



## A Multi-Objective Fuzzy Job Shop Scheduling by Extremal Optimization

M.Nosratabadi, M.Vafaei Jahan\* & M.R. Akbarzadeh Totonchi

Masoud Nosratabadi, M.S. Computer, Azad University, Mashhad, Iran

Majid Vafaei Jahan, Computer Engineering Department, Azad University, Mashhad, Iran

Mohamad Reza Akbarzadeh Totonchi, Computer and Electronic Engineering Department, Ferdusi Mashhad University, Mashhad, Iran

### Keywords

Fuzzy Job Shop Scheduling,  
Extremal Optimization,  
Multi-Objective Problems

### ABSTRACT

*Job shop scheduling deals with distributions between jobs in order to find a schedule with minimum possible time. To formulate job shop scheduling problems, various factors such as the activity processing time and due date for delivering jobs are often ambiguously known to the analyst. In these situations, the use of fuzzy parameters and multi-objective goals based on fuzzy knowledge seems necessary. Since this problem is non polynomial, we propose a method based on extremal optimization in order to select and modify less valuable but more probable activities. This method leads to decrease the number of less valuable activities and to increase the number of activities with the same value. In such cases, any partial change in scheduling may produce big changes. For instance, it leads to escape from local optima and move toward global one. Lots of simulations on  $6 \times 6$  and  $10 \times 10$  experimental data, demonstrate proper convergence rate and good results in comparison with other methods. The correctness of given results and proposed algorithm have been proven by means of axiom of convergence, statistical t-test t and possibility error (F).*

© 2013 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 24, No. 3, All Rights Reserved

\*  
Corresponding author. Majid Vafaei Jahan  
Email: [VafaeiJahan@mshdiau.ac.ir](mailto:VafaeiJahan@mshdiau.ac.ir)

## زمانبندی کار فازی چند هدفه با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی اکسترمال

مسعود نصرت آبادی، مجید وفایی جهان\* و محمد رضا اکبرزاده توتونچی

### چکیده:

مساله زمانبندی کارکارگاهی به بررسی نحوه توزیع کارها بین ماشین‌ها می‌پردازد به طوری که کارها در کمترین زمان ممکن انجام شوند. در این مساله فاکتورهایی نظیر زمان پردازش فعالیت‌ها و زمان موعده مقرر برای تحویل کارها، اغلب بصورت مبهم برای تحلیل‌گر تعریف می‌شوند. در چنین شرایطی، استفاده از پارامترهای فازی و اهداف چندگانه مبتنی بر علم فازی، لازم به نظر می‌رسد. که باعث ایجاد مساله زمانبندی کارکارگاهی فازی می‌شود. این مساله از مسائل غیر چندجمله‌ای (NP) می‌باشد، به همین دلیل روشی مبتنی بر الگوریتم اکتشافی بهینه‌سازی اکسترمال پیشنهاد می‌شود. به طوری که فعالیت‌های کم ارزش را با احتمال بیشتر انتخاب و تغییر می‌دهد، این باعث می‌شود تعداد فعالیت‌های کم ارزش، کمتر و تعداد فعالیت‌های با ارزش یکسان، بیشتر شود در این حالت هر تغییر جزئی در زمانبندی، تغییرات زیادی در آن ایجاد می‌کند بنابراین باعث فرار از بهینه محلی شده و به سمت بهینه سراسری حرکت می‌کند. با توجه به نتایج حاصل از شبیه‌سازی بر روی داده‌های آزمایشی  $6 \times 6$  و  $10 \times 10$ ، روش پیشنهادی، رضایتمندی مطلوبی از اهداف مساله را با سرعت همگرایی مناسب، در مقایسه با روش‌های دیگر نشان می‌دهد، درستی جواب‌های ارائه شده و همچنین صحت روش پیشنهادی با استفاده از اصل همگرایی، آزمون آماری  $t$  و خطای امکان‌پذیری (F) اثبات شده است.

### کلمات کلیدی

زمانبندی کارکارگاهی فازی،  
الگوریتم بهینه‌سازی اکسترمال،  
مسائل چند هدفه

### ۱. مقدمه

در دهه گذشته، کاربرد مختلف مسائل زمانبندی در حوزه‌های مختلفی از قبیل صنعت، اقتصاد و علوم پایه سبب شده تا تحقیقات گسترده‌ای در این زمینه صورت گیرد. به طور خاص، تلاش‌های قابل توجهی در زمینه توسعه و تکامل الگوریتم‌های اکتشافی برای این منظور صورت گرفته است. مساله زمانبندی کارکارگاهی<sup>۲</sup> یکی از سخت‌ترین مسائل بهینه‌سازی ترکیبی می‌باشد که به

تاریخ وصول: ۹۰/۶/۹

تاریخ تصویب: ۹۱/۲/۹

مسعود نصرت آبادی، کارشناس ارشد مهندسی کامپیوتر- نرم افزار، دانشگاه آزاد اسلامی- واحد مشهد، Msd.Nosratabadi@gmail.com

\*نویسنده مسئول مقاله: دکتر مجید وفایی جهان<sup>۱</sup> استادیار گروه کامپیوتر-

نرم افزار، دانشگاه آزاد اسلامی- واحد مشهد. VafaeiJahan@mshdiau.ac.ir

دکتر محمد رضا اکبرزاده توتونچی استاد گروه برق و کامپیوتر، دانشگاه

فردوسی مشهد، Akbarzadeh@ieee.org

عنوان یک مساله  $NP - hard$  معروف است [۱]، بطوریکه تاکنون الگوریتم‌های اکتشافی زیادی برای حل آن پیشنهاد شده- است. یکی از اولین تلاش‌های صورت گرفته جهت زمانبندی کارکارگاهی، ارائه نوعی الگوریتم ژنتیک بود که می‌توان آن را در کار تحقیقاتی دیویس<sup>۳</sup> در سال ۱۹۸۵ ملاحظه نمود [۲]. پس از آن تعداد قابل توجهی از کاربردهای الگوریتم ژنتیک و دیگر الگوریتم‌های اکتشافی در مسائل زمانبندی کار کارگاهی به چشم می‌خورد [۳-۴-۵]. در این مقاله به دلیل ویژگی‌های خاص نوعی الگوریتم اکتشافی، به نام الگوریتم بهینه‌سازی اکسترمال [۶]، به حل نوعی مساله زمانبندی کار کارگاهی، با استفاده از این الگوریتم پرداخته می‌شود. در مسائل زمانبندی کارکارگاهی، فاکتورهای مختلفی از جمله زمان پردازش هر فعالیت و زمان موعده مقرر تحویل کار، به صورت مقادیری دقیق و قطعی تعریف می‌گردد. البته به هنگام فرمول‌بندی مسائل زمان بندی کارکارگاهی، بسیاری از فاکتورها بطور ناقص یا مبهم برای

<sup>3</sup> Davis

<sup>2</sup> Job shop scheduling problem

اکسترمال جهت زمانبندی کار کارگاهی فازی و مشاهده نتایج آن، از مجموعه داده‌های عددی  $6 \times 6$  و  $10 \times 10$  که در [۳] ارائه شده است، استفاده می‌شود. در ادامه در بخش 2 مساله کار کارگاهی فازی تعریف می‌شود و در بخش 3 عملگرهای فازی استفاده شده توضیح داده می‌شود و سپس در بخش 4 اهداف مساله مطرح می‌شود، در بخش 5 روش پیشنهادی بیان می‌شود و در نهایت شبیه‌سازی و مقایسه نتایج آزمایشگاهی همراه با آزمون آماری جهت اثبات درستی روش پیشنهادی و همچنین مثالی جهت بررسی و مقایسه نهایی جواب مساله بیان می‌شود.

## ۲. تعریف مساله کار کارگاهی فازی

در مساله زمانبندی کار کارگاهی  $r$  ماشین  $M = \{M_1, \dots, M_r\}$  و  $n$  کار  $j = \{j_1, \dots, j_n\}$  وجود دارد که در آن کارها باید بر روی ماشین‌ها پردازش شوند. در این مدل می‌توان فرض کرد که هر کاری باید بر روی همه ماشین‌ها پردازش شود. پردازش کار  $j$  بر روی ماشین  $i$  یک فعالیت نامیده می‌شود و به صورت زوج مرتب  $(i, j)$  و یا به صورت  $O_{ij}$  نشان داده می‌شود و همچنین هر کار شامل  $m$  عملیات می‌باشد  $O = \{O_{i1}, \dots, O_{im}\}$ . بین هر دو فعالیت، یک کار، یک رابطه پیش‌نیازی وجود دارد، ولی بین هر دو فعالیت از کارهای مختلف هیچ گونه رابطه پیش‌نیازی وجود ندارد. هر یک از کارها برای پردازش بر روی ماشین‌ها دارای یک مسیر پردازش مختص خود است که بوسیله توالی ماشین‌ها مشخص می‌شود و در واقع روابط پیش‌نیازی ما بین فعالیت‌های آن را نشان می‌دهد. علاوه بر محدودیت‌های فوق، مفروضات و محدودیت‌های دیگری نیز وجود دارد که عبارتند از [۱۱-۱۲]:

۱. کارها از توالی منظم عملیات تشکیل شده است.
۲. یک کار، دو بار روی یک ماشین اجرا نمی‌شود.
۳. از هر ماشین فقط یک نوع در کارگاه موجود است.
۴. پس از شروع عملیات با یک ماشین قطع آن مجاز نیست.
۵. هر ماشین در یک زمان فقط می‌تواند یک عملیات را انجام دهد.
۶. هر ماشین پیوسته برای تولید در دسترس است.
۷. یک کار به طور همزمان نمی‌تواند روی چند ماشین اجرا شود.

یکی از فاکتورهای مهمی که در مساله زمانبندی کار کارگاهی وجود دارد زمان موعده مقرر برای تحویل هر کار می‌باشد، منظور از زمان موعده مقرر، حداکثر زمانی است که برای تکمیل یک کار در نظر گرفته می‌شود که در واقع زمان تکمیل هر کار باید کمتر از زمان موعده مقرر آن کار باشد. بر خلاف مساله زمانبندی کلاسیک  $m \times n$ ، در این مساله زمان پردازش هر عمل و زمان موعده مقرر هر کار به صورت مقادیری فازی می‌باشند. در مساله

تحلیل‌گر تعریف می‌شوند [۷، ۱۹]. این مشکل بطور خاص در بسیاری از موقعیت‌های دنیای واقعی، مخصوصاً هنگامی که عوامل انسانی در اینگونه مسائل دخیل می‌گردند، صادق می‌باشد. در چنین شرایطی، در نظر گرفتن زمان پردازش فازی با توجه به عوامل انسانی مناسب‌تر می‌باشد و زمان موعده مقرر فازی نیز باعث تحمل تاخیر احتمالی در زمان انجام کار می‌شود. به طور واضح‌تر، با ملاحظه برخی از عوامل انسانی موجود در عملیات و برنامه‌ریزی زمانبندی کار کارگاهی، بطور غیر قابل انکاری به فازی بودن زمان‌های پردازش، پی برده می‌شود و با توجه به زمان‌های موعده مقرر تحویل کارها می‌توان موقعیت‌های مختلفی را در نظر گرفت، که در آنها رضایتمندی زمان موعده مقرر مطلوب می‌باشد و البته با مقدار معینی تاخیر، درجه رضایتمندی کاهش می‌یابد. گری<sup>۱</sup> و همکارانش [۸، ۱] ثابت کردند که مساله زمانبندی کار کارگاهی یک مساله  $NP - hard$  است، بنابراین از آنجایی که مساله زمانبندی کار کارگاهی فازی بسط مساله زمانبندی کار کارگاهی با زمان پردازش فازی برای هر فعالیت و زمان موعده مقرر فازی برای تحویل هر کار می‌باشد، این مسئله قویاً  $NP - hard$  خواهد بود.

به همین دلیل در این مقاله برای ایجاد حل مساله زمانبندی کار کارگاهی از الگوریتم اکتشافی بهینه‌سازی اکسترمال استفاده می‌شود. به طور معمول برای مسائل زمانبندی کار کارگاهی از جمله مسئله زمانبندی کار کارگاهی فازی تنها یک تابع هدف در نظر گرفته می‌شود، اما برای انعکاس مناسب‌تر موقعیت‌های دنیای واقعی، در زمانبندی کار کارگاهی فازی، استفاده از توابع چندهدفه مطلوب و لازم به نظر می‌رسد، بدین منظور در این مقاله یک زمانبندی چند هدفه تعریف می‌شود.

از این رو بر اساس زمان تکمیل فازی هر کار، زمان موعده مقرر فازی برای تحویل هر کار و شاخصی برای بیان میزان رضایتمندی زمان انجام هر کار، در برابر زمان موعده مقرر تحویل آن کار (شاخص توافق<sup>۲</sup>)، زمانبندی چند هدفه کار کارگاهی فازی، با سه هدف: بیشینه کردن مینیمم شاخص توافق، بیشینه کردن میانگین شاخص توافق و کمینه کردن ماکزیمم زمان تکمیل فازی کارها تعریف می‌شود [۹]. علاوه بر این، با در نظر گرفتن ماهیت غیر قطعی تصمیم‌گیری‌های انسانی، فرض می‌شود که فرد تصمیم گیرنده برای هر یک از توابع هدف، دارای یک هدف فازی می‌باشد و بعد از مشخص کردن توابع عضویت خطی این اهداف، برای ادغام آنها، از روش فازی بلمن<sup>۳</sup> و زاده<sup>۴</sup> [۱۰] یا عملگر مینیمم استفاده می‌شود. برای بیان کارآمدی الگوریتم بهینه‌سازی

<sup>1</sup> Garey

<sup>2</sup> Agreement index

<sup>3</sup> Bellman

<sup>4</sup> Zadeh

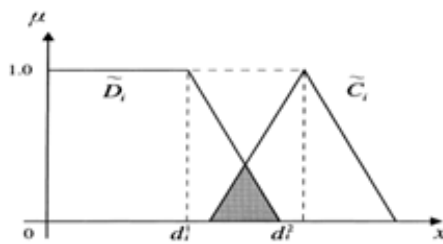
فعالیت قبلی بر روی ماشین  $r$  می‌باشد، برای ماکزیمم‌گیری دو عدد فازی مثل  $\tilde{A} = (a^1, a^2, a^3)$  و  $\tilde{B} = (b^1, b^2, b^3)$  که توابع عضویت آنها را با  $\mu_{\tilde{A}}$  و  $\mu_{\tilde{B}}$  نشان می‌دهیم، با توجه به روش زاده تابع عضویت  $\mu_{\tilde{A} \vee \tilde{B}}(z)$  ماکزیمم  $(\tilde{A} \vee \tilde{B})$  بصورت زیر به دست می‌آید:

$$\mu_{\tilde{A} \vee \tilde{B}}(z) = \sup \min(\mu_{\tilde{A}}(x), \mu_{\tilde{B}}(y)) \quad (3)$$

اما به دلیل اینکه عدد فازی بدست آمده از عملگر ماکزیمم فوق، یک عدد فازی مثلثی نمی‌باشد، عملیات ماکزیمم‌گیری به صورت زیر تقریب زده می‌شود [۱۴]:

$$A \vee B = (a^1 \vee b^1, a^2 \vee b^2, a^3 \vee b^3) \quad (4)$$

در زمانبندی کار کارگاهی فازی، زمان تکمیل هر کار نیز بصورت یک مقدار مثلثی فازی می‌باشد و از این رو زمانی که کمینه‌شدن ماکزیمم زمان تکمیل فازی، به عنوان یکی از اهداف زمانبندی در نظر گرفته می‌شود، نیاز به رتبه بندی کلی کارها، بر حسب زمان تکمیل آنها می‌باشد. متأسفانه عملگر ماکزیمم که پیش‌تر به آن اشاره شد نمی‌تواند برای این رتبه بندی استفاده شود، از این در این مقاله از روش مرتب سازی اعداد فازی [۱۵] که بر پایه استفاده از سه ضابطه زیر است، استفاده می‌شود.



شکل ۲. شاخص توافق (IA)

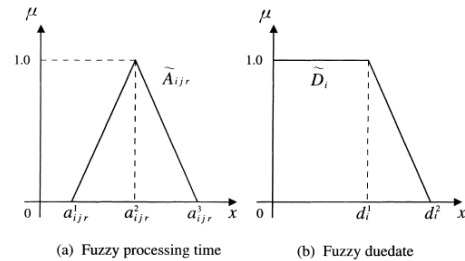
$$C_{r1}(A) = \frac{a^1 + 2a^2 + a^3}{4}, C_{r2}(A) = a^2, C_{r3}(A) = a^3 - a^1 \quad (5)$$

روند الگوریتم به این صورت است:

| Algorithm 1: Ranking Method for TFNs |  |
|--------------------------------------|--|
| 1                                    | order the TFNs according to the value of $Cr_1$                  |
| 2                                    | if there are TFNs with identical value of $Cr_1$ then            |
| 3                                    | order these TFNs using the real value $Cr_2$                     |
| 4                                    | if there are TFNs with identical value of $Cr_1$ and $Cr_2$ then |
| 5                                    | rank then using $Cr_3$   |

<sup>1</sup> Total ordering

زمانبندی کار کارگاهی فازی، زمان پردازش عملیات  $O_{i,j,r}$  از طریق متغیر مثلثی فازی  $\tilde{A}_{i,j,r}$  که بصورت سه‌تایی  $(a_{k,i,r}^1, a_{k,i,r}^2, a_{k,i,r}^3)$  نشان داده می‌شود، بیان می‌شود (شکل ۱. a). همچنین زمان موعد مقرر مربوط به کار  $i$  با متغیر فازی  $\tilde{D}_i$  که بصورت دو تایی  $(d_i^1, d_i^2)$  مشخص است، بیان می‌شود (شکل ۱. b).



شکل ۱. زمان پردازش فازی و زمان موعد مقرر فازی

زمان تکمیل فازی هر کار نیز به صورت یک عدد مثلثی فازی نمایش داده می‌شود و برای اینکه در مساله زمانبندی کار کارگاهی فازی، درجه رضایتمندی زمان تکمیل هر کار نسبت به زمان موعد مقرر آن کار محاسبه شود، شاخصی به نام شاخص توافق تعریف می‌شود که با توجه به شکل (2) مقدار شاخص توافق، برابر با مقدار فضای مشترک بین دو مقدار زمان تکمیل کار فازی و زمان موعد مقرر فازی، تقسیم بر فضای تکمیل کار فازی است [۹].

$$AI = \frac{\text{area}(\tilde{C}_i \cup \tilde{D}_i)}{\text{area}(\tilde{C}_i)} \quad (1)$$

در واقع شاخص توافق انعطاف‌پذیری مساله کار کارگاهی فازی را در برابر وجود محدودیت زمان موعد مقرر نشان می‌دهد.

### ۳. عملگرهای فازی

برای بدست آوردن زمان تکمیل هر فعالیت می‌بایست زمان پردازش فعالیت را، با زمان شروع آن فعالیت جمع کنیم، که برای جمع دو عدد فازی مثلثی  $\tilde{A} = (a^1, a^2, a^3)$  و  $\tilde{B} = (b^1, b^2, b^3)$  بصورت زیر عمل می‌شود [۱۳]:

$$A + B = (a^1 + b^1, a^2 + b^2, a^3 + b^3) \quad (2)$$

واضح است که برای بدست آوردن زمان تکمیل هر کار نیز از عملگر جمع استفاده می‌شود. عملگر دیگری که استفاده می‌شود، عملگر ماکزیمم می‌باشد که برای بدست آوردن زمان شروع یک فعالیت استفاده می‌شود، زمان شروع برای فعالیت  $O_{i,j,r}$  مقدار ماکزیمم بین زمان تکمیل فعالیت قبلی در کار  $j$  و زمان تکمیل

## ۴. اهداف مساله

به طور معمول برای مسائل زمانبندی کار کارگاهی، تنها یک تابع هدف در نظر گرفته می‌شود، اما برای انعکاس مناسب‌تر موقعیت‌های دنیای واقعی، در زمانبندی کار کارگاهی فازی، استفاده از توابع چندهدفه مطلوب و لازم به نظر می‌رسد. بدین منظور در این مقاله یک زمانبندی چند هدفه تعریف می‌شود. همانطور که اشاره شد شاخص توافق برای بیان درجه رضایتمندی زمان تکمیل کار نسبت به زمان موعده مقرر تحویل آن کار می‌باشد، برای بیان درجه رضایتمندی حاصل از شاخص توافق برای کل کارها، میانگین شاخص توافق کل کارها بدست می‌آید و سعی می‌شود که بیشینه شود، بنابراین اولین هدف مساله زمانبندی کار کارگاهی فازی در این مقاله بیشینه کردن میانگین شاخص توافق بیان می‌شود. در این زمانبندی باید از ارضا شدن تمامی زمان‌های موعده مقرر اطمینان حاصل شود، بنابراین هدف دوم برای زمانبندی کار کارگاهی فازی بیشینه کردن مینیمم شاخص توافق می‌باشد. سومین هدف از زمانبندی کار کارگاهی فازی مانند زمانبندی کار کارگاهی کلاسیک، کمینه کردن ماکزیمم زمان تکمیل کارها می‌باشد. بنابراین سه هدف مساله را می‌توان بصورت زیر بیان کرد [۱۶،۳]:

$$G_1 : \text{Maximize } Z_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n AI_i \quad (6)$$

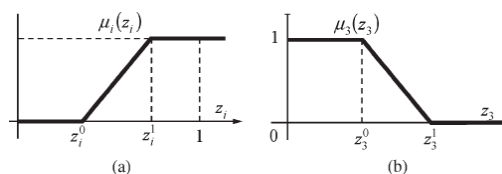
$$G_2 : \text{Maximize } Z_2 = \min_{i=1, \dots, n} AI_i \quad (7)$$

$$G_3 : \text{Minimize } Z_3 = C_{r1} (C_{max}) \quad (8)$$

برای بدست آوردن درجه رضایتمندی اهداف سه‌گانه و تابع تناسب کلی برای زمانبندی کار کارگاهی فازی از یک چارچوب تصمیم‌گیری فازی استفاده می‌شود [۱۰]، از این رو درجه رضایتمندی سه هدف فوق برابر است با:

$$\mu_D(s) = \min(\mu_{G1}(s), \mu_{G2}(s), \mu_{G3}(s)) \quad (9)$$

به‌طوری‌که در رابطه بالا  $\mu_{Gi}$  نشان دهنده درجه رضایتمندی از هدف  $G_i$  و  $i = 1, 2, 3$  بوده و هدف کلی پیدا کردن برنامه زمانی  $s \in S$  می‌باشد که درجه رضایت  $\mu_D(s)$  را ماکزیمم نماید.



شکل ۳. توابع عضویت اهداف سه‌گانه برای محاسبه درجه رضایتمندی

برای مطرح کردن دقیق مقدار برازندگی مساله، درجه رضایتمندی اهداف سه‌گانه باید تعریف شوند. در مورد دو هدف اول و دوم ( $G_1, G_2$ ) در صورتیکه  $i = 1, 2, z_i = 0$  باشد، درجه رضایتمندی صفر خواهد بود و در صورتیکه  $i = 1, 2, z_i = 1$  باشد، درجه رضایتمندی یک خواهد بود، در واقع کاملاً راضی کننده است. علاوه بر این با افزایش مقدار  $z_i$  و  $i = 1, 2$  از صفر به یک، درجه رضایتمندی نیز افزایش می‌یابد، بنابراین درجه‌های رضایتمندی برای دو هدف اول توسط  $\mu_i(z_i) = \mu_{Gi}(s)$ ،  $i = 1, 2$  بدست می‌آید که  $\mu_i: [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  یک تابع صعودی است، به طوری که  $\mu_i(0) = 0$ ،  $\mu_i(1) = 1$ ،  $i = 1, 2$  می‌باشد [۱۰] و بصورت یک تابع خطی تعریف می‌شود (رابطه ۱۰):

$$\text{for } i = 1, 2, \mu_i(z_i) = \begin{cases} 0 & z_i \leq z_i^0 \\ \frac{z_i - z_i^0}{z_i^1 - z_i^0} & z_i^0 < z_i < z_i^1 \\ 1 & z_i \geq z_i^1 \end{cases} \quad (10)$$

به‌طوری‌که  $i = 1, 2, z_i^0 < z_i^1$  نمایانگر مقادیری می‌باشند که به ترتیب حداقل و حداکثر رضایت را فراهم می‌نمایند (شکل ۳-۱). درجه رضایتمندی برای هدف سوم ( $G_3$ ) از طریق  $\mu_3(s) = \mu_{G3}(s)$  حاصل می‌شود به طوری‌که  $\mu_3: [0, \infty] \rightarrow [0, 1]$  یک تابع نزولی می‌باشد [۱۰].  $\mu_3$  نیز به صورت یک تابع خطی تعریف می‌شود (رابطه ۱۱):

$$\mu_3(z_3) = \begin{cases} 1 & z_3 \leq z_3^0 \\ \frac{z_3 - z_3^1}{z_3^0 - z_3^1} & z_3^0 < z_3 < z_3^1 \\ 0 & z_3 \geq z_3^1 \end{cases} \quad (11)$$

به‌طوری‌که  $z_3^0 < z_3^1$  نمایانگر مقادیری می‌باشند که به ترتیب حداکثر و حداقل رضایت را فراهم می‌کنند (شکل ۳-۲). مقادیر دو پارامتر  $z_3^0$  و  $z_3^1$  در روابط فوق از طریق آزمایش بدست می‌آیند. در نهایت تابع هدف کلی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$f(s) = \min\{\mu_1(z_1), \mu_2(z_2), \mu_3(z_3)\} \quad (12)$$

به طوری‌که  $s$  یک برنامه زمانی ممکن می‌باشد. در نهایت جواب مساله کار کارگاهی فازی، یک زمانبندی می‌باشد، که بیشترین مقدار برازندگی را بر اساس تابع هدف دارا باشد.

به عنوان فرایندی برای ایجاد زمانبندی‌های فعال در نظر گرفته می‌شود [۹]. از این الگوریتم می‌توان به عنوان مبنایی برای الگوریتم اکستریمال در حل مسائل کار کارگاهی فازی استفاده نمود. در این الگوریتم با توجه به هر فعالیت  $O_{i,j}$  زمان شروع، توسط  $ST(O)$  نشان داده می‌شود و مدت زمان آن وظیفه نیز توسط  $du(O)$  نمایش داده می‌شود. توجه داشته باشید که زمان تکمیل فعالیت نیز یک عدد مثلثی فازی  $C(O)$  می‌باشد.

**Algorithm 2: Fuzzy G&T**

- 1:  $A = \{O_{i,j}, i = 1, \dots, n\}$ ; /\*fitness task of each job\*/
- 2: while  $A \neq \emptyset$  do
- 3: find the task  $O' \in A$  whit minimum earliest completion time /\*  $C(O')^3$  \*/
- 4: Let  $M'$  be the machine required by  $O'$  and B the subset of tasks in  $A$  requiring machine  $M'$
- 5: Remove from  $B$  any task  $O$  that cannot overlap whit  $O'$ ; /\*  $ST(O)^1 > C(O')^3$  \*/
- 6: select  $O^* \in B$  according to some criterion (e.g., randomly) to be scheduled;
- 7: Remove  $O^*$  from  $A$  and insert in  $A$  the task following  $O^*$  in the job if  $O^*$  is not the last task of its job.

از آنجا که زمان تکمیل به صورت یک عدد فازی مثلثی نشان داده می‌شود، در اجرای این الگوریتم در زمانبندی کار کارگاهی فازی، انتخاب یکی از این سه عدد به عنوان استاندارد، لازم می‌باشد، در این مقاله  $C(O)^3$  به عنوان یک استاندارد انتخاب شده است.

**۳-۵. برازش محلی**

همانطور که بیان شد ویژگی اصلی و هسته مرکزی اجرای الگوریتم بهینه‌سازی اکستریمال، نیاز الگوریتم به دانستن شایستگی سلول‌ها (شایستگی محلی)، علاوه بر شایستگی کلی جواب است. برای بدست آوردن شایستگی محلی فعالیت‌ها، زمان بیکار بودن فعالیت، از زمان پایان فعالیت قبلی در آن کار بدست می‌آید و همچنین مجموع زمان بیکاری، کاری که فعالیت به آن اختصاص دارد، محاسبه می‌شود، که در نهایت با توجه این مقادیر، مقدار برازندگی محلی هر کدام از فعالیت‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Local\ fit(O_{i,j}) = \frac{1}{gap(O_{i,j}) + gap(j)} \quad (13)$$

در رابطه فوق  $gap(O_{i,j})$  زمان بیکار بودن فعالیت و  $gap(j)$  زمان بیکاری کار  $j$  می‌باشد، این دو زمان بصورت اعداد فازی

**۵. زمانبندی کار کارگاهی فازی با الگوریتم اکستریمال**

الگوریتم بهینه‌سازی اکستریمال<sup>۱</sup> الگوریتمی اکتشافی است که از مدل بک-اسنپن [۱۵] الهام گرفته شده است. مشخص‌ترین تفاوت الگوریتم بهینه‌سازی اکستریمال و دیگر الگوریتم‌های اکتشافی نظیر الگوریتم ژنتیک، نیاز الگوریتم به دانستن شایستگی سلول‌ها (شایستگی محلی) علاوه بر شایستگی کلی جواب است. در واقع این ویژگی الگوریتم بهینه‌سازی اکستریمال، هسته مرکزی و عامل کار آن است [۱۵]. حل مساله کار کارگاهی دارای دو مرحله می‌باشد، اول اینکه نیازمند پیدا کردن یک برنامه زمانی قابل اجرا می‌باشد، به طوریکه تمام محدودیت‌ها برقرار شوند و دوم اینکه، این برنامه زمانبندی باید بهینه باشد، که در این صورت لازم است اهداف مساله به بهترین نحو ارضا شوند.

**۱-۵. ساختار پاسخ**

در این مقاله از روش نمایش بر مبنای فعالیت [۱۲] برای نمایش جواب مساله استفاده شده است در روش مبتنی بر فعالیت هر خانه از جواب، برای یک فعالیت در نظر گرفته شده است، که هر خانه خود به دو بخش تقسیم می‌شود.

|                |          |          |          |          |          |          |          |          |          |
|----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| برازندگی محلی  | ۰.۳۳۴    | ۰.۷۵۰    | ۰.۳۳۵    | ۰.۷۸۱    | ۰.۹۲۹    | ۰.۱۲۷    | ۰.۸۱۱    | ۰.۴۸۳    | ۰.۶۴۱    |
| اطلاعات فعالیت | ۳        | ۲        | ۲        | ۱        | ۱        | ۲        | ۳        | ۱        | ۳        |
|                | $J_{11}$ | $J_{11}$ | $J_{22}$ | $J_{11}$ | $J_{12}$ | $J_{22}$ | $J_{22}$ | $J_{12}$ | $J_{22}$ |
|                | $M_1$    | $M_1$    | $M_2$    | $M_1$    | $M_2$    | $M_2$    | $M_2$    | $M_1$    | $M_2$    |

شکل ۴. نمایش ساختار جواب با روش مبتنی بر فعالیت، برای یک مساله  $3 \times 3$

یکی برای اطلاعات مربوط به فعالیت و دیگری مقدار تابع تناسب محلی می‌باشد (شکل ۴)، در این ساختار برای یک مساله  $m$  کار و  $m$  ماشین هر جواب شامل  $m \times m$  خانه خواهد بود، هر کار دقیقاً  $m$  مرتبه ظاهر می‌شود و هر مرتبه به یک فعالیت تعلق دارد.

**۲-۵. ایجاد برنامه زمانی فعال**

در زمانبندی کار کارگاهی، جستجوی برنامه زمانی بهینه، محدود به فضای زمان بندی فعال<sup>۲</sup> می‌شود. یک زمان بندی موجه، فعال نامیده می‌شود اگر نتوان آن را تغییر داد به نحوی که تعدادی از عملیات زودتر تکمیل شوند بدون اینکه عملیاتی دیرتر به پایان برسند. در یک زمانبندی فعال به محض اینکه ماشین و کار برای پردازش آماده باشند، پردازش کار انجام می‌شود. الگوریتم G&T

<sup>1</sup> Extremal optimization  
<sup>2</sup> active

مثلی می‌باشند که برای بدست آوردن مقادیر غیر فازی از روابط استفاده شده در الگوریتم رتبه‌بندی استفاده می‌شود.

#### ۴-۵. اجرای الگوریتم

مراحل کلی زمانبندی کار کارگاهی فازی با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی اکستریمال با پارامتر  $\tau$  به شرح زیر است :

#### Algorithm 3 : $\tau$ - EO algorithm for MOFJSSP

- 1: Set a job schedule selected from the fuzzy G&T algorithm as the initial permutation  $P$
- 2: Do{
- 3: *Iteration*++;
- 4: compute its total fitness, and  $P_{best}=P$ , and *best total fitness*=total fitness;
- 5: Compute the local fitness  $O_{i,j}$  of schedule  $P$  ;/\* by formula (10) \*/
- 6: Rank the species according to their fitness  $O_{i,j}$ ;
- 7: Generate a random value  $rand \in [0,1]$ ;
- 8: If  $p_{i,j}(k) = k^{-\tau} > rand$ , execute swap operation  $S_{i,j}$ , otherwise repeat the choosing process until some swap mutation was chosen;
- 9: Based on the activity processing sequence for any job after exchange, dissolve the conflict occurred; /\*
- 10: Based on the priority number any activities, generate a new solution with ordering /\*
- 11: Set  $P = P'$  and calculate the current *total fitness* ;
- 12: *Total Fitness*=*Total Fitness*<sub>best</sub>, set *Total Fitness*<sub>best</sub>=*Total Fitness* and  $P_{best}=P$  ;
- 13: }while (Termination)
- 14: Output the best schedule

الگوریتم فوق تمام جواب ممکن را در نظر می‌گیرد، این مطلب بیانگر این موضوع است که این الگوریتم به طور قطع از بهینه محلی فرار می‌کند. پارامتری به نام  $\tau$  در الگوریتم وجود دارد که با تنظیم آن فضای جستجو تغییر می‌کند، به این شکل که برای  $\tau \rightarrow \infty$  الگوریتم، فضای جستجو را محدود کرده و جستجوی آن بصورت محلی انجام می‌گیرد و برای  $\tau \rightarrow 0$  فضای جستجو افزایش می‌یابد و در نتیجه باعث می‌شود که الگوریتم از بهینه محلی فرار کند و در واقع به دلیل خاصیت "بهمن گونه"، الگوریتم اکستریمال می‌تواند از بهینه محلی فرار کند و حالات بیشتری را بررسی و بهترین زمانبندی ممکن را بیابد، در این روش با توجه به آزمایشات انجام شده مقدار  $\tau$  برابر با 1.4 گرفته شده است که باعث می‌شود تمامی فضای جستجو بررسی شود.

#### ۶. شبیه‌سازی و نتایج آزمایشگاهی

نتایج ارائه شده در این بخش براساس داده آزمایشی موجود در [۳] ارائه شده است که دارای دو مجموعه داده  $6 \times 6$  و همچنین دو مجموعه  $10 \times 10$  می‌باشد. که در هر مجموعه داده، زمان پردازش

فعالیت‌ها بصورت مقادیر مثلی فازی و همچنین زمان موعده مقرر بصورت دوتایی فازی بیان شده است. الگوریتم پیشنهادی توسط نرم افزار Matlab شبیه‌سازی شده و توسط پردازنده اینتل 2.13 GHz تحت سیستم عامل XP اجرا شده است. برای مشاهده و مقایسه کارایی الگوریتم پیشنهادی در حل مساله زمانبندی کار کارگاهی فازی، بیست اجرای متفاوت، بر روی داده‌های آزمایشی انجام می‌شود، که میانگین و بهترین مقدار برانزندی کلی و همچنین زمان اجرا برای هر داده آزمایشی محاسبه می‌شود که در دو جدول شماره (1) و (2) نشان داده شده است و با الگوریتم های ژنتیک و تبرید تدریجی که در [۳] آمده است مقایسه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، الگوریتم پیشنهادی در تمامی آزمایش‌ها به بهترین جواب دست پیدا می‌کند و در مقایسه با الگوریتم تبرید تدریجی بسیار بهتر عمل می‌کند و اگر چه در مقایسه با الگوریتم ژنتیک نتایجی تقریباً برابر حاصل می‌شود اما الگوریتم اکستریمال دارای دقت و سرعت همگرایی بالا می‌باشد.

#### جدول ۱. نتایج آزمایشگاهی مقدار برانزندی کلی برای داده

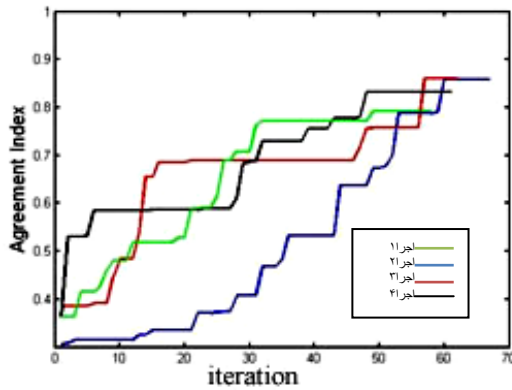
##### آزمایشی $6 \times 6$

| مجموعه داده | روش | تعداد بهترین جواب | میانگین زمان اجرا (ثانیه) | میانگین جواب (برانزندی کلی) | بهترین جواب (برانزندی کلی) |
|-------------|-----|-------------------|---------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| اول         | EO  | 19                | 11                        | 0.760                       | 0.781                      |
|             | GA  | 18                | 44                        | 0.761                       | 0.775                      |
|             | SA  | 9                 | 53                        | 0.704                       | 0.775                      |
| دوم         | EO  | 19                | 14                        | 0.784                       | 0.803                      |
|             | GA  | 19                | 43                        | 0.779                       | 0.792                      |
|             | SA  | 2                 | 52                        | 0.423                       | 0.792                      |

#### جدول ۲. نتایج آزمایشگاهی مقدار برانزندی کلی برای

##### داده آزمایشی $6 \times 6$

| مجموعه داده | روش | تعداد بهترین جواب | میانگین زمان اجرا (ثانیه) | میانگین جواب (برانزندی کلی) | بهترین جواب (برانزندی کلی) |
|-------------|-----|-------------------|---------------------------|-----------------------------|----------------------------|
| اول         | EO  | 6                 | 32                        | 0.607                       | 0.821                      |
|             | GA  | 1                 | 1205                      | 0.574                       | 0.714                      |
|             | SA  | 0                 | 1286                      | 0.411                       | 0.627                      |
| دوم         | EO  | 11                | 37                        | 0.748                       | 0.814                      |
|             | GA  | 8                 | 1158                      | 0.722                       | 0.818                      |
|             | SA  | 0                 | 1245                      | 0.493                       | 0.688                      |



شکل ۸. منحنی‌های همگرایی الگوریتم اکستریمال مجموعه داده ۱۰×۱۰ دوم

برای نمایش منحنی‌های همگرایی الگوریتم اکستریمال برای همه مجموعه داده‌ها، از یکی از اهداف سه‌گانه مساله، به نام میانگین شاخص توافق استفاده شده است همانگونه که مشاهده می‌شود این مقدار در روند اجرایی روش پیشنهادی، به سمت مقدار مطلوبی همگرا می‌شود. همگرایی منحنی‌های بدست آمده در اشکال (۸و۵،۶،۷) نشان دهنده پایداری روش پیشنهادی در حل مساله زمانبندی کار کارگاهی فازی می‌باشد، به طوری که در هر شکل هر منحنی نشان دهنده یک اجرای مستقل برای حل مساله مربوطه می‌باشد. منظور از پایداری، بهبود یکنواخت جواب در مسیر حل مساله می‌باشد که یکی از مزیت‌های روش پیشنهادی نسبت به دیگر روش‌های انجام شده برای زمانبندی مساله کار کارگاهی فازی می‌باشد.

### ۲-۶. آزمون آماری

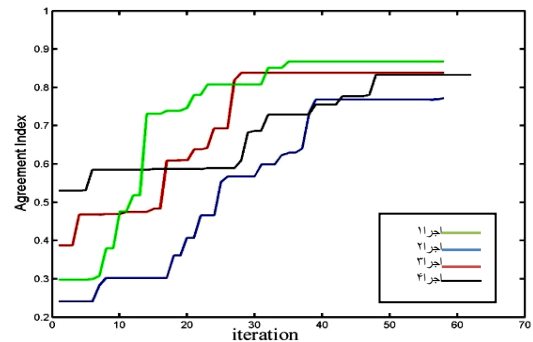
میانگین مقادیر برازندگی حاصل از اجراهای مختلف الگوریتم اکستریمال بر روی مساله زمانبندی کار کارگاهی فازی در جدول-های ۳ و ۲ آمده است و نشان می‌دهد که متوسط مقدار برازندگی موجود در تمامی اجراها، به سمت ۱ همگرا می‌شود، که نشان دهنده درستی جواب است.

### جدول ۳. تحلیل آزمون t بر روی مقدار تابع برازندگی

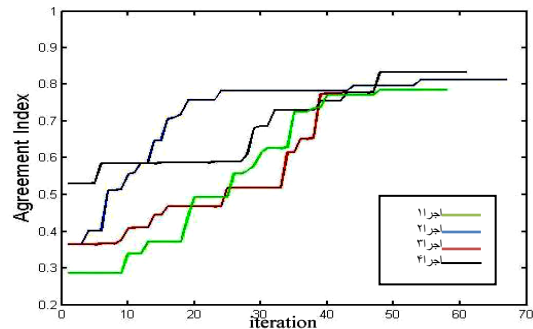
| Analysis                |     | Input variable(s)         |                           | t-Test Analysis |         |
|-------------------------|-----|---------------------------|---------------------------|-----------------|---------|
| $6 \times 6$ sample t   | $f$ | $H_0: \text{Mean} = 0.84$ | $H_a: \text{Mean} < 0.84$ | confidence: 99  |         |
| $10 \times 10$ sample t | $f$ | $H_0: \text{Mean} = 0.81$ | $H_a: \text{Mean} < 0.81$ | confidence: 99  |         |
| Data set                | N   | Std.Dev.                  | T                         | df              | p-value |
| $f$ $6 \times 6$        | 100 | 0.0713                    | -0.095                    | 99              | 0.463   |
| $f$ $10 \times 10$      | 100 | 0.0866                    | -0.095                    | 99              | 0.456   |

### ۱-۶. پایداری و یکنواخت بودن الگوریتم پیشنهادی

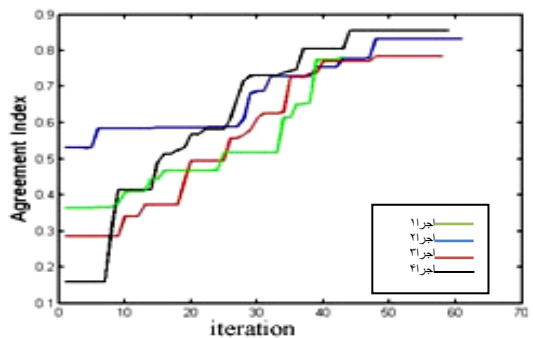
پایداری و یکنواخت بودن الگوریتم پیشنهادی در بدست آوردن جواب‌های مطلوب یکی از ویژگی‌های روش حل مساله زمانبندی کار کارگاهی می‌باشد و همچنین یکی از دلایلی که نشان می‌دهد روش پیشنهادی برای حل مساله، موجه می‌باشد. برای نشان دادن این پایداری، بر روی هر کدام از داده‌های آزمایشی، چهار مرتبه شبیه‌سازی اجرا شده است و منحنی‌های همگرایی الگوریتم اکستریمال، بر روی داده‌های آزمایشی مختلف بدست آمده است.



شکل ۵. منحنی‌های همگرایی الگوریتم اکستریمال مجموعه داده ۶×۶ اول



شکل ۶. منحنی‌های همگرایی الگوریتم اکستریمال مجموعه داده ۶×۶ دوم



شکل ۷. منحنی‌های همگرایی الگوریتم اکستریمال مجموعه داده ۱۰×۱۰ اول



### ۳-۶. مفاهیم کلی جهت بررسی و مقایسه نهایی جواب

#### مساله

در ادامه تجزیه و تحلیل جواب در مساله زمانبندی کار کارگاهی فازی و مقایسه جواب روش پیشنهادی با روش‌های دیگر، به یکسری مفاهیم که در [۹] تعریف شده است، پرداخته می‌شود. نکته اساسی در مورد جواب‌های مساله زمانبندی کار کارگاهی فازی این است که این جواب ترتیبی از فعالیت‌ها را مشخص می‌کند که دارای درجه رضایتمندی بالایی می‌باشد. اما چون مدت زمان هر فعالیت دقیقاً مشخص نمی‌باشد، پیش‌بینی زمانبندی دقیق عملی نمی‌باشد در واقع پیش‌بینی تا حد زیادی وابسته به درک درست از مدت زمان فعالیت می‌باشد. از این رو می‌توان برای تحلیل جواب بدست آمده، آن را به عنوان یک جواب اولیه در نظر گرفت و سپس با توجه به ترتیب فعالیت‌ها در این زمانبندی، می‌توان یک برنامه زمانی غیر فازی ایجاد کرد، در واقع زمانبندی که دارای زمان تکمیل کار و زمان موعده مقرر دقیق باشد.

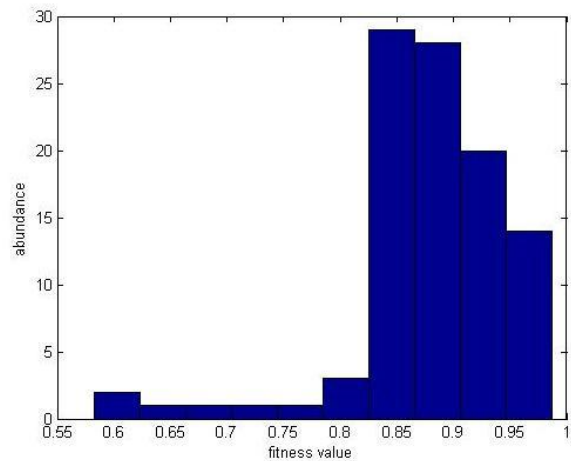
باتوجه به این تفسیر، مهمترین نکته جواب مساله زمانبندی کار کارگاهی فازی، ترتیب وظایفی می‌باشد که راه‌حل اولیه را دقیقاً در زمانی که اطلاعات ما از مساله ناقص می‌باشد، در اختیار ما قرار می‌دهد.

علاوه بر این، این ترتیب، برنامه زمانی خوبی را در زمان کاربرد عملی - یعنی زمانی که وظایف دارای مدت زمان واقعی می‌باشند - حاصل می‌نماید. یک روش برای شبیه سازی مفاهیم عملی مساله زمانبندی کار کارگاهی فازی، این است که مقادیر غیر فازی برای هر وظیفه را بطور تصادفی و با توجه به توزیع احتمالی که با مدت زمان فازی مرتبط می‌باشد، بدست آوریم.

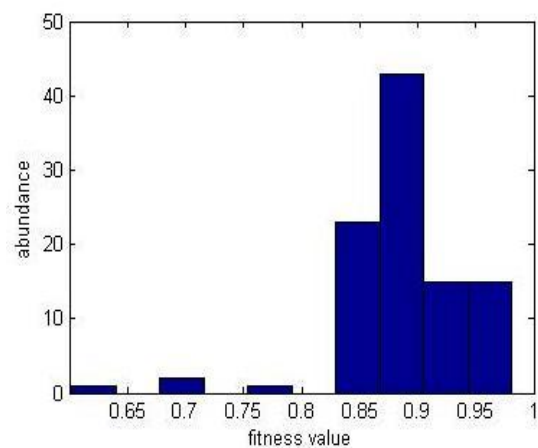
در نتیجه، مساله کار کارگاهی با مدت زمان دقیق (مدت زمان واقعی فعالیت) ایجاد می‌شود. از طرف دیگر مجموعه‌های فازی که محدودیت‌های زمان موعده مقرر برای تحویل کار را مدل‌سازی می‌نمایند، مشابه زمان فعالیت‌ها باید به مقادیر غیر فازی تغییر کنند، بنا به این دلیل، زمان موعده مقرر برای تحویل کار به یک عدد غیر فازی تغییر پیدا می‌نماید، بدین منظور  $d^2$  از عدد فازی زمان موعده مقرر انتخاب می‌شود.

با توجه به انتخاب تصادفی که برای ایجاد مقادیر غیر فازی برای فعالیت‌ها وجود دارد، می‌توان  $N$  حالت مختلف از مقادیر غیر فازی بدست آید، که با استفاده از این مجموعه  $N$  تایی می‌توان عملکرد روش پیشنهادی در تولید جواب در مساله زمانبندی کار کارگاهی فازی را مورد ارزیابی قرار داد. بنابراین زمانبندی اولیه با استفاده از مجموعه  $N$  تایی غیر فازی به برنامه زمانی دقیق تبدیل می‌شود. برای چنین برنامه زمانی دقیقی، معیار ارزیابی بصورت زیر تعریف می‌شود:

در این مقاله برای تایید این مطلب، پس از نرمال‌سازی فرضیه، از آزمون  $t$ ، ۹۵٪ برای داده‌های  $6 \times 6$  و  $10 \times 10$  استفاده می‌شود. فرضیه  $H_0$  برای مجموعه داده  $6 \times 6$  برابر با میانگین 0.84 و برای مجموعه داده  $10 \times 10$  برابر با میانگین 0.81 می‌باشد [۹] و فرضیه  $H_a$  برای مجموعه داده  $6 \times 6$  برابر با مقدار میانگین کمتر از 0.84 و برای مجموعه داده  $10 \times 10$  برابر با مقدار میانگین کمتر از 0.81 می‌باشد [۹]. همچنین مقدار واریانس و انحراف معیار مجموعه جواب‌ها محاسبه شده است. مقدار  $p$  به دست آمده از این آزمون به ترتیب برابر با مقادیر 0.463 و 0.456 می‌باشد که برای رد فرضیه  $H_0$  بسیار بزرگ می‌باشند. از این رو به نظر می‌رسد که هیچ چیز نمی‌تواند نشان دهد که مقدار برازندگی به ترتیب به سمت مقداری کمتر از 0.81 و 0.84 میل کند. تمامی داده‌های مرتبط به این تحلیل آماری در جدول ۳ ارائه شده است. نمودارهای فراوانی جواب‌های بدست آمده در غالب درجه رضایتمندی از برنامه زمانی برای دو مجموعه داده‌ی  $6 \times 6$  و  $10 \times 10$  در شکل‌های (۹) و (۱۰) نشان داده شده است.



شکل ۹. نمودار فراوانی مجموعه جواب مساله  $6 \times 6$



شکل ۱۰. فراوانی مجموعه جواب مساله  $10 \times 10$

تعریف  $Z_1^1 = 54$   $Z_2^0 = 39$   $Z_2^1 = 1$   $Z_2^0 = 0$   $Z_1^1 = 1$  می‌شود و برابر با 0.505 می‌باشد، در نتیجه ترتیب فعالیت‌ها به این صورت می‌باشد:

$$O_{2,1}, O_{2,2}, O_{3,1}, O_{3,2}, O_{1,1}, O_{2,3}, O_{3,3}, O_{1,2}, O_{1,3}$$

در اینجا برای  $N = 3$  مجموعه با زمان‌های غیرفازی، به شکل ماتریس‌های  $T_1, T_2, T_3$  و بصورت زیر حاصل می‌شود:

$$\begin{pmatrix} 15 & 7 & 15 \\ 9 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 14 & 8 & 11 \\ 7 & 5 & 8 \\ 5 & 5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 13 & 11 & 10 \\ 6 & 4 & 8 \\ 6 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

نتایج به دست آمده برای هر یک از این  $N$  مجموعه با زمان غیرفازی، با توجه به ترتیبی که قبلاً برای فعالیت‌ها توسط روش پیشنهادی بدست آمد در جدول ۴ نشان داده شده است. در این شکل  $C_{max}$  برابر با بیشترین زمان تکمیل کارها و  $N_{dd}$  تعداد زمان‌های موعد مقرر برای تحویل کارهایی که برآورده شده و  $F$  خطای امکان‌پذیری می‌باشد.

#### جدول ۵. درصد مقادیر $F$ برای دو روش اکسترمال و تصادفی

| problem     | ordering | % $\bar{F}$ |
|-------------|----------|-------------|
| 10 × 10 - 1 | Extremal | 12.65       |
|             | Random   | 81.79       |
| 10 × 10 - 2 | Extremal | 15.24       |
|             | Random   | 85.76       |

در ادامه بررسی جواب روش پیشنهادی مساله کار کارگاهی فازی ممکن است ادعا شود که می‌توان ترتیب فعالیت‌ها که در واقع همان جواب مساله می‌باشد را با استفاده از یک روش ساده‌تر و کم هزینه‌تر بدست آورد، به هر حال انتظار می‌رود جواب مساله کار کارگاهی فازی بتواند ترتیب بهتری از فعالیت‌ها را ایجاد کند و از تمامی اطلاعات موجود استفاده نماید. در این مقاله برای رد این ادعا، مقایسه‌ای بر اساس میانگین خطای امکان‌پذیری  $F$  بین جواب ارائه شده در این مقاله و ترتیب تصادفی فعالیت‌ها (ساده ترین ترتیبی که تصور می‌شود) انجام گرفته است. نتایج بدست آمده در جدول (۵) نشان داده شده است. در این مقایسه برای بدست آوردن خطای امکان‌پذیری،  $N = 100$  در نظر گرفته شده است و الگوریتم پیشنهادی ۲۰ مرتبه اجرا شده است. این نتایج نشان می‌دهند که جواب زمانبندی کار کارگاهی فازی حاصل از الگوریتم اکسترمال ترتیب بهتری از فعالیت‌ها را در مقایسه با یک ترتیب تصادفی ساده فراهم می‌سازد.

• خطای امکان‌پذیری  $F$ ، که برابر با نسبت زمان‌های موعد مقرر می‌باشد که برآورده نشده‌اند، می‌باشد.

در صورتی که برای هر فعالیت به تعداد  $N$  زمان غیرفازی وجود داشته باشد، می‌توان برای هر یک از این مجموعه‌ها، مقدار  $F$  را جداگانه به دست آورد، که توسط  $F_i$ ،  $i = 1, 2, 3$  نمایش داده می‌شود. عملکرد کلی جواب فازی در خانواده  $N$  تایی از مجموعه‌های غیرفازی را می‌توان از طریق میانگین مقدار  $F$  بصورت زیر محاسبه نمود:

$$F = \frac{\sum_{i=1}^N F_i}{N} \quad (14)$$

بنابراین می‌توان جواب‌های مختلف مساله زمانبندی کارگاهی فازی را بر اساس خطای امکان‌پذیری ( $F$ ) مقایسه کرد.

#### جدول ۴. مقادیر $F$ برای مجموعه داده ۳×۳ مثال

| Realization | $C_{max}$ | $N_{dd}$ | $F$   |
|-------------|-----------|----------|-------|
| T1          | 50        | 2        | 0.333 |
| T2          | 45        | 3        | 0     |
| T3          | 44        | 3        | 0     |
| Average     | 46.33     |          | 0.111 |

به عنوان مثال اگر مجموعه داده فازی ۳×۳ که در [۹] آمده است برای زمانبندی استفاده شود.

$$T = \begin{pmatrix} (9,13,17) & (5,8,11) & (9,11,15) \\ (5,8,9) & (3,4,5) & (4,7,10) \\ (3,5,6) & (3,4,5) & (1,3,4) \end{pmatrix}$$

بطوریکه  $T_{i,j}$  زمان پردازش فعالیت  $i$  از کار  $j$  برای  $i, j = 1, 2, 3$  می‌باشد. در این مثال توزیع فعالیت‌ها بر روی ماشین‌ها بر اساس ماتریس زیر مشخص می‌شوند:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

بطوریکه  $M_{i,j}$  شماره ماشینی را نشان می‌دهد که فعالیت  $O_{i,j}$  را اجرا می‌کند. همچنین زمان موعد مقرر برای تحویل هر کدام از کارها بصورت زیر می‌باشد:

$$D_1 = (39,48) \quad D_2 = (34,38) \quad D_3 = (19,23)$$

جواب این مساله را می‌توان از طریق الگوریتم اکسترمال پیشنهادی پیدا نمود؛ بطوریکه برازندگی کلی از طریق  $Z_1^0 = 0.6$

## ۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله، با در نظر گرفتن زمان پردازش فازی و زمان مقرر فازی، مساله زمانبندی کارگاه‌های فازی مطرح می‌شود. با توجه به شاخص توافق، زمان تکمیل فازی و زمان مقرر فازی، مسائل زمانبندی کارگاه‌های فازی را می‌توان بصورت مسائلی با اهداف سه‌گانه فرمول‌بندی نمود، بطوریکه کمینه کردن ماکزیمم زمان تکمیل کارها، بیشینه کردن متوسط شاخص توافق و بیشینه کردن مینیمم شاخص توافق، اهداف مساله را تشکیل می‌دهند. بعد از مشخص ساختن توابع عضویت برای اهداف فازی مساله، از روش فازی بلمن و زاده برای ترکیب آنها استفاده می‌شود. برای حل این مساله زمانبندی، با توجه به ویژگی‌های الگوریتم بهینه‌سازی اکستریمال، از این الگوریتم استفاده شده است. الگوریتم اکستریمال پیشنهادی بر روی مجموعه داده آزمایشی  $6 \times 6$  و  $10 \times 10$  آزمایش شد که الگوریتم پیشنهادی در تمامی آزمایش‌ها به جواب‌های مطلوبی دست پیدا می‌کند و همچنین در مقایسه با الگوریتم تبرید تدریجی بسیار بهتر عمل می‌کند و در مقایسه با الگوریتم ژنتیک نتایج مشابهی حاصل می‌شود. در روش پیشنهادی، مقدار شاخص توافق بدست آمده برای تمامی کارها، مقداری بزرگتر از صفر است، در واقع زمان مقرر مقرر تحویل تمام کارها، با درجه رضایتمندی متفاوت، ارضاء شده است. یکی از دلایل صحت روش پیشنهادی در حل این مساله زمانبندی، همگرایی الگوریتم اکستریمال پیشنهادی که در شکل-های ۷، ۶، ۵، ۴، ۳ نشان داده شده است می‌باشد. قابل ذکر است به دلیل خاصیت "بهمن‌گونه" الگوریتم اکستریمال، این روش می‌تواند از بهینه محلی فرار کند و حالات بیشتری را بررسی کند و بهترین زمانبندی ممکن را انجام دهد.

در انتها برای تحلیل جواب‌ها و همچنین اثبات درستی روش پیشنهادی برای زمانبندی کارگاه‌های فازی از سه روش متفاوت استفاده شده است، اول اینکه با توجه به اصل همگرایی، پایداری و یکنواخت بودن الگوریتم پیشنهادی، با استفاده از رسم منحنی‌های همگرایی، نمایش داده شده است، که بیانگر این مطلب می‌باشد که الگوریتم در تکرارهای متفاوت به شکل یکنواخت و پایداری به سمت جواب میل می‌کند که این مورد یکی از دلایل صحت روش پیشنهادی در حل این مساله می‌باشد.

سپس دومین روش، استفاده از آزمون آماری  $t$  است، با توجه به این نکته که تقریباً باید همه مقادیر برازندگی کلی جواب‌ها در تکرارهای گوناگون بیشتر از میانگین میزان رضایتمندی از برنامه زمانی باشد با استفاده از آزمون  $t$  95% اثبات شده است، که در واقع به درستی جواب‌های بدست آمده اشاره می‌کند. در سومین روش، برای هر برنامه زمانی خطایی به نام خطای امکان‌پذیری ( $F$ ) محاسبه می‌شود و با مقایسه آن با خطای مشابه در روش تصادفی،

برای ایجاد زمانبندی کارگاه‌های فازی، این ادعا که می‌توان ترتیب فعالیت‌ها را با استفاده از یک روش ساده‌تر و کم هزینه‌تر بدست آورد، رد می‌شود.

## مراجع

- [1] Garey, M.R. Johnson, D.S., Sethi, R., "The Complexity of Flow shop and Job shop Scheduling". Mathematics of Operations Research 1, 1976, pp. 117-129.
- [2] Davis, L., "Job Shop Scheduling with Genetic Algorithms", Proceedings of the First International Conference on Genetic Algorithms, 1985, pp. 136-140.
- [3] Sakawa, M., Kubota, R., "Fuzzy Programming for Multi Objective Job Shop Scheduling with Fuzzy Processing Time and Fuzzy Due Date Through Genetic Algorithms", Eur. J. Oper. Res., vol. 120, no. 2, pp. 393-407, Jan. 2000.
- [4] Dominic, P.D., Kaliyamoorthy, S., Murugan, R.A., "Conflict-Based Priority Dispatching Rule and Operation-Based Approaches to Job Shops", International Journal of Advanced Manufacturing Technology 24, 2004, pp. 76.80.
- [5] Steinhöfel, K., Albrecht, A., Wong, C.K., "Two Simulated Annealing-Based Heuristics for the Job Shop Scheduling Problem". European Journal of Operational Research 118, 1999, pp. 524-548.
- [6] Boettcher, S., Percus, A.G., "Extremal Optimization: An Evolutionary Local-Search Algorithm" <http://arxiv.org/abs/cs.NE/0209030>.
- [7] Pinedo, M.L., "Planning and Scheduling in Manufacturing and Services", 2005 Springer Science Business Media, Inc.
- [8] Zäpfel, G., Braune, R., Bogl, M., "Met Heuristic Search Concepts", Springer Heidelberg Dordrecht London New York 2010.
- [9] González-Rodríguez, I., Puente, J., Vela, C., Varela, R., "Semantics of Schedules for the Fuzzy Job-Shop Problem", IEEE Transaction on system, man, and cybernetics- part A: System And Humans, VOL. 38, NO. 3, MAY 2008.
- [10] Bellman, R.E., Zadeh, L.A., "Decision-Making in a Fuzzy Environment." Manage. Sci., vol. 17, no. 4, pp. 141-164, Dec. 1970.
- [11] Brucker, P., "Scheduling Algorithms", Universidad Osnabrück Fachbereich Mathematik/Informatik, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2001, 2004, 2007
- [12] Y.X., a. Wang, Z., "An Improved Genetic Algorithm with Recurrent Search for The Job-Shop Scheduling Problem", The 6th World Congress on Intelligent Control and Automation, © 2006 IEEE.

- [13] Nguyen, H.T., Walker, E.A., "A First Course in Fuzzy Logic", 2nd ed. London, U.K.: Chapman & Hall, 2000.
- [14] Fortemps, P., "Job Shop Scheduling with Imprecise Durations: A Fuzzy Approach", IEEE Trans. Fuzzy Syst, Vol. 5, No. 4, pp. 557-569, Nov. 1997.
- [15] Bortolan, G., Degani, R., "A Review of Some Methods for Ranking Fuzzy Subsets", in Readings in Fuzzy Sets for Intelligence Systems, D. Dubois, H. Prade, and R. Yager, Eds. Amsterdam, The Netherlands: Morgan Kaufmann, 1993, pp. 149-158.
- [16] Celano, G., Costa, A., Fichera, S., "An Evolutionary Algorithm for Pure Fuzzy Flow Shop Scheduling Problems", Int. J. Uncertain. Fuzziness Knowl.-Based Syst., Vol. 11, No. 6, pp. 655-669, Dec. 2003.
- [17] Boettcher, S., "Extremal Optimization: Heuristics via Avalanches", computers simulation, November/December 2000.
- [18] Boettcher, S., "Extremal Optimization: Heuristics via Avalanches", computers simulation, November/December 2000.
- [19] Zeng, G.Q., Lu, Y.Z., Mao, W.J., Chu, J., "Study on Probability Distributions for Evolution in Modified Extremal Optimization", Physical A 389 (2010) 1922-1930.
- [20] Mazdeh, M.M., Hamidinia, A., Karamouzian, A., "A Mathematical Model for Weighted Tardy Jobs Scheduling Problem with a Batched Delivery System", Volume 2, Issue, 3, pp. 491-498, International Journal of Industrial Engineering Computations.