



Mobile Robot Path Planning Using a New GA-based Method with Variable Chromosome Length

Ellips Masehian*, Farnaz Barzinpour & Samira Saedi

* *Ellips Masehian*, Assistant Professor, Industrial Engineering Department, Tarbiat Modares University

Farnaz Barzinpour, Assistant Professor, School of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology

Samira Saedi, M.Sc. graduate, School of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology

Keywords

Robot Motion Planning,
Genetic Algorithms,
Delaunay Triangulation,
Rapidly-exploring Random Trees

ABSTRACT

Being one of the major research fields in the robotics discipline, the robot motion planning problem deals with finding an obstacle-free start-to-goal path for a robot navigating among workspace obstacles. Such a problem is also encountered in path planning of intelligent vehicles and Automatic Guided Vehicles (AGVs). Traditional (exact) algorithms have failed to solve the problem effectively since it is proven that the complexity of the problem is NP-hard. Consequently, several heuristic algorithms have been developed for solving the problem, among which the Genetic Algorithms (GA) evolutionary approach has been increasingly utilized. In this paper, a new GA-based method has been developed to improve the drawbacks of current GA methods regarding fixed chromosome string size and limitations in the crossover and mutation operators. In this method, first the workspace is tessellated via the Delaunay triangulation, and a set of paths are created using the powerful Rapidly-exploring Random Trees (RRT) and smoothed. As a result, a population of variable-length chromosomes is obtained, which is a novelty in the field. Next, these solutions are improved further by using new selection, crossover and mutation operators, in which the triangulation plays a pivotal role. Extensive Simulations of the algorithm showed that the obtained path lengths are averagely 25% shorter than those found by the pure RRT method.

© 2011 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 22, No. 2, All Rights Reserved

* **Corresponding author.** Ellips Masehian
Email: masehian@modares.ac.ir

مسیریابی روبات متحرک با استفاده از روشی جدید مبتنی بر الگوریتم ژنتیک با طول آرایه متغیر

الیپس مسیحی*، فرناز برزین پور و سمیرا ساعدی

چکیده:

یکی از شاخه‌های مهم تحقیقاتی در علم روباتیک، برنامه‌ریزی حرکت روبات است که هدف آن یافتن مسیری بهینه از نقطه شروع به هدف و عاری از تصادم با موانع موجود در محیط روبات است. چنین مسئله‌ای در برنامه‌ریزی مسیر وسایل نقلیه هوشمند و AGV-ها نیز مطرح می‌شود. از آنجا که ثابت شده است این مسئله از نوع NP-Hard می‌باشد، الگوریتم‌های بهینه‌سازی سنتی موفقیت زیادی در حل آن کسب نکرده‌اند. در نتیجه، برای حل این مسائل روش‌های ابتکاری مختلفی توسعه داده شده که در این میان، روش الگوریتم ژنتیک به عنوان یکی از روش‌های تکاملی مبتنی بر جمعیت با روندی افزایشی مورد استفاده قرار گرفته است. در این مقاله، جهت رفع کاستی‌های روش‌های ژنتیک موجود مانند ثابت بودن طول رشته جواب و محدودیت‌های عملگرهای جهش و تعویض، یک الگوریتم ژنتیک جدید برای حل مسئله برنامه‌ریزی حرکت روبات‌های متحرک در شرایط غیربهنگام با داشتن اطلاعات فضای جهانی روبات ارائه شده است، که در آن پس از مثلث بندی فضای روبات به روش Delaunay، دسته جواب‌هایی با روش درخت کاوش تصادفی سریع (RRT) ایجاد شده و هموارسازی می‌شوند که طول رشته جواب‌ها بر خلاف الگوریتم‌های ارائه شده در ادبیات متغیر است. سپس با استفاده از عملگرهای جدید جهش، تعویض و حذف، این جواب‌ها بهبود داده می‌شوند که در هر سه عملگر، مثلث بندی ایجاد شده نقشی کلیدی ایفا می‌کند. شبیه‌سازی گسترده الگوریتم نشان داده است که طول مسیرهای به دست آمده با الگوریتم جدید به طور متوسط در حدود ۲۵٪ نسبت به جواب‌های به دست آمده از روش RRT محض کوتاه‌تر می‌باشند.

کلمات کلیدی

برنامه‌ریزی حرکت روبات،
الگوریتم ژنتیک،
مثلث بندی دلونی،
درخت کاوش تصادفی سریع

۱. مقدمه

روبات‌های نسل جدید برای آن که بتوانند به طور مستقل، خودکار و هوشمند عمل کنند، باید قابلیت ایجاد برنامه‌ای برای

حرکت از یک نقطه به نقطه دیگر را دارا باشند، به طوری که این حرکت ترجیحاً در حداکثر سرعت ممکن و بدون برخورد با موانع در طول مسیر باشد و مسیر حاصل حتی الامکان کوتاه و هموار بوده و امکان پیمایش آن توسط روبات ممکن باشد.

مسئله برنامه‌ریزی حرکت روبات^۱ جهت پاسخگویی به همین نیاز مطرح شد و از اواخر دهه ۱۹۷۰ میلادی به عنوان یکی از زمینه‌های مهم در علم روباتیک مورد توجه محققان قرار گرفت [۱]. البته مسئله یافتن مسیرهای بهینه یا ایمن تنها محدود به علم روباتیک نشده است و در حقیقت بسیاری از مسایل مهندسی

تاریخ وصول: ۸۹/۳/۲۲

تاریخ تصویب: ۸۹/۸/۵

*نویسنده مسئول مقاله: دکتر الیپس مسیحی، استادیار، بخش مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، masehian@modares.ac.ir
دکتر فرناز برزین پور، استادیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، barzinpour@iust.ac.ir

سمیرا ساعدی، دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران، samira.saedi@gmail.com

² Robot Motion Planning

در نظر گرفتن شدنی بودن یا نبودن به صورت کاملاً تصادفی در فضای پیوسته تولید شده و دو عملگر جهش^۳ و تعویض^۴ بدون در نظر گرفتن طول گام روبات به کار گرفته شدند [۴]. در تحقیقاتی که در سال ۱۹۹۳ توسط شیباتا و فوکودا [۵] و در سال ۱۹۹۶ توسط وانگ و همکارانش [۶] انجام شد فضای آزاد روبات تبدیل به گرافی می شود که هر یک از گره های آن شماره بندی شده و در نتیجه طول رشته جواب مقداری ثابت و مشخص است و به هر یک از ژن ها مقداری برابر صفر یا یک تخصیص می یابد. آنگاه عملگر تعویض هر ژن انتخابی را با ژنی به صورت کاملاً تصادفی تعویض می کند. در الگوریتمی که توسط تادوکورو و همکاران [۷] ارائه شده است فضا به صورت مربع (grid) شبکه بندی شده است که در این حالت به هر یک از مربع ها عدد مشخصی تخصیص یافته و در نتیجه طول رشته جواب عددی مشخص است و مقدار هر یک از ژن ها صفر یا یک می باشد. در مقاله لی و همکارانش [۸] فضا مربع بندی شده و عملگر تعویض در سه حالت ارائه شده است و عملگر جهش نیز مانند دیگر مقالات، به صورت کاملاً تصادفی ژنی را با ژن دیگر تعویض می کند که در این حالت احتمال ایجاد جواب های غیرممکن (نشدنی) بالا رفته و از طرفی طول گام روبات نیز در نظر گرفته نمی شود.

محدوبی و همکاران [۹] فضا را به صورت مربعی تقسیم بندی کرده و عملگر جهش در سه حالت حذف نقطه، الحاق نقطه جدید و تعویض نقطه را به کار گرفته اند. در الگوریتم ارائه شده توسط مانیکاس و همکارانش [۱۰] فضا به صورت مربعی شبکه بندی شده و دو عملگر جهش و تعویض به صورت کاملاً ساده ای به کار رفته اند. هو و همکاران [۱۱] نیز در الگوریتمی که ارائه داده اند محیط را به صورت مربعی شبکه بندی کرده و چهار عملگر جهش، تعویض، حذف نقطه و اضافه کردن نقطه را ارائه داده و از طرفی تابع برازش را نیز اصلاح کردند تا پراکنندگی را در فضای جواب ایجاد شود. در اغلب مقالات مرور شده چند نکته اساسی به عنوان ضعف مشاهده می شوند: اول آنکه در اکثر روش های ارائه شده، برنامه ریزی حرکت روبات در فضایی گسسته تصور شده و کل فضای جهانی به قسمت های کوچکتری تقسیم بندی و شبکه بندی می شود. این تقسیم بندی به روش های مختلف ایجاد گراف یا شبکه بندی فضا صورت می گیرد. مشکلی که در نتیجه این تقسیم بندی فضا به وجود می آید آن است که طول رشته جواب مقداری ثابت در نظر گرفته می شود که امر قابل قبولی نیست، چرا که نه تنها در هر بار برنامه ریزی حرکت روبات در یک فضای مشخص با نقاط شروع و پایان متفاوت جوابی متفاوت به دست می آید، بلکه در یک فضای ثابت با نقاط شروع و هدف ثابت نیز در هر بار اجرای برنامه مسیری متفاوت ایجاد می شود و ثابت

به طور مستقیم یا غیر مستقیم به برنامه ریزی حرکت روبات ارتباط دارند. به عنوان نمونه، چند کاربرد آن به شرح زیر می باشد:

- برنامه ریزی حرکت لیفت تراک ها یا AGV ها در کف کارخانه و در حضور موانع ثابت (مانند دیوارها، ستون ها و دستگاه ها) و متحرک (مانند افراد و خودروهای در حال حرکت)؛
- برنامه ریزی مسیر ابزار فرزکاری یا مته زنی بر روی قطعه کار به منظور کمینه کردن زمان پردازش؛
- یافتن کوتاه ترین مسیرها جهت تردد در شهر برای وسایل نقلیه شخصی و عمومی و پیشنهاد دادن آن به رانندگان از طریق سیستم GPS؛
- طراحی مسیرهای اتصالاتی قطعات الکترونیکی بر روی بوردهای مدار چاپی به طوری که کمترین جا اشغال شود و میزان تقاطع های مسیرهای مدارها با یکدیگر به حداقل برسد.

به طور کلی روش های ارائه شده برای انجام برنامه ریزی حرکت روبات را از حیث نوع اطلاعات در دسترس می توان به دو بخش عمده تقسیم نمود:

نوع اول به صورت غیربهنگام^۱ است که دانش مربوط به فضای اطراف روبات براساس نقشه های آماده یا دانش قبلی حاصل از یک برنامه ریزی قبلی موجود است. در نوع دوم، برنامه ریزی به صورت بهنگام^۲ انجام می شود که دانش مربوط به فضای اطراف به کمک حسگرها و در حین انجام برنامه ریزی حرکت برای روبات مشخص می شود [۲]. در این مقاله برنامه ریزی حرکت در حالت غیربهنگام مورد بررسی قرار گرفته و روش ارائه شده با فرض داشتن اطلاعات اولیه در خصوص فضای جهانی برنامه ریزی حرکت را انجام می دهد. تاکنون روش های زیادی برای حل این دسته از مسائل مطرح شده است اما به دلیل پیچیدگی زمانی این مسائل، روش های سنتی بهینه سازی در این زمینه با اقبال مواجه نبوده اند و در نتیجه روش های ابتکاری و فراابتکاری فراوانی برای حل این مسائل مطرح شده اند. در این میان، الگوریتم های با رویکرد تکاملی به طور عام و الگوریتم ژنتیک به طور خاص از اوایل دهه ۱۹۹۰ میلادی به حجم فزاینده ای در زمینه های مختلف مهندسی مورد استفاده قرار گرفتند [۳].

در این پژوهش ها، طراحی نحوه در نظر گرفتن فضای جواب ها، نحوه تولید جواب های اولیه، نوع عملگرهای به کار رفته و نحوه به کارگیری آنها، گام های اساسی پیاده سازی الگوریتم ژنتیک بوده و همین عوامل ضعفها و قوت های الگوریتم ها را مشخص می کنند.

اولین کاربرد الگوریتم ژنتیک در سال ۱۹۹۱ برای برنامه ریزی حرکت یک روبات متحرک در فضا ارائه شد که در آن جواب های اولیه بدون

³ Mutation

⁴ Crossover

¹ Offline

² Online

شود. این امر باعث می‌شود تا مسئله اصلی به یک مسئله مسیریابی برای یک نقطه تبدیل شود [۲].

با توجه به امکان رویارویی با حوزه وسیعی از فرضیات در طی حل هر مسئله، لازم است مسئله با توجه به فرضیات اولیه مشخص و مرزبندی شود. فرضیاتی که در ارائه این الگوریتم در نظر گرفته شده اند عبارتند از:

- برنامه‌ریزی حرکت برای یک روبات متحرک انجام می‌شود که برای تسهیل شبیه‌سازی به صورت نقطه‌ای در نظر گرفته شده است.
- روبات صلب بوده و تغییر شکل نمی‌دهد.
- روبات دارای محدودیت‌های سینماتیک و دینامیک نبوده و میتواند در جهات مختلف و با سرعت‌های متفاوت حرکت نماید.
- فضا به صورت پیوسته (شبکه بندی نشده) در نظر گرفته میشود.
- برنامه‌ریزی حرکت در محیط به صورت کلان^۱ است.
- محیط فاقد تغییرات زمانی می‌باشد یعنی موانع دارای حرکت نبوده و ایستا هستند.
- موانع موجود در محیط می‌توانند به هر شکلی باشند و روبات باید مسیر خود را در فضای آزاد از موانع طی نماید.
- نحوه کسب اطلاعات محیطی به صورت غیربهنگام است.

در بخش بعدی مقاله برای تشریح الگوریتم ارائه شده، هر یک از مراحل الگوریتم و عملگرهای به کار رفته در آنها توضیح داده شده‌اند. در بخش چهارم پاسخ‌های به دست آمده از این روش با پاسخ‌های به دست آمده از روش‌های دیگر مقایسه شده و میزان کارایی این روش برای موانع گوناگون مورد بررسی قرار گرفته است. در انتها نتیجه‌گیری و پیشنهاداتی جهت پژوهش‌های آتی ارائه گردیده است.

۳. روش پیشنهادی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک

سیستم‌های تکاملی^۲ اولین بار بین سالهای ۱۹۵۰ و ۱۹۶۰ به عنوان ابزاری جهت بهینه‌سازی مسائل مهندسی توسط محققان علوم کامپیوتری مورد بررسی قرار گرفتند. ایده به کار رفته در تمام این سیستم‌ها بکارگیری عملگرهای الهام گرفته از تغییرات ژنتیکی طبیعی و انتخاب طبیعی جهت تکامل جمعیتی از حل‌های کاندیدای مسئله مورد نظر بود.

الگوریتم‌های ژنتیک اولین بار در سال ۱۹۶۰ توسط جان هالند ارائه شده و توسعه یافتند. طبق تعریف هالند، "یک الگوریتم ژنتیک یک تکنیک جستجوی ریاضی است که براساس قواعد انتخاب طبیعی و

بودن طول این مسیرهای متفاوت قابل قبول نیست. از طرفی در صورت تقسیم بندی فضا، روبات موظف است در هر حرکت از مرکز یک مربع به مرکز مربع دیگری برود و در واقع علی‌رغم آنکه روبات قادر است در هر نقطه‌ای از فضای آزاد قرار گیرد، تعداد نقاط مجاز آن محدود می‌شود. دومین مشکلی که در مقالات مرور شده وجود دارد نوع عملگر جهش است: در این الگوریتم‌ها در هنگام عملگر جهش، به محدودیت روبات در خصوص طول گام توجه نشده است و نقطه جدید انتخابی ممکن است منجر به حرکتی با طول بیشتر از گام روبات شود و همچنین در هنگام حذف یا الحاق نقطه جدید نیز در خصوص طول گام روبات توجهی به عمل نمی‌آید. مشکل سوم شکل موانع است: در تحقیقات گذشته، موانعی که در فضای کاری قرار گرفته‌اند دارای شکلهای ساده بوده و روش‌های حل ارائه شده قابلیت برنامه‌ریزی در فضاهای دارای موانع پیچیده را ندارند [۱۰]. همچنین در برنامه‌ریزی در فضاهای گسسته، شکل مانع بایستی به گونه‌ای باشد که مضر صحیحی از تقسیم‌بندی‌های انجام شده در فضا گردد [۷، ۸، ۹، ۱۰] و اگر مانع دارای شکل پیچیده‌ای باشد به صورت تقریبی در فضا نشان داده می‌شود تا ضریبی از تقسیم‌بندی اعمال شده باشد [۹، ۱۰].

در مقاله حاضر با در نظر گرفتن ضعف‌های عمده روش‌های موجود، روشی ارائه گردیده است که در شرایط غیربهنگام، مسیری نزدیک به بهینه با تعداد نقاط متفاوت در فضای جهانی پیوسته و دارای موانع با اشکال مختلف ارائه دهد، و عملگر جهش نیز به گونه‌ای تنظیم شده است که جواب‌های به دست آمده از آن به صورت جواب شدنی و امکان‌پذیر باشد، و همچنین به طول گام روبات هم توجه شده است.

۲. بیان مسئله و رویکرد حل

در این مقاله به مسیریابی یک روبات نقطه‌ای با استفاده از الگوریتم ژنتیک جدیدی پرداخته شده است. مسیریابی روبات در ساده‌ترین مفهوم خود عبارتست از یافتن یک توالی حرکت برای روباتی که در محیطی با اشیای ثابت یا متحرک از یک نقطه‌ای آغازین شروع شده و بدون برخورد با موانع به یک نقطه‌ای پایانی ختم می‌گردد. در مسائل برنامه‌ریزی حرکت توصیف کاملی از هندسه روبات، محیط و موانع ارائه می‌شود، و هدف پیدا کردن مسیری است که روبات بتواند بدون برخورد با موانع موجود در محیط مسیری را از نقطه ابتدا به نقطه هدف طی کند [۱]. هر چند الگوریتم‌های برنامه‌ریزی حرکت از نظر جزئیات تفاوت‌های زیادی با هم دارند اما در بیشتر آن‌ها یک چارچوب کلی وجود دارد. در گام اول، روبات که ممکن است دارای یک شکل پیچیده هندسی باشد به نقطه مرجع خود تبدیل می‌شود و فضای موجود نیز به یک فضای جدید تبدیل می‌شود که به آن فضای پیکربندی گفته می‌-

¹ Gross

² Evolutionary Systems

طول مسیرهای والد را کاهش می‌دهد. پس از اعمال این عملگر، عملگر تعویض بر دو مسیر اصلاح شده انجام می‌گیرد. در مرحله سوم به تعداد M_s مسیر از میان مسیرهای موجود در جمعیت انتخاب شده و پتانسیل جهش هر یک محاسبه می‌شود. در ادامه با توجه به میزان پتانسیل هر مسیر، تعدادی از نقاط آن انتخاب و مثلث دلونی حاوی آن نقطه مشخص می‌شود. سپس نقطه‌ای تصادفی در این مثلث تولید شده و جایگزین نقطه انتخابی می‌شود. در مرحله آخر N_{rat} درصد از جمعیت موجود با استفاده از چرخ رولت انتخاب و برای نسل بعد نگهداری می‌شوند.

۳-۳. ایجاد جوابهای اولیه

برای تعیین مسیر یک روبات در فضای آزاد در حالت غیربهنگام روش‌های مختلفی در ادبیات برنامه‌ریزی حرکت وجود دارد اما با توجه به این‌که ایجاد جواب‌های اولیه برای مدل نباید زمان‌بر باشد، لازم است از میان روش‌های موجود روشی انتخاب شود که در کمترین زمان ممکن جواب‌هایی با پراکندگی مناسب در فضای جواب ایجاد کند. تکنیک پیشنهادی برای این قسمت از مدل روش درخت کاوش تصادفی سریع^۱ (RRT) می‌باشد. روش RRT بر اساس تلفیق ایده‌هایی از کنترل بهینه، برنامه‌ریزی روبات‌های غیرهولونومیک و برنامه‌ریزی مسیر تصادفی^۲ ایجاد شده است.

RRT یک ساختار داده و طرح نمونه‌برداری است که برای جستجوی سریع فضاهایی با ابعاد زیاد و دارای محدودیت‌های جبری (محدودیت‌های ایجاد شده بر اثر موانع) و محدودیت‌های دینامیکی (محدودیت‌های دینامیکی و غیرهولونومیکی روبات) مورد استفاده قرار می‌گیرد.

در این روش یک درخت جستجو از مکان اولیه شروع به رشد می‌کند و با استفاده از داده‌های کنترلی به یک موقعیت جدید می‌رسد. هر رأس بیانگر یک موقعیت جدید است و هر بردار یک ورودی است که برای رسیدن به موقعیت جدید مورد استفاده قرار می‌گیرد. ایده اصلی این روش در ایجاد نقاطی تصادفی در فضا و کشیدن درخت جستجو به سمت آنهاست [۱۳]. نحوه انتخاب تصادفی نقاط موجب می‌شود فضای جواب در این روش به خوبی پوشش داده شده و شانس وجود هر نقطه از فضای آزاد با یکدیگر برابر باشد. نحوه عملکرد این روش در ایجاد یک نقطه جدید (عملیات بسط، extend) در شکل ۲ نشان داده است.

در عملیات بسط پس از ایجاد یک نقطه تصادفی در فضا (x) ، از میان نقاط موجود در درخت، نزدیکترین نقطه به آن تعیین گردیده (x_{near}) و بر روی بردار متصل‌کننده دو نقطه x و x_{near} نقطه جدیدی در فاصله‌ای مشخص از x_{near} تعیین می‌شود (x_{new}) .

ترکیب‌دهی مجدد ژنتیک عمل می‌کند [۱۲]. با توجه به این تعریف هر الگوریتم ژنتیک در ساده‌ترین حالت دارای دو جز اصلی است: جمعیت جوابهای اولیه و عملگرهای ژنتیک. نحوه تعریف جواب‌های اولیه و عملگرها میزان کارایی الگوریتم ارائه شده را برای بهینه‌سازی مسئله مورد نظر مشخص می‌کنند. در ادامه جهت تشریح الگوریتم ارائه شده اجزای اصلی آن کاملاً تشریح شده و نحوه عملکرد آنها توضیح داده می‌شود.

۱-۳. پارامترها

با توجه به اینکه در هر الگوریتم فراابتکاری همواره پارامترهایی وجود دارند که تغییر هر یک از آنها نتیجه الگوریتم را تحت تاثیر قرار می‌دهد، قبل از تشریح الگوریتم باید پارامترهای به کار رفته در آن مشخص شوند:

k : بزرگی طول گام روبات،

res : واحد تقسیم‌بندی برای مثلث‌بندی دلونی،

N_{it} : تعداد تکرارهای الگوریتم،

P_s : اندازه جمعیت اولیه،

C_s : دفعات انجام الگوریتم تعویض،

M_s : درصد مسیرهای انتخابی برای انجام عملگر جهش در هر

تکرار الگوریتم،

δ : پارامتر عملگر جهش،

N_{rat} : نرخ نخبه‌گرایی.

۲-۳. مراحل الگوریتم پیشنهادی

الگوریتم ژنتیک پیشنهادی را می‌توان در چهار مرحله اصلی خلاصه نمود: (۱) پیش‌پردازش و تولید جواب‌های اولیه، (۲) اعمال عملگر تعویض، (۳) اعمال عملگر جهش، و (۴) انتخاب جمعیت برای نسل بعد (شکل ۱). ابتدا جواب‌های اولیه توسط روش RRT تولید شده و سپس به کمک روش جستجوی دایسترا (Dijkstra) مسیر اصلی شناسایی می‌شود. در ادامه این مرحله توسط عملگر حذف، مسیرهای ایجاد شده هموارسازی می‌شوند. برای انجام عملگرهای تعویض و جهش در الگوریتم لازم است فضای روبات تقسیم‌بندی شود. برای انجام این تقسیم‌بندی از روش مثلث‌بندی دلونی استفاده می‌شود که قادر است فضای آزاد روبات را به مثلث‌هایی افراز کند.

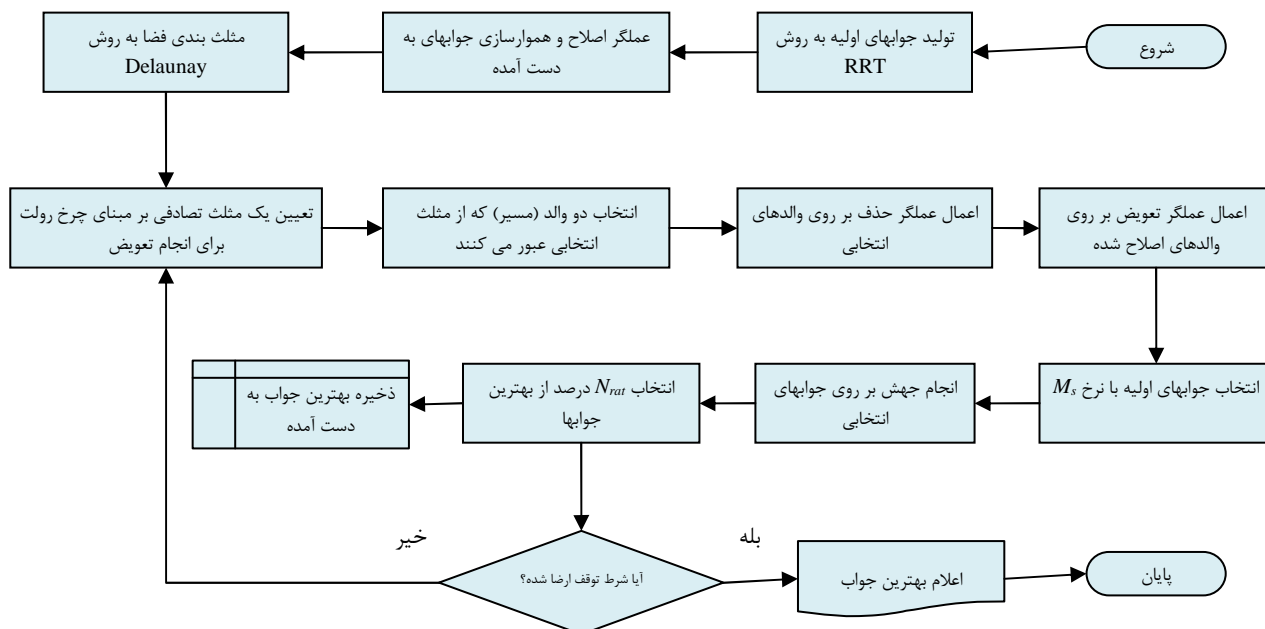
در مرحله دوم برای انجام عملگر تعویض ابتدا از میان مثلث‌های ایجاد شده، یک مثلث توسط چرخ رولت انتخاب می‌شود به گونه‌ای که مثلث‌هایی که مسیرهای بیشتری از آنها گذشته‌اند احتمال بیشتری برای انتخاب شدن دارند. پس از انتخاب یک مثلث، دو مسیر از میان مسیرهایی که از مثلث مذکور می‌گذرند انتخاب شده و تحت عملگر حذف قرار می‌گیرند. عملگر حذف در صورت وجود دور (لوپ) در مسیر، نقاط موجود در دور را حذف کرده و

¹ Rapidly-exploring Random Trees

² Randomized Path Planning

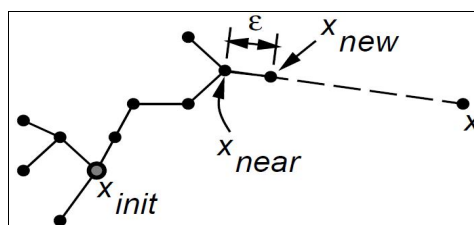
شده بسیار نزدیک به نقطه تصادفی است، یعنی $(|x_{new} - x| < \epsilon)$ (حالت به هدف رسیده، Reached). در حالت سوم x_{new} نقطه‌ای جدید و قابل قبول است و به مسیر τ اضافه می‌شود (حالت پیشروی کرده، Advanced).

پس از ایجاد x_{new} ممکن است سه حالت برای این نقطه رخ دهد: در حالت اول این نقطه جدید در مانع قرار دارد (حالت در تله افتاده، Trapped) که در صورت رخ دادن این حالت، فرآیند تولید x_{new} باید مجدداً تکرار شود. حالت دوم آن است که x_{new} تولید



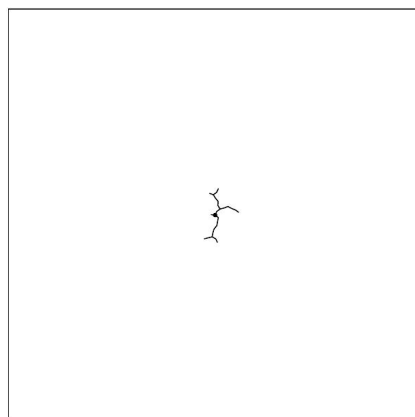
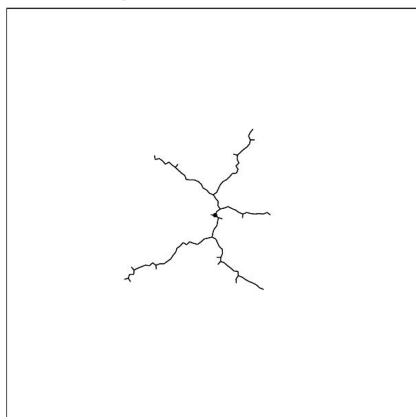
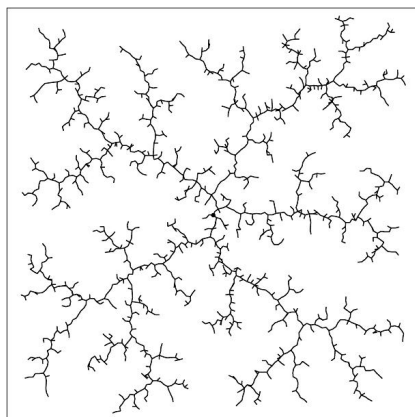
شکل ۱. فلوچارت روش پیشنهادی

انتخاب شود. شکل ۳ مراحل مختلف رشد و توسعه درخت جستجو را به روش RRT نشان می‌دهد، و الگوریتم پایه ای روش RRT در شکل ۴ بیان شده است. پس از شکل‌گیری یک درخت شدنی میان نقاط شروع و هدف، لازم است قسمتی از درخت که در فضا پراکنده شده و در شکل‌گیری مسیر میان نقاط شروع و هدف نقشی ندارند حذف شوند و سپس طی عملیات هموارسازی مسیر ایجاد شده، نقاط میانی گره‌های به دست آمده به یکدیگر متصل شده و مسیر هموارتری به دست می‌آید. جواب‌های به دست آمده از این مرحله وارد الگوریتم ژنتیک ارائه شده می‌شوند و به عنوان جمعیت اولیه تحت عملگرهای مختلف قرار می‌گیرند.



شکل ۲. نحوه عملیات بسط در روش RRT

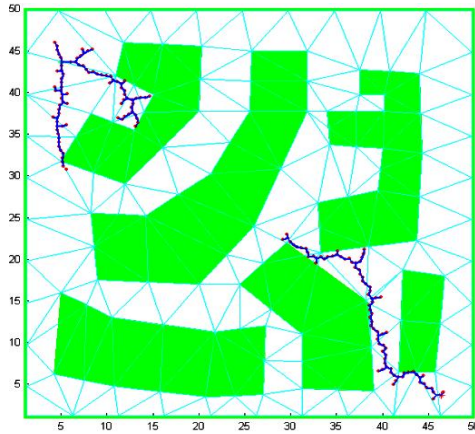
یکی از پارامترهای قابل توجه در این روش طول گام (k) است. طول گام می‌تواند با توجه به تابع محاسبه فاصله که در بررسی تصادم با مانع استفاده می‌شود به صورت پویا تعریف شود. اگر موانع دور از نقطه جدید قرار دارند، گام بعدی می‌تواند بلندتر



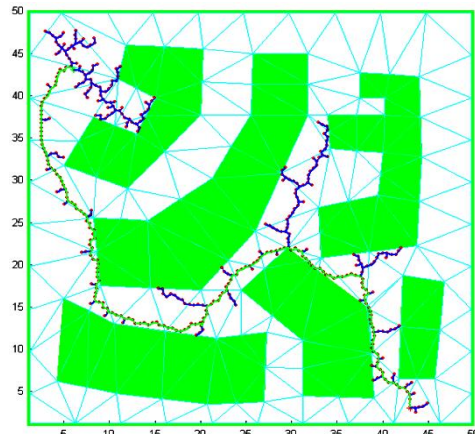
شکل ۳. مراحل ساخت درخت RRT

۳-۴. عملگر تعویض

با توجه به وجود موانع بایستی نوعی هوشمندی در عملگر جهت پیش‌بینی شود تا انتخاب والدین و نقاطی جهت انجام عملگر به درستی انجام شود و فرزندان به وجود آمده غیرممکن (نشدنی) نباشند. برای انجام این کار از مفهوم مثلث‌بندی دلونی که در ادبیات هندسه محاسباتی به دوگان نمودار ورونویی^۱ معروف است، استفاده شده است. هر نمودار ورونویی یک دوگان به شکل تقسیم بندی مثلثی دارد که با نام تقسیم بندی دلونی^۲ شناخته می‌شود و با داشتن هر کدام، دیگری نیز به دست می‌آید؛ بدین ترتیب که رئوس مثلث‌های ایجاد شده همان مراکز نواحی ورونویی بوده و گره‌های نمودار ورونویی معادل با محل تلاقی عمود منصف‌های مثلث متناظر با آن می‌باشد. شکل (۷-الف) چگونگی ارتباط میان نمودار ورونویی و مثلث بندی دلونی معادل با آن را نشان می‌دهد [۱۴].



(الف)



(ب)

شکل ۶. مراحل الگوریتم RRT: (الف) توسعه مسیر از دو نقطه شروع و هدف؛ (ب) حذف شاخه‌های اضافه

```
Build_RRT( $x_{init}$ )
 $\tau$ .init( $x_{init}$ )
For  $k = 1$  to  $K$  do
     $x_{rand} \leftarrow$  Random_State();
    Extend( $\tau$ ,  $x_{rand}$ );
Return  $\tau$ 
```

```
Extend ( $\tau$ ,  $x$ )
 $x_{near} \leftarrow$  Nearest_Neighbor( $x$ ,  $\tau$ );
If New_State( $x$ ,  $x_{near}$ ,  $x_{new}$ ) then
     $\tau$ .add-vertex( $x_{new}$ );
     $\tau$ .add-edge( $x_{near}$ ,  $x_{new}$ );
If  $x_{new} = x$  then
    Return Reached
Else
    Return Advanced
Return Trapped
```

شکل ۴. الگوریتم پایه RRT [۱۳]

با الهام از تکنیک‌های جستجوی دو جهته، منطقی است که برای بهبود روش RRT نیز بتوان آن را به صورت دو طرفه انجام داد. در این روش که شبه گد آن در شکل ۵ نشان داده شده است دو مسیر τ_a و τ_b از دو نقطه x_{init} (نقطه شروع حرکت) و x_{goal} (نقطه هدف) بسط می‌یابند و زمانی که دو مسیر به هم می‌رسند، یک راه حل شکل گرفته است (که بعداً عضوی از جمعیت آرایه‌های الگوریتم ژنتیک خواهد شد).

```
RRT-BIDIRECTIONAL( $x_{init}$ ,  $x_{goal}$ )
 $\tau_a$ .init( $x_{init}$ );  $\tau_b$ .init( $x_{goal}$ );
For  $k = 1$  to  $K$  do
     $x_{rand} \leftarrow$  Random_State();
    If not (Extend( $\tau_a$ ,  $x_{rand}$ ) = Trapped) then
        If (Extend( $\tau_b$ ,  $x_{rand}$ ) = Reached) then
            Return Path( $\tau_a$ ,  $\tau_b$ );
    Swap( $\tau_a$ ,  $\tau_b$ );
Return Failure;
```

شکل ۵. الگوریتم RRT دو جهته [۱۳]

در شکل ۶ نمونه‌ای از یک مسیر ایجاد شده توسط روش RRT مشاهده می‌شود. با استفاده از روش RRT دوجته، دو مسیر از نقاط شروع و هدف به طور همزمان توسعه می‌یابند (شکل ۶-الف) و پس از ایجاد کل مسیر لازم است شاخه‌های زائد مسیر حذف شوند. این کار با حرکت از سمت نقطه هدف به سمت نقطه شروع انجام می‌شود (شکل ۶-ب). پس از به دست آمدن هر یک از مسیرهای اولیه، عملگر هموارسازی بر هر مسیر اعمال می‌شود. با اعمال این عملگر با اتصال نقاط میانی در هر یک از مسیرهای اولیه به دست آمده، شکستگی‌های مسیر کمتر شده و هموارتر می‌شود.

¹ Voronoi Diagram² Delaunay Tessellation (or Triangulation)

۳-۶. عملگر جهش

در این عملگر ابتدا تعدادی از مسیرها (به تعداد پارامتر M_s) به صورت تصادفی انتخاب می‌شوند. سپس لازم است برای هر مسیر نرخ جهش مشخص شود. نرخ جهش در برخی الگوریتم‌ها عدد ثابتی است، اما در این الگوریتم به منظور ایجاد پراکندگی^۱ در این مرحله، نرخ جهش براساس رابطه (۱) مشخص می‌شود [۱۵]:

$$\sigma = e^{-\delta \cdot f} \quad (1)$$

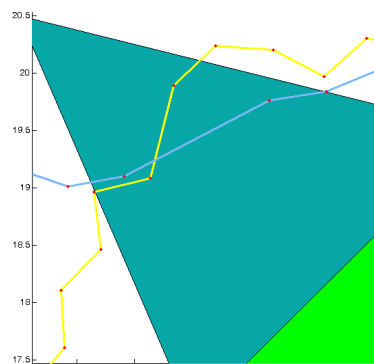
در این رابطه f نشانگر میزان تابع برازش مسیر (عکس طول مسیر) است که بین صفر و یک نرمال گردیده (عکس طول مسیر) و δ پارامتری است که تحت کنترل اپراتور است. تعداد جهش در هر مسیر با طول L برابر با $L \times \sigma$ است. همانطور که از رابطه فوق مشخص است هر چه برازش مسیری بهتر باشد میزان جهش روی آن کمتر است.

پس از تعیین تعداد جهش در هر مسیر انتخابی، لازم است ژن‌هایی که به صورت تصادفی در این مسیرها انتخاب می‌شوند تحت جهش قرار گیرند. برای این کار مثلث دلونی مربوط به ژن انتخابی شناسایی شده و نقطه‌ای تصادفی درون ناحیه‌ای به شعاع تلافی طول گام روبات با مثلث دلونی و مثلث‌های همسایه مشخص می‌شود. سپس نقطه انتخاب شده جایگزین ژن انتخابی می‌شود.

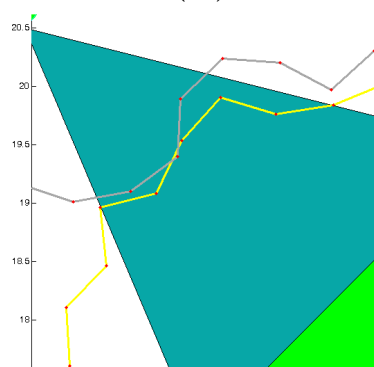
۳-۷. تحلیل حساسیت پارامترها

پیش از تعیین میزان کارایی هر الگوریتم متاهیوریستیک لازم است حساسیت الگوریتم نسبت به پارامترهای موجود در الگوریتم مشخص شود. سه پارامتر، N_{it} (تعداد تکرار الگوریتم یا شرط توقف)، δ (پارامتر مشخص‌کننده پتانسیل جهش) و C_s (پارامتر نرخ عملگر تعویض) به این منظور بررسی می‌شوند، چرا که الگوریتم نسبت به دیگر پارامترها حساسیت زیادی را نشان نمی‌دهد. برای این کار یک مسئله در فضای 20×20 با ۲۵ مانع و یک مسئله در همین فضا با ۵۰ مانع در نظر گرفته شده است. اولین پارامتر بررسی شده تعداد دفعات اجرای الگوریتم (N_{it}) است. جواب‌های به دست آمده از اجراهای الگوریتم با دفعات مختلف اجرا در شکل ۱۲ نشان داده شده‌اند، که به ترتیب شامل تحلیل حساسیت الگوریتم با استفاده از بررسی طول مسیر و زمان حل است.

همان گونه که مشاهده می‌شود، در تکرار اول الگوریتم بهبود زیادی در جواب داده می‌شود اما با افزایش تعداد تکرارها و حصول به همگرایی، میزان بهبود روندی کاهشی داشته و از طرفی زمان حل در هر بار اجرا زیاد می‌شود. در نتیجه، جهت

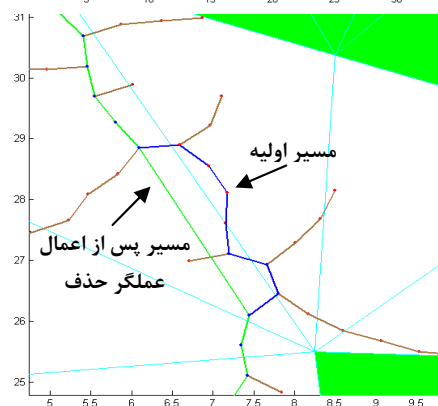
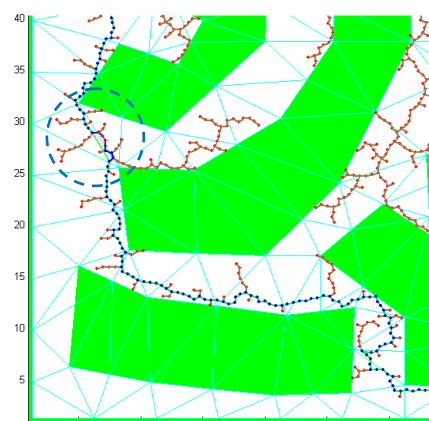


(الف)



(ب)

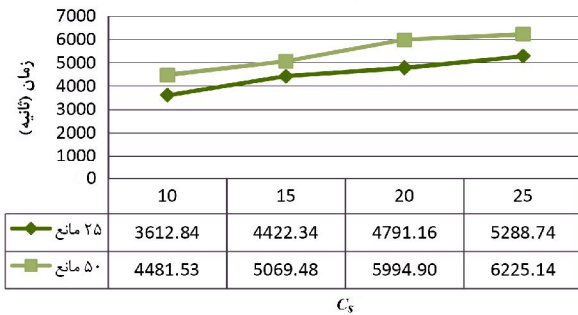
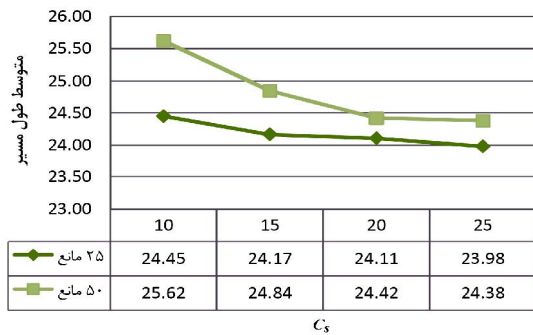
شکل ۱۰. جزئیات انجام عملگر تعویض: (الف) والدین و مثلث انتخاب شده برای انجام عملگر تعویض؛ (ب) فرزندان ایجاد شده



شکل ۱۱. نحوه عملکرد عملگر حذف

^۱ Diversification

پارامتر سوم C_s است که در عملگر تعویض در الگوریتم ژنتیک نقش بسیار کلیدی را دارد در نتیجه لازم است حساسیت الگوریتم نسبت به این پارامتر سنجیده شود. نتیجه این کار در شکل ۱۴ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار C_s طول مسیر کاهش می‌یابد و زمان حل افزایش می‌یابد. در نقطه $C_s = 15$ تغییر شیب در شکل وجود دارد در نتیجه این نقطه به عنوان مقدار پیشنهادی در الگوریتم تثبیت می‌شود.



شکل ۱۴. تحلیل حساسیت کیفیت جواب، و زمان محاسبات الگوریتم نسبت به پارامتر C_s

پس از بررسی مقادیر متفاوت برای کلیه پارامترهای این مدل به روش تحلیل سعی و خطا، مقادیر پارامترهای پیشنهادی به شرح جدول ۱ تعیین شده اند. لازم به ذکر است که پارامترهای k و res در فضای 20×20 پیشنهاد شده اند و در صورت تغییر ابعاد فضا، این پارامترها دستخوش تغییر می شوند.

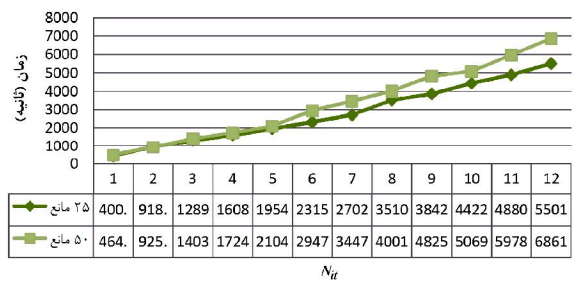
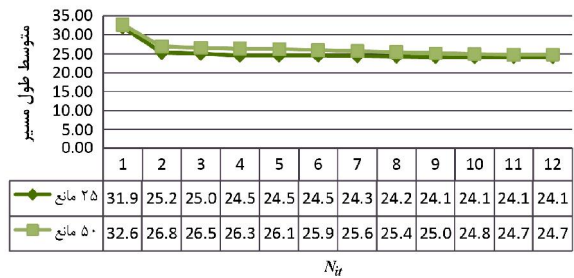
جدول ۱. مقادیر پیشنهادی برای پارامترهای الگوریتم

پارامتر	N_{it}	res	k	C_s	M_s	δ	N_{rat}
مقدار پیشنهادی	۱۰	۲	۰٫۱	۱۵	۱۰	۱۵	۰٫۳

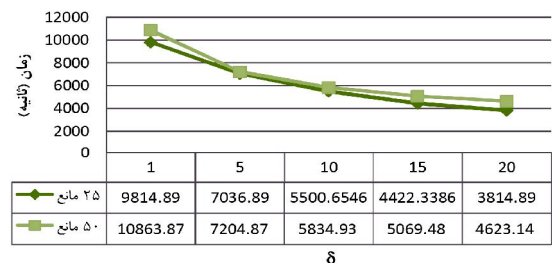
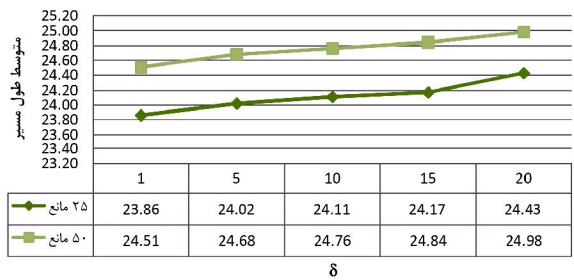
۴. نتایج محاسباتی

برای تعیین میزان کارایی الگوریتم ژنتیک ارائه شده لازم است نتایج حاصل از آن، یعنی متوسط طول تعیین شده توسط این روش را با طول مسیر تعیین شده توسط روش‌های دیگر موجود در ادبیات مقایسه نمود. به منظور انجام این مقایسه سه روش کلاسیک موجود در ادبیات انتخاب شده‌اند. روش اول روش دیدنگار (Visibility Graph) است که در شرایط غیربهنگام

حفظ تعادل میان این دو معیار متناقض، مقدار $N_{it} = 10$ در نظر گرفته می شود. پارامتر دوم که در خصوص الگوریتم ژنتیک باید تعیین شود پارامتر δ است که در عملگر جهش الگوریتم نقش دارد. هر چقدر مقدار این پارامتر کمتر باشد پتانسیل جهش مسیرها بیشتر بوده و تعداد نقاط بیشتری تحت عملگر جهش قرار می‌گیرند. تحلیل حساسیت این پارامتر در الگوریتم ژنتیک در دو مسئله نمونه، در شکل ۱۳ نشان داده شده است. همان طور که در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود با افزایش مقدار δ طول مسیر افزایش یافته و زمان حل کاهش می‌یابد. اما در مقدار $\delta = 15$ شیب طول مسیر به صورت محسوسی تغییر می‌کند و از طرفی زمان حل نیز با افزایش مقدار δ در حال کاهش است.



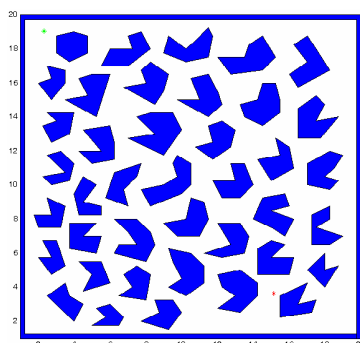
شکل ۱۲. تحلیل حساسیت کیفیت جواب، و زمان محاسبات الگوریتم نسبت به پارامتر N_{it}



شکل ۱۳. تحلیل حساسیت کیفیت جواب، و زمان محاسبات الگوریتم نسبت به پارامتر δ

نتایج محاسبات در جدول ۲ و شکل ۱۶ آمده اند. همان گونه که از جدول ۲ پیداست الگوریتم ژنتیک به طور متوسط موجب بهبودی معادل ۲۵٪ در جواب‌های اولیه ایجاد شده توسط روش RRT می‌شود.

از طرفی الگوریتم ژنتیک نسبت به روش ورونویی که یکی از معمول ترین روش‌های برنامه‌ریزی حرکت می‌باشد کاهش معادل ۱۷٪ طول مسیر را داراست. خطای روش جدید نسبت به جواب بهینه (جواب به دست آمده از روش دیدنگار در فضای دو بعدی) نیز در جدول ۲ نشان داده شده است، که به طور متوسط برابر ۱۲٫۵٪ است، و با توجه به سرعت الگوریتم جدید و قابلیت تعمیم آن به فضاهای بالاتر از دو بعد، خطای الگوریتم در مقایسه با مزایای آن قابل اغماض است.

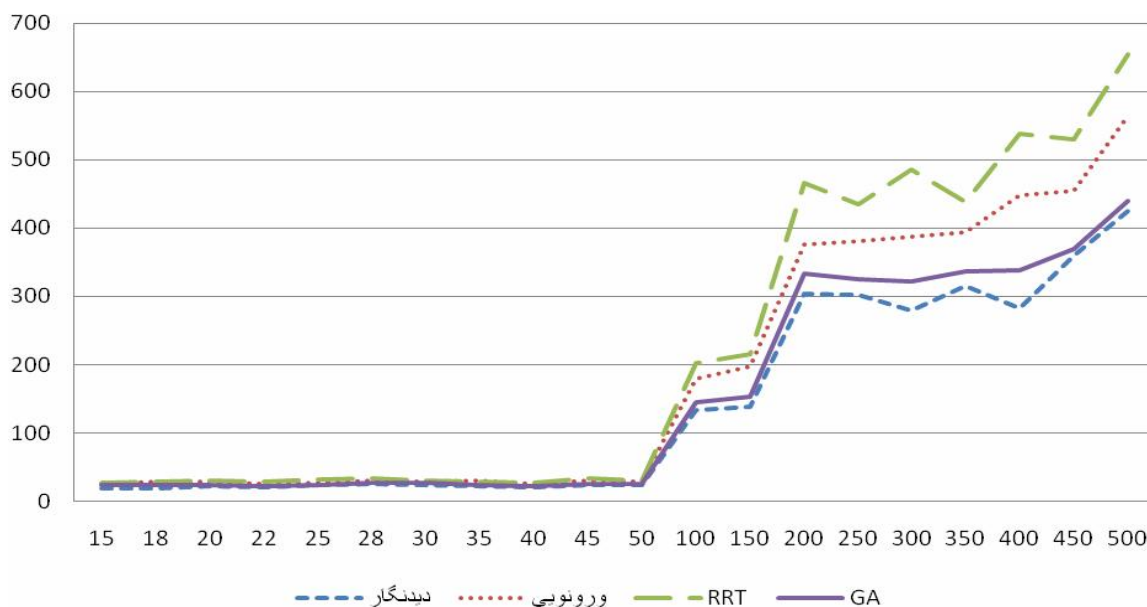


شکل ۱۵. مسئله نمونه شماره ۹ در جدول ۲ با ۴۰ مانع

مسیر بهینه را در فضای دو بعدی برای حرکت روبات مشخص می‌کند. این روش یکی از اولین روش‌های ارائه شده برای برنامه‌ریزی حرکت روبات بوده و معمولاً تنها برای فضاهای دو بعدی قابل استفاده است. در این روش با اتصال رئوس موانع با یکدیگر و نقطه‌های شروع و پایان گرافی تشکیل می‌شود که لازم است در نهایت با یکی از روش‌های جستجو، کوتاهترین مسیر در آن مشخص شود. این روش دارای پیچیدگی زمانی بالایی بوده و پیچیدگی آن در صورت استفاده از روش جستجوی دایسترا برابر $O(n^2 \log n)$ می‌باشد و لذا استفاده از این روش چندان معمول نیست [۱]. از طرفی این روش در خصوص فضاهایی با ابعاد بالاتر از دو بعد بهینه نبوده و دیگر روش‌های موجود از روش دیدنگار بهتر عمل می‌کنند. روش دوم روش نمودار ورونویی است که فضای آزاد روبات را تقسیم نموده و با یافتن مسیری روی مرزبندی‌های انجام شده توسط روش دایسترا، مسیر حرکت مشخص می‌شود. این روش به علت آن که امن‌ترین مسیر روبات را ارائه می‌دهد به عنوان روش دوم جهت مقایسه در نظر گرفته شده است. روش سوم روش درخت کاوش تصادفی سریع (RRT) است که به علت احتمالی بودن مکانیزم انتخاب نقاط قادر است به سرعت جواب‌های پراکنده‌ای را در فضای جواب ایجاد کند و در نتیجه در مینیمم‌های محلی قرار نگیرد. جهت مقایسه چهار روش فوق، ۲۰ مسئله انتخابی با موانع پراکنده یا مازی شکل طراحی و حل شدند. شکل ۱۵ تصویر یک مسئله نمونه را نشان می‌دهد.

جدول ۲. مقایسه الگوریتم ژنتیک جدید با دیگر روش‌ها

مسئله	تعداد موانع	ابعاد فضای کار	متوسط طول مسیر				درصد بهبود نسبت به روش ورونویی	درصد بهبود نسبت به روش RRT	درصد خطا نسبت به مقادیر بهینه (روش دیدنگار)
			روش دیدنگار	روش ورونویی	روش RRT	روش GA			
۱	۱۵	۲۰×۲۰	۱۸,۳۱	۲۶,۴۰	۲۷,۵۴	۲۲,۸۳	۱۷,۱۰	۱۳,۵۲	۲۴,۶۸
۲	۱۸	۲۰×۲۰	۱۹,۰۱	۲۸,۸۳	۲۹,۱۷	۲۳,۶۱	۱۹,۰۶	۱۸,۱۰	۲۴,۱۹
۳	۲۰	۲۰×۲۰	۲۱,۰۵	۲۹,۸۲	۳۰,۵۹	۲۴,۲۶	۲۰,۶۹	۱۸,۶۴	۱۵,۲۴
۴	۲۲	۲۰×۲۰	۲۰,۷۱	۲۶,۳۵	۲۸,۶۰	۲۲,۵۳	۲۱,۲۲	۱۴,۴۹	۸,۷۸
۵	۲۵	۲۰×۲۰	۲۲,۴۵	۲۷,۵۸	۳۱,۹۸	۲۴,۱۷	۲۴,۴۲	۱۲,۳۶	۷,۶۶
۶	۲۸	۲۰×۲۰	۲۴,۵۷	۳۰,۴۱	۳۳,۴۷	۲۶,۹۹	۱۹,۳۶	۱۱,۲۴	۹,۸۴
۷	۳۰	۲۰×۲۰	۲۳,۱۳	۲۸,۷۵	۳۱,۰۲	۲۶,۰۳	۱۶,۰۸	۹,۴۶	۱۲,۵۳
۸	۳۵	۲۰×۲۰	۲۱,۱۱	۳۰,۲۴	۲۹,۹۷	۲۳,۸۱	۲۰,۵۵	۲۱,۲۶	۱۲,۷۹
۹	۴۰	۲۰×۲۰	۲۰,۲۵	۲۶,۱۴	۲۸,۳۰	۲۱,۸۸	۲۲,۶۸	۱۶,۲۹	۸,۰۴
۱۰	۴۵	۲۰×۲۰	۲۳,۴۰	۳۰,۷۲	۳۳,۹۵	۲۵,۳۰	۳۱,۳۶	۱۷,۶۴	۸,۱۱
۱۱	۵۰	۲۰×۲۰	۲۳,۵۲	۲۹,۸۵	۳۱,۱۵	۲۴,۸۴	۲۰,۲۵	۱۶,۷۸	۵,۶۱
۱۲	۱۰۰	۵۰×۵۰	۱۳۲,۶۷	۱۷۸,۹۲	۲۰۲,۳۶	۱۴۴,۳۸	۲۸,۶۵	۱۹,۳۰	۸,۸۲
۱۳	۱۵۰	۵۰×۵۰	۱۳۸,۶۳	۱۹۷,۰۸	۲۱۴,۹۷	۱۵۲,۰۴	۲۸,۸۰	۲۲,۳۵	۱۰,۳۹
۱۴	۲۰۰	۱۰۰×۱۰۰	۳۰۳,۱۶	۳۷۶,۱۵	۴۶۵,۹۶	۳۳۳,۲۶	۲۸,۴۸	۱۱,۴۰	۹,۹۲
۱۵	۲۵۰	۱۰۰×۱۰۰	۳۰۱,۹۶	۳۸۱,۳۴	۴۳۵,۰۲	۳۲۵,۹۴	۲۵,۰۷	۱۴,۵۳	۷,۹۴
۱۶	۳۰۰	۱۰۰×۱۰۰	۲۷۹,۲۰	۳۸۶,۳۹	۴۸۵,۹۶	۳۲۲,۱۵	۳۳,۷۱	۱۶,۶۲	۱۵,۳۸
۱۷	۳۵۰	۱۰۰×۱۰۰	۳۱۵,۶۰	۳۹۴,۲۴	۴۳۷,۹۶	۳۳۶,۳۲	۲۳,۲۰	۱۴,۶۹	۶,۵۶
۱۸	۴۰۰	۱۰۰×۱۰۰	۲۸۱,۸۲	۴۴۸,۳۸	۵۳۷,۸۹	۳۳۷,۹۴	۳۷,۱۷	۲۴,۶۳	۱۹,۹۱
۱۹	۴۵۰	۱۰۰×۱۰۰	۳۵۹,۴۸	۴۵۳,۳۴	۵۲۸,۷۵	۳۷۰,۳۸	۲۹,۹۵	۱۸,۳۰	۳۰,۳۲
۲۰	۵۰۰	۱۰۰×۱۰۰	۴۲۴,۹۲	۵۶۳,۵۷	۶۵۳,۷۸	۴۴۰,۰۸	۳۲,۶۹	۲۱,۹۱	۳,۵۶
			میانگین درصد بهبود (با خطا)				٪۲۵,۰۲	٪۱۶,۶۷	٪۱۲,۵۱



شکل ۱۶. نمودار طول های به دست آمده از ۴ روش نسبت به تعداد موانع

در فضای بیش از دو بعد وجود ندارد، توسعه الگوریتم های متاهیوریستیک در فضاهای بیش از دو بعد اهمیت به سزایی می یابد.

با توجه به نتایج شبیه سازی های انجام شده و روشن شدن قابلیت های الگوریتم ژنتیک توسعه یافته در فضای دوبعدی، و با توجه به امکان تولید جواب های اولیه به روش RRT در فضاهای بیش از دو بعدی، امکان مثلث بندی دلونی در فضاهای با ابعاد بالا، و عدم وابستگی عملگرهای الگوریتم به بُعد فضا، می توان الگوریتم ژنتیک ارائه شده را در فضاهای بالاتر نیز توسعه داد. این در حالی است که روش دیدنگار در فضاهای بیش از دو بعد علاوه بر زمان حل بسیار طولانی، تولید جواب بهینه را تضمین نمی کند. همچنین، می توان با تعریف شعاع ایمنی و کنترل فاصله نقاط مسیر تولید شده توسط روش RRT از موانع، روش حاضر را برای برنامه ریزی حرکت روبات های دیسکی نیز توسعه داد.

مراجع

- [1] Latombe, J.C., *Robot Motion Planning*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 1991.
- [2] Choset, H., Lynch, K.M., Hutchinson, S., Kantor, G., Burgard, W., Kavraki, L.E., Thrun, S., *Principles of Robot Motion: Theory, Algorithms, and Implementations*, MIT Press, Boston, 2005.
- [3] Masehian, E., Sedighzadeh, D., "Classic and Heuristic Approaches in Robot Motion Planning: A Chronological Review", in proceedings of World Academy of Science, Engineering and Technology 2007, pp. 101-106.

لازم به ذکر است که با تغییر نحوه تولید جواب های اولیه الگوریتم می توان کارایی الگوریتم را نسبت به حالت کنونی بیشتر کرد چرا که روش RRT جوابهای اولیه نسبتاً خوبی را ارائه می دهد و در نتیجه اثربخشی الگوریتم ژنتیک پیشنهادی بر روی این جواب های اولیه خوب کمتر قابل مشاهده یا توسعه است تا بر روی جواب های اولیه ای که نسبت به مسیره های RRT بدتر بوده ولی به صورت تصادفی و با هزینه محاسباتی کمتری تولید می شوند.

۵. نتیجه گیری

در این مقاله روشی جدید برای برنامه ریزی حرکت روبات سیار در شرایط غیربهنگام توسعه داده شده است که از تلفیق چند ابزار قدرتمند شناخته شده، یعنی الگوریتم ژنتیک، درخت کاوش تصادفی سریع، و مثلث بندی دلونی ایجاد شده است. الگوریتم توسعه داده شده کاستی های روش های ژنتیک موجود در ادبیات مانند ثابت بودن طول رشته جواب و محدودیت های عملگرهای جهش و تعویض را رفع نموده و دارای عملگر جدیدی به نام حذف است که سبب هموارتر شدن مسیر می شود.

شبیه سازی الگوریتم پیشنهادی نشان داده است که جواب های به دست آمده در شرایط غیربهنگام نسبت به جوابهای به دست آمده از روش RRT محض به طور متوسط ۲۵٪ بهتر می باشد. همچنین، طول مسیره های به دست آمده با این روش از مسیره های تولید شده توسط روش نمودار ورونوی نیز به طور متوسط حدود ۱۷٪ کوتاه تر هستند.

به عنوان موضوع پژوهش آتی، از آنجا که در ادبیات برنامه ریزی حرکت روبات روش های کارای چندانی برای تعیین مسیر بهینه

- [4] Ahuactzin, J.M., Talbi, E.G., "Using Genetic Algorithms for Robot Motion Planning", Lecture Notes in Computer Science, Vol. 708. 1991.
- [5] Shibata, T., Fukuda, T., "Coordinative Behavior in Evolutionary Multi-Agent Systems", in proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems 1993 Vol. 1, pp. 448-453.
- [6] Wang, J.C., Horng, J.T., Liu, B.J., Fan, K.C., "A Genetic Algorithm for Structural Query Processing in Hypertext Systems", in Proceedings of the International Conference on Evolutionary Computation 1996, pp. 506-511.
- [7] Tadokoro, S., Hayashi, M., Manabe, Y., "On Motion Planning of Mobile Robots Which Coexist and Cooperate with Human", in proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, Vol. 2, 1995, pp. 518-523.
- [8] Li, Q., Zhang, W., Yin, Y., Wang, Z., Liu, G., "An Improved Genetic Algorithm of Optimum Path Planning for Mobile Robots", in Proceedings of the 6th International Conference on Intelligent Systems Design and Applications 2006.
- [9] Mahjoubi, H., Bahrami, F., Lucas, C., "Path Planning in an Environment with Static and Dynamic Obstacles Using Genetic Algorithm: A Simplified Search Space Approach", in proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation 2006.
- [10] Manikas, T.W., Ashenayi, K., Wainwright, R.L., "Genetic Algorithms for Autonomous Robot Navigation", IEEE Instrumentation & Measurement Magazine, Vol. 10, No. 6, Dec. 2007, pp. 26-31.
- [11] Hu, X., Xie, C., "Niche Genetic Algorithm for Robot Path Planning", in proceedings of the 3rd International Conference on Natural Computation ICNC 2007.
- [12] Holland, J.H., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- [13] LaValle, S.M., Kuffner, J.J., "Rapidly-Exploring Random Trees: Progress and Prospects". In B.R. Donald, K.M. Lynch, and D. Rus, editors, *Algorithmic and Computational Robotics: New Directions*, pp. 293-308. A K Peters, Wellesley, MA, 2001.
- [14] Hjelle, Ó., Daehlen, M., *Triangulations and Applications*, Springer, Berlin Heidelberg, 2006.
- [15] de Castro, L.N., Von Zuben, F.J., *Recent Developments in Biologically Inspired Computing*, Idea Group Publishing, 2004.

