باشد؛ که در حقیقت هزینه تغییر نورد از آخرین بلوم نوبت نورد  $r$  به اولین بلوم موجود در نوبت نورد  $r'$  می‌باشد.

در گراف فاز دوم بین دو گره  $r$  و  $r'$  در صورتی یک کمان وجود دارد که (۱) بلوم‌های تشکیل دهنده موجود در این دو گره مشابه نباشند، یا به اصطلاح این دو نوبت نورد از هم مجزا<sup>۲۶</sup> باشند؛ (۲) امکان فرایند نوبت نورد  $m$  بعد از نوبت نورد  $m'$  بر اساس پنجره زمانی، وجود داشته باشد. بررسی مورد اول (مشابه نبودن بلوم‌ها در یک نوبت نورد) بسیار ساده است اما برای بررسی مورد دوم لازم است پنجره زمانی هر نوبت نورد محاسبه گردد. این جدول زمانی بر اساس جدول‌های زمانی مربوط به بلوم‌های موجود در آن گره (در آن نوبت نورد) محاسبه می‌شود.

به عبارت دیگر هر بلوم از یک پنجره زمانی  $([a_r, b_r])$  برخوردار است (محدودیت (۱۵)) که نشان می‌دهد زودترین و دیرترین زمان شروع فرایند آن سفارش چه زمانی می‌تواند باشد. بر اساس پنجره‌های بلوم‌های موجود در یک نوبت نورد می‌بایست یک پنجره زمانی برای آن نوبت نورد محاسبه شود. برای این منظور در این مقاله از راهکار ارائه شده توسط آزی و همکارانش [۲۴] استفاده شده است. بخش‌های ۳-۲-۱ و ۳-۲-۲ در ادامه نحوه محاسبه پنجره‌های زمانی را برای یک نوبت نورد نشان می‌دهد.

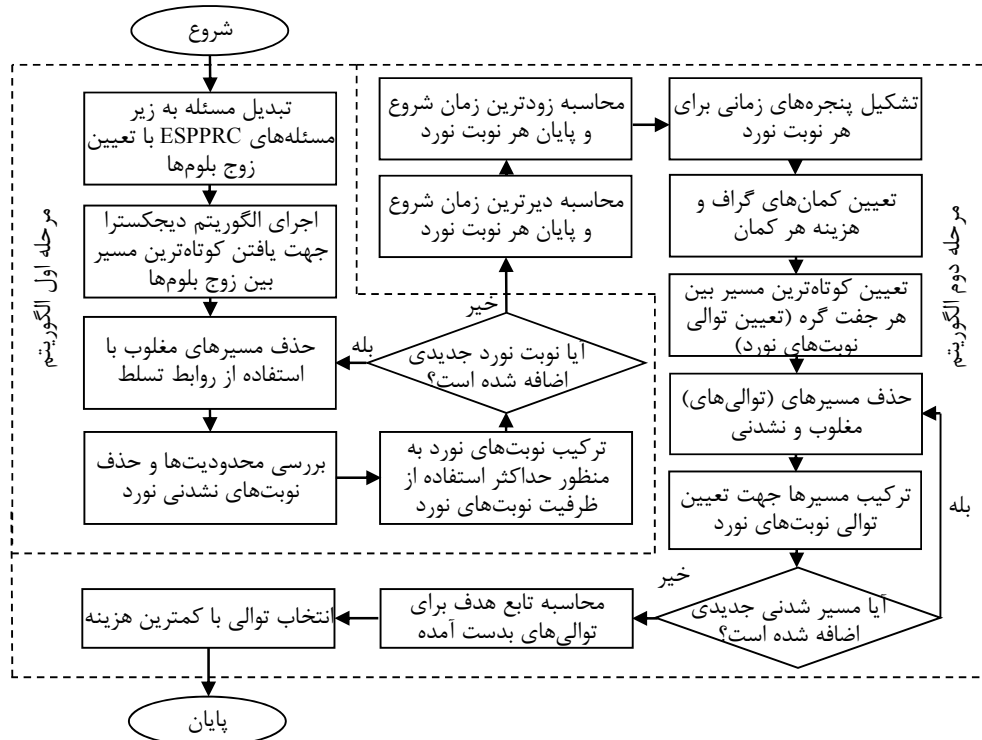
### ۳-۲-۱. دیرترین زمان شروع و اتمام یک نوبت نورد

توالی بلوم‌های موجود در نوبت نورد  $m$  که از  $n_r$  بلوم (سفارش) تشکیل می‌یابد به صورت  $([0]=0, [1], [2], \dots, [n_r], [n_r+1]=n+1)$  نمایش داده می‌شود. در ابتدا در این مرحله به محاسبه دیرترین زمان ممکن برای شروع فرایند بلوم‌های موجود در یک نوبت نورد که با  $\bar{B}_{[i]}^r$  نشان داده شده است؛ پرداخته می‌شود.  $\bar{B}_{[0]}^r = \bar{B}_0^r$  دیرترین زمان شروع<sup>۲۷</sup> فرایند نوبت نورد  $m$  و  $\bar{B}_{[n_r+1]}^r = \bar{B}_{n_r+1}^r$  دیرترین زمان اتمام<sup>۲۸</sup> نوبت نورد  $m$  را نشان می‌دهد. به منظور تعیین  $\bar{B}_{[0]}^r$  و  $\bar{B}_{[n_r+1]}^r$  در نوبت نورد  $m$  از روش رو به عقب استفاده می‌شود. برای این منظور حرکت از بلوم  $[n_r+1]$  به  $[0]$  به صورت زیر انجام می‌پذیرد.

$$\bar{B}_{[n_r]}^r \leftarrow b_{[n_r]} \quad (21)$$

فاز دوم با محاسبه پنجره‌های زمانی هرکدام از نوبت‌های نورد شناسایی شده شروع می‌شود. سپس با روشی مشابه با فاز اول به کمک الگوریتم یافتن کوتاه‌ترین مسیر، مجموعه نوبت‌های نورد به همراه توالی آن‌ها مشخص می‌شود. در نهایت از بین مجموعه توالی‌های موجود توالی با کمترین هزینه انتخاب می‌گردد.

نوبت‌های نورد در صورت امکان با هم ترکیب شوند تا حداکثر استفاده از ظرفیت یک نوبت نورد به عمل آید. در ترکیب نوبت‌های نورد نیز شدنی بودن و غیر مسلط بودن نوبت‌های نورد مورد بررسی قرار می‌گیرد. الگوریتم طراحی شده در فاز اول زمانی متوقف می‌شود که دیگر نوبت نورد جدیدی به مجموعه نوبت‌های نورد موجود اضافه نشود.



شکل ۵. ساختار متدولوژی پیشنهادی جهت حل مدل زمانبندی واحد نورد

مسئله به کمک متدولوژی پیشنهادی بهتر مشخص شود. فرض می‌شود که هدف، زمانبندی ۸ بلوم باشد به گونه‌ای که هزینه تغییر نورد از یک بلوم به بلوم بعدی به صورت زیر باشد:

توالی بلوم‌ها	(۱،۴)	(۲،۶)	(۳،۲)	(۳،۵)	(۳،۶)	(۴،۲)	(۴،۵)	(۴،۷)	(۵،۱)	(۵،۲)	(۵،۸)	(۶،۱)	(۶،۴)	(۷،۱)	(۸،۳)
هزینه تغییر نورد	۹۰	۸۲	۱۰۲	۶۴	۵۸	۳۰	۷۲	۶۴	۴۲	۶۴	۱۰۱	۱۹۸	۷۶	۷۷	۹۷

و ۶ ایجاد شده است. این نوبت نورد در صورتی که بر اساس محدودیت‌های مدل توسعه داده شده، شدنی باشد و همچنین بر اساس رابطه تسلط، مغلوب نشود، یکی از نوبت‌های نوردی خواهد بود که به فاز دوم منتقل خواهد شد.

#### ۴. نتایج محاسباتی

قبل از پرداختن به نتایج محاسباتی ابتدا در این بخش به بررسی یک مثال با مقیاس زمانبندی ۸ بلوم پرداخته شده تا مراحل حل

در این صورت گراف حاصل به صورت شکل ۶ ترسیم می‌شود. گراف فوق گراف جهت‌داری است که نشان می‌دهد تغییر نورد از بلومی به بلوم دیگر چه قدر هزینه دارد. بلوم‌هایی که ارتباطی با یکدیگر ندارند (بین آن‌ها کمان وجود ندارد) دارای تفاوت زیادی از نظر مشخصات فیزیکی و شیمیایی می‌باشند به گونه‌ای که قرار گرفتن آن‌ها در یک نوبت نورد امکان‌پذیر نمی‌باشد. به عبارت دیگر هزینه نورد متوالی بلوم‌هایی با چنین شرایط بی‌نهایت می‌باشد. در فاز اول از متدولوژی پیشنهادی همان‌طور که اشاره شد کوتاه‌ترین مسیر بین جفت گره‌ها مورد بررسی قرار می‌گیرد. برای نمونه در شکل ۶ کوتاه‌ترین مسیر بین دو بلوم ۱ و ۶ نشان داده شده است. در حقیقت نوبت نوردی با ترتیب نورد بلوم‌های ۱، ۵، ۴

$$\bar{B}_1^r = \min\{228 - 64, 883\} = 164;$$

$$\bar{B}_0^r = \min\{164 - 0, \infty\} = 164;$$

با توجه به محاسبات فوق، محاسبات پیشرو به صورت زیر صورت می‌گیرد.

$$\bar{B}_0^r = 164;$$

$$\bar{B}_1^r = 164$$

$$\bar{B}_5^r = \max\{164 + 100, 50\} = 264;$$

$$\bar{B}_4^r = \max\{264 + 64, 75\} = 328;$$

$$\bar{B}_6^r = \max\{328 + 122, 420\} = 450;$$

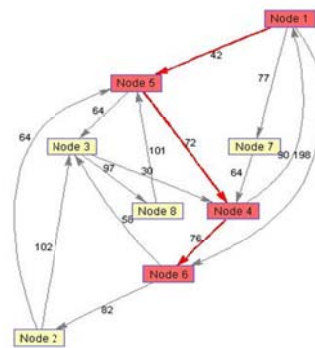
با توجه به محاسبات فوق مینیمم دوره زمانبندی شده به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$d_{min}^r = 450 - 164 = 286$$

از آنجا که  $d_{min}^r$  محاسبه شده با مجموع زمان‌های فرایند بلوم‌ها برابر نیست از این‌رو زمان انتظار وجود داشته و پنجره زمانی برای نوبت نورد (۱، ۵، ۴ و ۶) برابر با [164, 164] برای شروع و [450, 450] برای اتمام این نوبت نورد می‌شود.

نتایج محاسباتی جهت بررسی عملکرد متدولوژی پیشنهادی برای مسائل با ابعاد بزرگ‌تر در جدول ۱ نشان داده شده است. این نتایج با جواب دقیق به دست آمده از لینگو از نظر زمان حل و جواب حاصل مقایسه شده است. محاسبات صورت گرفته با استفاده از کامپیوتری با مشخصات پردازنده Intel(R) Core(TM) i5-2430M ، ۲.۴ گیگا هرتز، ویندوز 7 و ۴ گیگا بایت رم انجام شده است. جدول ۱ خلاصه نتایج محاسباتی الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد.

همان‌طور که جدول فوق نشان می‌دهد اختلاف جواب بدست آمده از الگوریتم پیشنهادی با لینگو بسیار کم بوده و از طرف دیگر این الگوریتم در زمان کوتاه‌تری در مقایسه با لینگو به جواب می‌رسد.



شکل ۶. تشکیل یک نوبت نورد به کمک کوتاه‌ترین

مسیر

با فرض اینکه نوبت نورد (۱، ۵، ۴ و ۶) از جمله نوبت‌های نورد شدنی و غیر مسلط باشد؛ یکی از گره‌های گراف مسئله در فاز دوم متدولوژی پیشنهادی خواهد بود. در این صورت لازم است که ابتدا پنجره زمانی مربوط به این گره (نوبت نورد) محاسبه شود. با فرض اینکه پنجره زمانی بلوم اول [600, 883]، بلوم پنجم [50, 400]، بلوم چهارم [75, 350] و بلوم ششم [420, 925] و زمان لازم جهت فرایند شدن بلوم اول ۱۰۰، بلوم پنجم ۶۴، بلوم چهارم ۱۲۲ و بلوم ششم ۹۷ دقیقه باشد، محاسبات مربوط به پنجره زمانی نوبت نورد (۱، ۵، ۴ و ۶) به صورت زیر می‌باشد.

بر اساس روش تشریح شده جهت محاسبه پنجره زمانی، ابتدا محاسبات پسرو صورت می‌گیرد:

$$\bar{B}_6^r = 925$$

$$\bar{B}_4^r = \min\{925 - 97, 350\} = 350;$$

$$\bar{B}_5^r = \min\{350 - 122, 400\} = 228;$$

جدول ۱. نتایج محاسباتی الگوریتم پیشنهادی

شماره مسئله	لینگو تعداد سفارشات	الگوریتم پیشنهادی			اختلاف با لینگو (%)
		جواب	زمان حل (S)	جواب	
۱	۱۰	۲۳۸۰۳۲	۷	۲۳۸۰۳۲	۰
۲	۱۳	۲۲۸۰۴۰	۱۲	۲۲۸۰۴۰	۰
۳	۱۶	۱۳۲۰۷۸	۴۷	۱۳۲۰۷۸	۰
۴	۱۹	۳۰۸۷۰۷	۴۹۳۲	۳۱۲۰۷۷	۱.۱
۵	۲۵	۲۹۶۳۹۰	۹۹۰۰	۳۰۱۸۵۹	۱.۸
۶	۳۰	۳۷۸۹۵۴	۱۲۰۶۰	۳۹۲۱۶۶	۳.۵
۷	۳۵	۵۷۴۲۳۴	۴۷۶۲۸	۵۹۶۴۲۰	۳.۹
۸	۴۰	۵۷۱۵۵۸	۷۶۳۲۰	۵۸۹۴۷۸	۳.۱
۹	۴۵	-	*	۷۲۲۵۴۳	-
۱۰	۵۰	-	**	۸۳۰۳۷۶	-

\*، \*\*: لینگو در زمان ۲۴ ساعت قادر به ارائه جواب نبوده است.

کمتر را ننگه می‌دارد. مقایسه انجام شده در شکل ۷ نشان می‌دهد که به طور متوسط در حدود ۲۵ درصد از گره‌های مسئله در فاز دوم (نوبت‌های نورد) از این طریق کاهش می‌یابد و در نتیجه در کاهش فضای جستجو و در نتیجه زمان حل مسئله نقش موثری ایفا می‌کند.

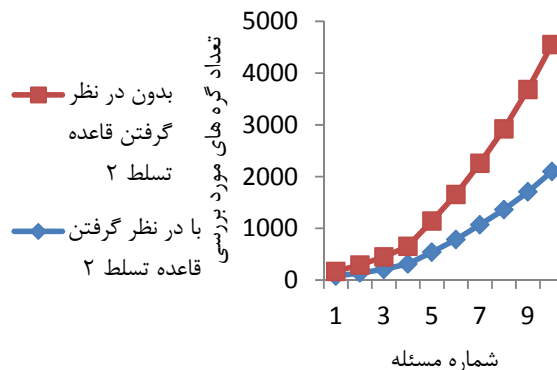
استفاده از رابطه تسلط اشاره شده (رابطه تسلط ۲) در متدولوژی پیشنهادی در کاهش زمان حل مسئله تاثیر زیادی داشته است. قاعده تسلط ۲، اصلاح شده قاعده تسلط ۱ است که نوبت‌های نوردی که از بلوم‌های یکسانی تشکیل یافته‌اند اما از توالی‌های متفاوتی برخوردار هستند را با هم مقایسه و نوبت نورد با هزینه

مسئله تأثیری زیادی داراست. از جمله ویژگی‌های متدولوژی ارائه شده برای حل مسئله زمانبندی نورد، تولید جواب‌های نزدیک به بهینه است که بر اساس روش ابتکاری ارائه شده در این مقاله در دو فاز بدست می‌آید. همچنین در این الگوریتم نیازی به تعیین تعداد نوبت‌های نورد از قبل نمی‌باشد. در حقیقت الگوریتم قادر است بر اساس ظرفیت و میزان تشابه بلوم‌ها و دیگر محدودیت‌های مسئله همزمان تعداد مناسب نوبت‌های نورد، توالی آن‌ها و همچنین تعداد بلوم‌هایی که در هر نوبت نورد قرار می‌گیرد به همراه توالی آن‌ها را مشخص نماید.

در بخش نتایج محاسباتی عملکرد مدل و الگوریتم ارائه شده در زمانبندی واحد نورد مورد بررسی قرار گرفته است. مقایسه نتایج با لینگو عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی را نشان داده و نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی هم از نظر زمان حل و هم از نظر فاصله با جواب بهینه از عملکرد مناسبی برخوردار است. همچنین میزان تأثیر قاعده تسلط به کار گرفته شده در کاهش فضا و زمان حل مسئله نیز مورد بررسی قرار گرفته است.

در مجموع این مقاله هم در حوزه تئوری و هم در حوزه عملی نوآوری‌های متمایزی را ارائه نموده است. از جمله مشخصاتی که در حوزه تئوری، این مقاله را متمایز نموده و به نوآوری‌های این تحقیق اضافه نموده است به شرح زیر می‌باشند:

- در مدل ارائه شده هزینه عدم استفاده از ظرفیت نیز در نظر گرفته شده است.
- در مدل ارائه شده ارتباط با واحد قبلی یعنی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته نیز لحاظ شده است. این ارتباط به صورت تعریف پنجره‌های زمانی برای بلوم‌ها صورت گرفته که زمان تحویل بلوم‌ها توسط واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته را بیان می‌کند.
- بر خلاف مدل‌های سنتی ادبیات که به بهینه‌سازی محلی تنها یک نوبت نورد می‌پردازند، مدل ارائه شده در این مقاله امکان ارائه چندین نوبت نورد به صورت همزمان را دارد.
- بر خلاف مدل‌های سنتی ادبیات که به بهینه‌سازی محلی چندین نوبت نورد می‌پردازند، اما بحث زمان‌بندی را در نظر نمی‌گیرند، مدل ارائه شده در این تحقیق همزمان گروه‌بندی سفارشات تولیدی به نوبت‌های نورد، تعیین توالی سفارشات در هر نوبت و زمانبندی را انجام می‌دهد. به عبارت دیگر در مدل ارائه شده دو بحث دسته‌بندی و زمانبندی به طور همزمان در نظر گرفته شده است.
- با توجه به اینکه چندین نوبت نورد همزمان ایجاد می‌شوند و از طرف دیگر زمانبندی نوبت‌های نورد نیز شکل می‌گیرد؛ بنابراین مشکل مواجه شدن با بهینه محلی که در مرور ادبیات بدان اشاره شده است وجود نخواهد داشت و هزینه‌های تأخیر سفارشات اشاره شده در برخی مدل‌های موجود در ادبیات نیز به وجود نخواهد آمد.



شکل ۷. نمودار بررسی عملکرد قاعده تسلط ۲

### ۵. نتیجه‌گیری

این مقاله به منظور اجرایی و عملی شدن برنامه تولید صنعت فولاد به ارائه راهکار مناسب به منظور زمانبندی واحد نورد می‌پردازد. واحد نورد یکی از مهم‌ترین فرایندهای صنعت فولاد است که بعد از فرایند ریخته‌گری پیوسته قرار دارد. بسیاری از تحقیقات این واحد را گلوگاه سیستم معرفی نموده‌اند. از طرف دیگر اهمیت این واحد به واسطه تأثیر آن بر محصول نهایی و همچنین مشخصات منحصر به فردی است که این فرایند دارد.

در این مقاله مدل ریاضی زمانبندی واحد نورد ارائه شده است. در مدل ارائه شده امکان زمانبندی چند نوبت نورد به صورت همزمان وجود دارد. تغییرات در سختی، عرض و دما، ظرفیت نوبت‌های نورد، نورد بلوم‌های با عرض یکسان و موارد دیگر از جمله محدودیت‌هایی است که در مدل ارائه شده در نظر گرفته شده‌اند. همچنین پنجره زمانی بلوم‌ها بر اساس ارتباط با واحد قبلی یعنی فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته از دیگر مواردی است که در این مدل لحاظ شده است. تابع هدف در مدل ارائه شده مینیمم کردن هزینه‌های توالی نوردها و ظرفیت استفاده نشده می‌باشد. مدل ارائه شده بر پایه مشاهدات و تجربیات صورت گرفته از محیط صنعتی و همچنین مطالعه ادبیات، مدلی عملی و کاربردی را نشان می‌دهد.

به منظور حل مدل ارائه شده الگوریتم پیشنهادی در دو فاز طراحی شده است. در فاز اول هدف جستجوی نوبت‌های شدنی و غیرمسلط نورد می‌باشد. به کمک الگوریتم پیشنهادی بر پایه کوتاه‌ترین مسیر، شناسایی نوبت‌های شدنی غیر مسلط نورد در فاز اول صورت می‌گیرد. در فاز دوم انتخاب نوبت‌های مناسب نورد و تعیین توالی آن‌ها به گونه‌ای که تابع هدف مسئله تأمین شود مد نظر قرار می‌گیرد. در این فاز پنجره زمانی مربوط به هر کدام از نوبت‌های نورد از طریق روش ارائه شده محاسبه می‌شود. بر اساس پنجره زمانی محاسبه شده برای نوبت‌های نورد و بر پایه محدودیت‌های مسئله با استفاده از الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر، توالی‌های مناسب نورد ارائه می‌شود. از بین مسیرهای تولید شده مسیر با کمترین هزینه جواب نهایی مسئله را ارائه می‌کند.

در الگوریتم پیشنهادی به کارگیری قاعده تسلط اصلاح شده متناسب با ساختار مسئله زمانبندی نورد در کاهش زمان حل

- [3] Tang L., Liu J., Rong A., Yang Z., "A multiple traveling salesman problem model for hot rolling scheduling in Shanghai Baoshan Iron & Steel Complex", *European Journal of Operational Research*, (2000), Vol. 124, pp. 267-282.
- [4] Wang X., Tang L., "Integration of batching and scheduling for hot rolling production in the steel industry", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, (2008), Vol. 36, pp. 431-441.
- [5] Lopez L., Carter M. W., Gendreau M., "The hot strip mill production scheduling problem: A tabu search approach", *European Journal of Operational research*, (1998), Vol. 106, pp. 317-335.
- [6] Liberatore R. L., "Hot Rolling Mill Optimization Model", *Computers & Industrial Engineering*, (1989), Vol. 17, Nos. 1-4, pp. 130-135.
- [7] Singh K. A., Srinivas, Tiwari M.K., "Modeling the slab stack shuffling problem in developing steel rolling schedules and its solution using improved Parallel Genetic Algorithms", *International Journal of Production Economics*, (2004), Vol. 91, pp. 135-147.
- [8] Tang L., Huang L., "Optimal and near-optimal algorithms to rolling batch scheduling for seamless steel tube production", *International Journal of Production Economics*, (2007), Vol. 105, pp. 357-371.
- [9] Vob S., Witt A., "Hybrid flow shop scheduling as a multi-mode multi-project scheduling problem with batching requirements: A real-world application" *International Journal of Production Economics*, (2007), Vol. 105, pp. 445-458.
- [10] Jing-ming Y., Hai-jun C., Fu-ping D., Tao Z., "Genetic Algorithm-Based Optimization Used in Rolling Schedule", *Journal of Iron and Steel Research*, *International*, (2008), Vol. 15, No. 2, pp. 18-22.
- [11] Chakraborti N., Siva K. B., Satish B. V., Moitra S., Mukhopadhyay A., "A new multi-objective genetic algorithm applied
- از طرف دیگر مدل و الگوریتم ارائه شده در این مقاله در حوزه عملی نیز این امکان را فراهم می‌کند تا علاوه بر استفاده حداکثری از ظرفیت تولیدی، افزایش بهره‌روی و افزایش کیفیت محصول در کنار تحویل به موقع لحاظ شود.
- پی نوشت**
1. Thickness
  2. Gauge
  4. Width
  5. Traveling salesman problem
  6. PCTSP: Prize collecting traveling salesman problem
  7. Greedy procedure
  8. Multiple traveling salesman problem
  9. Multiple container packing problem
  10. Multiple routes problem with multi-objective
  11. Vehicle routing problem time window
  12. Reheating furnace
  13. Roughing mill
  14. Finishing mill
  15. Coffin
  16. Warm up
  17. Staple
  18. Wide- out
  19. Coming- down
  20. Labeling
  21. Dijkstra
  22. ESPPRC: Elementary shortest path problem with resource constraints
  23. Non- dominated
  24. Elementary path
  25. Unreachable
  26. Dominance relation
  27. Pseudo Code
  28. Disjoint
  29. Departure
  30. Arrival
- مراجع**
- [۱] نهبانندی، نسیم؛ نخعی نژاد، مهدی، «ارائه مدل چند هدفه‌ی زمان‌بندی واحد فولادسازی و ریخته‌گری پیوسته در صنایع فولاد و متدولوژی حل ابتکاری بر اساس روش شاخه و کران، و تکنیک تخصیص خطی» *مهندسی صنایع و مدیریت شریف*، (۱۳۹۳)، دوره ۱-۳۰، شماره ۲، صفحه ۵۳-۶۶.
- [۲] هاشمی‌نژاد، سهراب؛ بیجاری، مهدی؛ اشرفی نصرآبادی، مهدی؛ «برنامه‌ریزی و زمان‌بندی سفارشات ناحیه نورد سرد فولاد مبارکه با استفاده از مدل برنامه‌ریزی ریاضی MIP» *نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید*، (۱۳۹۳)، شماره ۱، جلد ۲۵، صفحه ۵۶.

- Scheduling: Shortest Path with Resources Constraints Approach" International Journal of Industrial Engineering & Production Research", Dec. (2013), Vol. 24, No. 4, pp. 259- 268.
- [19] Hadera H., Harjunkoski I., Sand G., Grossmann I. E., Engell S., "Optimization of steel production scheduling with complex time-sensitive electricity cost", Computers and Chemical Engineering, (2015), Vol. 76, pp. 117-136
- [20] Chen Y., Lu Y., Ge M., Yang G., Pan C., "Development of hybrid evolutionary algorithms for production scheduling of hot strip mill", Computers & Operations Research, (2012), Vol. 39, pp. 339-349.
- [21] Zhao J., Wang W., Liu Q., Wang Z., Shi P., "A two-stage scheduling method for hot rolling and its application", Control Engineering Practice, (2009), Vol. 17, pp. 629-641.
- [22] Sörensen K., Cattrysse D., "A variable neighborhood search algorithm for scheduling the hot rolling operations at a steel mill", 978-1-4244-4870-8/09/\$26.00 ©(2009) IEEE.
- [23] Feillet D., Dejax P., Gendreau M., Gueguen C., "An exact algorithm for the elementary shortest path problem with resource constraints: Application to some vehicle routing problems", Networks, (2004), Vol. 44, pp. 216-229.
- [24] Azi N., Gendreau M., Potvin J., "An exact algorithm for a single-vehicle routing problem with time windows and multiple routes", European Journal of Operational Research, (2007), Vol. 178, pp. 755-766.
- to hot-rolling process", Applied Mathematical Modelling, (2008), Vol. 32, pp. 1781-1789.
- [12] Chen A. I., Yang G. K., Wu Z. M., "Production scheduling optimization algorithm for the hot rolling processes", International Journal of Production Research, April (2008), Vol. 46, No. 7, pp. 1955-1973.
- [13] Jun Z., Quan-Li L., Wei W., "Models and Algorithms of Production Scheduling in Tandem Cold Rolling", Acta Automatica Sinica, (2008), Vol. 34. No. 5.
- [14] Dongfen G., Fuliang L., Tieke L., "Integrated Batch Planning Model and Algorithm for Steelmaking-continuous Casting-hot Rolling", (2009), 978-1-4244-2800-7/09/\$25.00 ©IEEE.
- [15] Pan C., Yang G. K., "A method of solving a large-scale rolling batch scheduling problem in steel production using a variant of column generation", Computers & Industrial Engineering, (2009), Vol. 56, pp. 165-178.
- [16] Zhao J., Liu Q., Wang W., Wei Z., Shi P., "A parallel immune algorithm for traveling salesman problem and its application on cold rolling scheduling" Information Sciences, (2011), Vol. 181, pp. 1212-1223.
- [17] As'ad R., Demirli K., "Production scheduling in steel rolling mills with demand substitution: Rolling horizon implementation and approximations", International Journal of Production Economics, (2010), Vol. 126, pp. 361-369.
- [18] Reisi-Nafchi M., Moslehi G., "Cockpit Crew Pairing Problem in Airline