



Solving a Batching-Scheduling Problem on a Multi-Operational Parallel Machine Using Two Meta Heuristic Algorithms

M. Karimi-Nasab, H. Haddad, H. Feili* & M.H. Babaie

Mehdi Karimi-Nasab, Faculty of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology, Narmak, Tehran, Iran

Hamidreza Haddad, Faculty of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology, Narmak, Tehran, Iran

Hamidreza Feili, Faculty of Industrial Engineering, University of Alzahra, Vanak, Tehran, Iran

Mohammad Hossein Babaie, Faculty of Industrial Engineering, Iran University of Science and Technology, Narmak, Tehran, Iran

Keywords

Batching scheduling,
Multi-operational parallel
machine,
Precedence constraints,
Genetic algorithm,
Simulated annealing

ABSTRACT

This paper tackles the problem of batching scheduling on a multi-operational parallel machine with precedence constraint. Based on the literature, batching accelerates the production process and decreases the transportation costs. Therefore, it is mentioned as a very important subject in scheduling. On the other hand, most of researches consider the processing time as a predefined and constant parameter that is not reasonable in real industries.

In this paper a mathematical model is presented in order to minimize the makespan in which the processing times of jobs are considered as a function of their batch size. The proposed model is known to be NP-hard, therefore two Mehta-heuristic algorithms including genetic algorithm (GA) and simulated annealing (SA) are offered so as to find near optimal solutions in reasonable run time. In order to check the verification of proposed model, the problem is solved optimally for small scales and the results are compared with the solutions of GA and SA. Computational study demonstrates that the proposed methods can found the solutions with very low gap in a suitable run time.

© 2013 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 24, No. 2, All Rights Reserved

* **Corresponding author.** Hamidreza Feili
Email: hrfaili@alzahra.ac.ir



حل مسئله زمان بندی تولید دسته‌ای در محیط ماشین‌های موازی چند کاره به کمک دو روش فراابتکاری

مهدی کریمی نسب، حمیدرضا حداد، حمیدرضا فیلی* و محمد حسین بابایی

کلمات کلیدی

زمان بندی دسته‌ای،
ماشین‌های موازی چندکاره،
روابط تقدمی،
الگوریتم ژنتیک،
شبیه سازی تبرید

چکیده:

در این مقاله به بررسی مسئله زمان بندی دسته‌ای در حالت ماشین‌های موازی چند کاره پرداخته می‌شود. بر اساس تحقیقات ارائه شده در ادبیات موضوع، تحویل دسته‌ای اقلام تولید شده باعث سرعت بخشیدن به فرآیند تولید و کاهش هزینه‌های حمل و نقل می‌گردد. از این رو دسته بندی کالاها در زمره مهم ترین مباحث مورد بررسی در زمان بندی تولید بوده است. از طرف دیگر زمان‌های پردازش دسته‌ها و اقلام معمولاً ثابت در نظر گرفته شده‌اند که در دنیای واقعی فرض معقولی نیست. در این مقاله برای مسئله یاد شده با فرض این که زمان پردازش هر دسته تابعی از اندازه آن دسته می‌باشد، یک مدل ریاضی ارائه می‌گردد که هدف آن یافتن اندازه مناسب هر کدام از دسته‌ها و کمینه کردن بیشینه زمان تکمیل کارها می‌باشد.

از آن جایی که مدل ارائه شده دارای پیچیدگی بسیار زیادی است، جهت حل آن از دو روش فراابتکاری الگوریتم ژنتیک و شبیه سازی تبرید استفاده گردیده و عملکرد آن‌ها با یکدیگر مورد مقایسه قرار گرفته است. همچنین جهت سنجش صحت و اعتبار مدل ارائه شده جواب بهینه مسئله در مقیاس کوچکتر توسط نرم افزار لینگو ۱۱ بدست آمده و با نتایج حاصل از دو روش الگوریتم ژنتیک و شبیه سازی تبرید مورد مقایسه قرار گرفته است که بر این اساس دو روش ارائه شده در زمان بسیار کمی به جوابی با دقت بالا می‌رسند.

۱. مقدمه

در این مقاله مسئله زمان بندی تولید دسته‌ای بر روی ماشین‌های موازی چندکاره بررسی می‌شود که در آن هدف، تولید تعداد n نوع محصول بر روی m ماشین موازی می‌باشد. معمولاً زمان بندی تولید، به استراتژی‌های تخصیص تجهیزات و منابع به فرآیندها، به منظور اجرای وظایف مورد نیاز برای تولید یک یا چند محصول

تاریخ وصول: ۹۰/۹/۲۹

تاریخ تصویب: ۹۱/۲/۱۳

مهدی کریمی نسب، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران،
mehdikariminasab@iust.ac.ir

حمیدرضا حداد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

* نویسنده مسئول مقاله: دکتر حمیدرضا فیلی، عضو هیئت علمی دانشکده

مهندسی صنایع دانشگاه الزهراء، hrfaili@alzahra.ac.ir

محمد حسین بابایی، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

اطلاق می‌شود [۸]. روش‌های ابتکاری که معمولاً به منظور حل مسئله زمان بندی تولید در ماشین‌های موازی، با ابعاد کوچک به کار برده می‌شود، هنگامی که ابعاد مسئله بزرگتر شده و به واقعیت نزدیک تر می‌شوند، کارایی خود را از دست می‌دهند [۲۳].

فولگ در سال ۱۹۶۶ به منظور غلبه بر این مشکل، برنامه ریزی تکاملی که یک روش جستجوی غیر قطعی است را ارائه نمود [۱۰]. از آن جایی که در این روش، در نظر گرفتن فرضیاتی مانند پیوستگی و محدب بودن، اجباری نیست، در حل مسائل پیچیده بهینه سازی، کارایی خوبی را از خود نشان داده است [۱۹، ۳۳]. از سوی دیگر، تاکنون الگوریتم ابتکاری و فراابتکاری متعددی به منظور حل مسائل زمان بندی تولید ارائه شده است، مانند روش جستجوی مورچگان [۱۵]، شبیه سازی تبرید [۲۴]، الگوریتم ژنتیک [۴۰، ۳۸، ۳۶، ۳۱، ۲۷، ۲۶، ۲۰، ۱۷، ۱۳، ۷] و جستجوی ممنوع [۲].

لاگراژین را برای مسئله زمانبندی کارگاهی ارائه نمودند. این روش فرضیه محدودیت‌های پیش‌نیازی عملیات را نیز مدنظر قرار داده است. جنست و همکارانش نیز [۱۲]، روشی را برای زمان-بندی در فضای عدم قطعیت ارائه نمودند.

قای [۳۰] بحث برون‌سپاری را در زمانبندی تولید یک محیط کارگاهی دوسطحی مورد بررسی قرار داد. هدف مقاله استفاده مناسب از منابع داخلی و برون‌سپاری صحیح بود به نحوی که زمان تکمیل آخرین محصول کمینه گردد. کوپانوس و همکاران [۲۲] زمانبندی تولید را با ارایه یک مثال واقعی در صنایع غذایی مورد مطالعه قرار دادند. بر این اساس یک مدل ریاضی برای مسئله ارایه شد و جهت حل آن روشی مورد استفاده قرار گرفت که رسیدن به جواب بهینه قطعی را تضمین می‌نمود.

در زمینه تولید دسته‌ای نیز تحقیقات زیادی طی سالیان اخیر در ادبیات صورت گرفته است. کوپانوس و پیکژانر [۲۱] به ارایه یک مدل یکپارچه زمانبندی، دسته‌بندی و تولید پرداختند که در آن اندازه دسته‌ها به‌عنوان متغیرهای تصمیم در نظر گرفته شده بودند. لی و یون [۲۵] مسئله یکپارچه توالی عملیات و دسته‌بندی را در یک محیط کارگاهی مورد مطالعه قرار دادند که شامل هزینه‌های متفاوت موجودی در قسمت‌های مختلف تولید و توزیع بود. تابع هدف در نظر گرفته شده شامل کمینه کردن هزینه‌های توزیع، محصولات در حال پردازش و محصولات تکمیل شده بود. از آن جایی که مسئله مورد بحث دارای پیچیدگی بالایی بود جهت رسیدن به حل نزدیک به بهینه از چند روش ابتکاری استفاده شد. آوریخ [۲] مسئله یکپارچه تولید و توزیع را در حالتی مورد بررسی قرار داد که در هر لحظه هیچ اطلاعاتی در مورد زمان‌های پردازش و سایر ویژگی‌های کارهای بعدی که قرار است وارد سیستم شوند وجود ندارد. کارها پس از تکمیل در قسمت تولیدی، به دسته‌های مختلف تقسیم شده و به سوی مشتری نهایی ارسال می‌شوند. همچنین فرضیه ظرفیت محدود در تولید مدنظر قرار داده شده است. تابع هدف مقاله کمینه نمودن هزینه‌های کل زمان جریان محصولات و هزینه‌های ارسال در نظر گرفته شد. برای مطالعه بیشتر در حوزه زمانبندی دسته‌ای مقالات زیر پیشنهاد می‌گردد: وانگ و چنگ [۳۵]، فخرزاد و زارع [۹]، ساویک [۳۲]، هوا هوانگ [۱۴].

در این مقاله مسئله زمانبندی دسته‌ای بر روی ماشین‌های موازی با در نظر گرفتن روابط تقدمی مورد مطالعه قرار می‌گیرد که در آن فرض می‌شود زمان پردازش دسته‌ها ثابت نبوده و به‌صورت تابعی از اندازه دسته در نظر گرفته می‌شود. بر این اساس یک مدل ریاضی ارایه می‌گردد که بر اساس مقالات موجود در ادبیات موضوع تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است. مدل ارایه شده به خاطر درنظر گرفتن زمان‌های پردازش به عنوان متغیرهای

از میان این تحقیقات، الگوریتم‌های متعددی به منظور حل مسئله زمانبندی تولید در محیط کارگاهی و تک ماشینی، ارائه شده است [۱]. علاوه بر این تحقیقات متعددی نیز بر روی مسئله زمانبندی در حالت تک ماشینه با درنظر گرفتن دسته‌بندی فعالیت‌ها، انجام شده است [۳].

ویستر و همکاران یک الگوریتم ژنتیک به منظور حل مسئله زمان-بندی تولید در حالت تک ماشینه با در نظر گرفتن هزینه‌های زودکرد و دیرکرد ارائه دادند [۳۷]. تحقیقات متعدد دیگری نشان داده است که مسئله زمانبندی تولید، برای ماشین‌های موازی یک مسئله NP-hard می‌باشد [۱۱و۱۴]. از این‌رو حل آن‌ها به کمک روش‌های معمول بهینه‌سازی در مدت زمان مناسب، امکان‌پذیر نیست. کاسم از الگوریتم ژنتیک به منظور حل این مسئله و کمینه کردن بیشینه زمان تکمیل کارها و حجم کار ماشین‌ها، بهره جست [۱۸]. سانکار و همکاران نیز به منظور کمینه کردن مجموع هزینه و بیشینه کردن کارکرد ماشین‌ها، یک الگوریتم ژنتیک را ارائه دادند [۳۱]. گائو و همکاران یک سیستم زمانبندی تولید برای ماشین‌های قالب‌گیری تزریقی، در حالت موازی ارائه نمودند [۱۱]. آن‌ها مسئله ذکر شده را در قالب N دسته و m ماشین موازی، به‌منظور کمینه کردن جمع کل تاخیرها، مدل-سازی نموده و به منظور حل آن، یک الگوریتم ابتکاری مبتنی بر قاعده، پیشنهاد دادند.

جو [۱۶] به منظور حل مسئله زمانبندی تولید در ماشین‌های موازی، هنگامی که کارها در یک گلوگاه پشت صف قرار می‌گیرند، یک الگوریتم ژنتیک ارائه داد. این الگوریتم به منظور تخصیص انعطاف‌پذیرتر کارها، به ماشین‌ها ارائه شده است. تابع برازندگی نیز در این مقاله به نوعی در نظر گرفته شده است که اثرات دیرکرد، زودکرد و نرخ بهره‌وری مرتبط به متغیرهای هزینه را به منظور بازتاب شرایط واقعی، شامل شود. در سال ۲۰۰۰، میندز و همکاران [۲۹]، یک روش سیستمی دو مرحله‌ای را به منظور زمانبندی دسته‌های چند محصولی ارایه نمودند که ابتدا با انجام فرآیند دسته‌بندی محصول، مجموع موجودی در گردش را کمینه می‌کند و سپس با زمانبندی مجموعه دسته‌ها، مجموع میانگین وزنی دیرکرد و زودکرد را کمینه می‌نماید. لو و همکاران [۲۸]، مسئله زمانبندی کارگاهی را با معرفی مفهومی تحت عنوان کار ثابت در فرآیند مورد بررسی قرار دادند. در تحقیقات آن‌ها، یک روش مدل‌سازی جدید، برای مسئله ارائه شد. علاوه بر آن یک روش هیبریدی متشکل از آزادسازی لاگراژین، برنامه‌ریزی پویا و روش‌های ابتکاری، به منظور دست یافتن به زمانبندی‌های مناسب در یک زمان حل معقول، پیشنهاد شده بود. در سال ۲۰۰۱، سان و خو [۳۴]، یک مکانیسم برنامه‌ریزی پویا به منظور بهبود فرآیند زمانبندی ارائه نمودند. در سال ۲۰۰۳، چن و لو [۴]، یک روش

- هر محصول، قبل از این که بر روی یک ماشین تولید شود، به دسته‌های مجزا تقسیم می‌شود و دسته‌ها بر روی ماشین‌ها پردازش می‌شوند.
- علاوه بر تعیین اندازه دسته بهینه برای هر محصول، تابع هدف دیگر یافتن توالی مناسبی از تولید محصولات بر روی ماشین‌هاست که بیشترین زمان تکمیل کارها را کمینه می‌نماید.
- بین محصولاتی که روی هر ماشین قرار می‌گیرند یک زمان آماده‌سازی وابسته به توالی در نظر گرفته می‌شود.
- محصولات نسبت به هم دارای محدودیت تقدمی هستند.
- در طول فرآیند تولید هیچ‌گونه وقفه‌ای مجاز نیست.
- هر ماشین قادر است تمامی فرآیندهای ممکن را به تنهایی انجام دهد.
- بر اساس فرضیات مطرح شده، پارامترها و متغیرهای تصمیم مسئله به صورت زیر تعریف می‌شوند:

پارامتر	توضیحات
n	تعداد انواع محصولات
m	تعداد ماشین‌ها
C_j	زمان تکمیل کارهایی که روی ماشین j ام انجام شده است.
b_i	اندازه دسته محصول نوع i ام
d_i	اندازه تقاضای محصول نوع i ام
p_i	زمان پردازش محصول نوع i ام
n_i	تعداد دسته‌های محصول i ام
$S_{i,k}$	زمان آماده‌سازی بین تولید دو دسته متوالی i و k
w_i	اندازه دسته اضافی چنانچه حاصل تقسیم تقاضای محصول به اندازه دسته عدد صحیحی نباشد.
pw_i	زمان پردازش دسته اضافی در صورت وجود
p_i^{max}	حداکثر زمان پردازش محصول نوع i
p_i^{min}	حداقل زمان پردازش محصول نوع i
$r_{i,j}$	تقدم انجام محصول i روی ماشین j
CS_i	شیب خط منحنی اندازه دسته - تقاضا

همچنین متغیرهای باینری مسئله عبارتند از:

$$x_{t,j} \begin{cases} 1 & \text{اگر محصول } i \text{ روی ماشین } j \text{ تولید شود} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$$y_{i,k,j} \begin{cases} 1 & \text{اگر بر روی ماشین } j \text{، محصول نوع } k \text{ بعد از} \\ & \text{محصول نوع } i \text{ مورد پردازش قرار گیرد} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

بر اساس متغیرهای تعریف شده، مدل ریاضی مسئله به صورت زیر ارائه می‌گردد:

$$\min C_{max} = \max\{c_j\} \quad (1)$$

تصمیم، تنوع محصولات، در نظر گرفتن روابط تقدمی و چندکاره بودن ماشین‌های موازی به واقعیت نزدیک‌تر شده و قابل به- کارگیری جهت زمان‌بندی محصولات کارخانه‌ها و مراکز تولیدی می‌باشد.

از آنجایی که حل مدل ارائه شده در مقیاس‌های بزرگ به خاطر پیچیدگی بالا به صورت بهینه امکان‌پذیر نمی‌باشد، جهت حل آن از دو روش فراابتکاری الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید استفاده شده که اگرچه در رسیدن به حل بهینه ناتوانند، ولی در مدت زمان مناسبی به جواب نزدیک به بهینه می‌رسند. به منظور اعتبارسنجی مدل ارائه شده، جواب بهینه مسئله در مقیاس کوچکتر به کمک نرم افزار لینگو ۱۱ بدست آمده و با نتایج الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی تبرید مورد مقایسه قرار می‌گیرد. سایر قسمت‌های این مقاله عبارتند از:

در قسمت دوم به تعریف پارامترها و متغیرها پرداخته و بر اساس آن مدل ارائه شده تشریح می‌گردد. در قسمت سوم جزئیات ارائه شده در مورد روش‌های حل ارائه شده بیان گردیده و در قسمت چهارم به کمک روش تاگوچی، الگوریتم‌های ارائه شده کالیبره می‌گردند. قسمت پنجم مربوط به اعتبارسنجی مدل ارائه شده می‌باشد و سرانجام در قسمت ششم عملکرد دو الگوریتم ارائه شده با یکدیگر مقایسه می‌شود.

۲. مدل سازی و تعریف مسئله

هدف مسئله مورد بحث، تولید تعداد n نوع محصول بر روی m ماشین موازی چندکاره می‌باشد. تقاضای محصولات، با یکدیگر متفاوت است و باید از هر کدام به تعداد تقاضای آن‌ها تولید شود. از طرف دیگر تولید محصولات روی هر ماشین دارای روابط تقدمی است و امکان تولید هر محصول مشخص روی هر ماشین بستگی به کارهای قبلی انجام شده روی آن ماشین دارد.

به منظور تسریع در فرآیند تولید محصولات، اقلام هر محصول در دسته‌های جداگانه بر روی ماشین‌ها قرار می‌گیرند و سرعت هر ماشین با توجه به اندازه دسته‌ای که روی آن قرار می‌گیرد متغیر است.

تابع هدف مسئله عبارتست از یافتن تعداد دسته‌های بهینه برای هر محصول و توالی مشخصی از تولید محصولات روی ماشین‌ها که طی آن بیشینه زمان تکمیل فعالیت‌ها کمینه گردد.

سایر فرضیات مسئله به صورت زیر ارائه می‌شوند:

- مسئله شامل تعیین توالی عملیات تولید محصولات روی چند ماشین موازی است.
- مسئله به صورت چند محصولی در نظر گرفته شده است.
- هر محصول به تعداد تقاضای مشخص تولید می‌گردد.

رابطه (۴) نحوه محاسبه زمان پردازش هر دسته را نشان می دهد. در این رابطه کمترین مقدار برای اندازه دسته ها را برابر با ۱ در نظر می گیریم. رابطه (۵) نحوه محاسبه زمان پردازش دسته اضافی برای هر محصول در صورت وجود را نشان می دهد. روابط (۶) و (۷) به ترتیب بیانگر نحوه محاسبه تعداد دسته ها و اندازه دسته اضافی برای هر محصول می باشد. محدودیت (۸) نشان می دهد که بر روی هر ماشین، فقط یک کار می تواند پیش نیاز یک کار مشخص در توالی باشد. همچنین محدودیت (۹) نشان می دهد که بر روی هر ماشین، فقط یک کار می تواند بعد از یک کار خاص انجام شود. محدودیت (۱۰) مربوط به روابط پیش نیازی است.

براساس این محدودیت، چنانچه دو کار، هم اولویت بوده و یا کار دومی دارای اولویت تقدیمی کمتری باشند (=کار دومی مقدار r بالاتری داشته باشد)، می توانند هر دو بر روی یک ماشین قرار گیرند، ولی چنانچه کار دومی دارای اولویت تقدیمی بیشتری باشد (= مقدار r کمتری داشته باشد)، مقدار سمت چپ محدودیت برابر با ۱- شده و در نتیجه دو کار روی یک ماشین قابل انجام نیستند و سرانجام محدودیت (۱۱) نشان می دهد که دو متغیر x و y باینری هستند.

۳. روش حل

۳-۱. الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک به عنوان یک روش کارا برای حل مسائل بهینه سازی شناخته شده که به نوعی اکثر روش های فراابتکاری جدیدتر که به روش های تکاملی معروفند، شکل توسعه یافته این الگوریتم به شمار می آیند. در این قسمت به تشریح جزئیات الگوریتم ژنتیک ارایه شده می پردازیم:

۳-۱-۱. نحوه کد و ساختار کروموزوم:

کروموزوم ها به صورت یک لیست مشخص از فرآیندها در نظر گرفته شده است. این موضوع در ادامه با یک مثال ارایه می گردد. فرض کنید ۳ محصول داریم به طوریکه تقاضای محصول اول برابر با ۱۶، تقاضای محصول دوم برابر با ۱۲ و تقاضای محصول سوم برابر با ۹ می باشد.

ابتدا یک عدد تصادفی به عنوان اندازه دسته برای هر محصول تولید می شود (b_i) که این عدد بین ۱ و مقدار تقاضای محصول خواهد بود. سپس تعداد دسته ها به کمک رابطه زیر محاسبه می گردد.

$$k_i = \left\lfloor \frac{d_i}{b_i} \right\rfloor \quad (12)$$

s.t.

$$c_j = \sum_{i=1}^n (b_i \cdot p_i \cdot k_i \cdot x_{i,j}) + \sum_{i=1}^n (w_i \cdot p w_i \cdot x_{i,j}) + \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n y_{i,k,j} \cdot S_{i,k} \quad j=1, \dots, m \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{i,j} = 1 \quad j=1, \dots, m \quad (3)$$

$$p_i = p_i^{max} - \frac{p_i^{max} - p_i^{min}}{b_i^{max} - b_i^{min}} (b_i - b_i^{min}) \quad i=1, \dots, n \quad (4)$$

$$p w_i = p_i^{max} - \frac{p_i^{max} - p_i^{min}}{b_i^{max} - b_i^{min}} (w_i - b_i^{min}) \quad i=1, \dots, n \quad (5)$$

$$k_i = \left\lfloor \frac{d_i}{b_i} \right\rfloor \quad i=1, \dots, n \quad (6)$$

$$d_i = w_i + k_i \cdot b_i \quad i=1, \dots, n \quad (7)$$

$$\sum_{k=1}^n y_{i,k,j} = 1 \quad i=1, \dots, n \quad j=1, \dots, m \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^n y_{i,k,j} = 1 \quad k=1, \dots, n \quad j=1, \dots, m \quad (9)$$

$$\frac{r_{k,j} - r_{i,j}}{|r_{k,j} - r_{i,j}|} \cdot x_{t,j} \leq y_{i,k,j} \quad k=1, \dots, n \quad j=1, \dots, m \quad i=1, \dots, m \quad (10)$$

$$x_{i,j}, y_{i,k,j} = \{0,1\} \quad (11)$$

عبارت (۱) تابع هدف مسئله را بیان می کند که عبارتست از کمینه کردن بیشینه زمان تکمیل کارها روی همه ماشین ها. رابطه (۲) نحوه محاسبه زمان تکمیل فرآیندها بر روی هر ماشین است که برابرست با حاصلضرب تعداد دسته هایی که بر روی این ماشین تولید شده اند، اندازه دسته ها و زمان پردازش آن دسته به علاوه جمع زمان های آماده سازی وابسته به توالی. همچنین در صورتی که محصولات، دسته اضافی داشته باشند، زمان لازم برای تولید آن نیز به مجموع محاسبه شده اضافه می گردد. محدودیت (۳) نشان می دهد که سایر دسته های یک نوع محصول خاص، بر روی یک ماشین انجام می پذیرند.

$$w_i = d_i - (k_i - 1) \quad (13)$$

w_i نیز نشان‌دهنده یک دسته اضافی می‌باشد که در صورت اعشاری شدن حاصل تقسیم تعداد دسته‌ها به اندازه دسته‌ها ایجاد می‌شود و ممکن است برای بعضی از محصولات مقدار صفر داشته باشد.

پس از آن بر اساس مقادیر محاسبه شده برای تعداد دسته و اندازه دسته‌ها زمان پردازش هر کار محاسبه می‌گردد:

$$p_i = p_i^{max} - cs_i(b_i - b_i^{min}) \quad (14)$$

در رابطه فوق $b_i^{max} = d_i$ و $b_i^{min} = 1$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین داریم:

$$cs_i = \frac{p_i^{max} - p_i^{min}}{b_i^{max} - b_i^{min}} \quad (15)$$

فرض کنید در این مسئله داریم:

شکل زیر کروموزوم تولید شده را نشان می‌دهد:

3	2	3	1	2	2	3	3	2
---	---	---	---	---	---	---	---	---

شکل ۱. ساختار کروموزوم ایجاد شده

قسمت آبی رنگ (=سه ژن اول از سمت چپ) در کروموزوم ترسیم شده بیانگر اندازه دسته برای هر محصول می‌باشد. قسمت‌های بعدی ترتیب انجام کارها بر روی هر ماشین را نشان می‌دهد. فرض کنید در این مثال ۳ ماشین موجود است و کارهای ۱ و ۲ فقط نیاز دارند تا روی ماشین اول پردازش شوند. بر این اساس ابتدا کار ۱ روی ماشین ۱ انجام شده و سپس کار ۲ مورد پردازش قرار می‌گیرد. در مورد تمامی ماشین‌ها این قاعده رعایت شده است. برای مثال در قسمت نارنجی رنگ، توالی قرار گرفتن کارها روی ماشین دوم ذکر شده که بر این اساس ابتدا کار دوم و سپس کار سوم انجام می‌گیرد.

۳-۱-۲. تابع برازندگی

برای هر کروموزوم، مقدار تابع برازندگی برابر با معکوس مقدار تابع هدف آن کروموزوم می‌باشد.

$$f(i) = \frac{1}{VOF(i)} \quad (16)$$

۳-۱-۳. مکانیزم انتخاب

سه نوع مکانیزم انتخاب در نظر گرفته می‌شود که در قسمت بعدی به کمک روش تاگوچی، عملکرد آن‌ها مقایسه می‌شود.

چرخ رولتی

-روش نخبه‌گرایی که در هر نسل، بهترین کروموزوم‌ها جهت اعمال عملگرهای ژنتیکی انتخاب می‌شوند.

-روش تصادفی که در هر نسل، کروموزوم‌های برگزیده به صورت کاملاً تصادفی انتخاب می‌گردند.

۳-۱-۴. ساختار روش جهش

ابتدا به کمک مکانیزم انتخاب، یک کروموزوم انتخاب شده و سپس در هر قسمت عمل جهش جداگانه صورت می‌گیرد. به این معنی که در قسمت اندازه دسته‌ها، یک محصول به تصادف انتخاب شده و مقدار اندازه دسته آن مجدداً محاسبه می‌گردد و بر اساس مقدار جدید به دست آمده، مقادیر تعداد دسته‌ها و زمان‌های پردازش دوباره محاسبه می‌گردند.

3	2	3	1	2	2	3	3	2
---	---	---	---	---	---	---	---	---

برای مثال در کروموزوم ارایه شده b_3 مقدار ۳ و b_2 مقدار ۲ است. کروموزوم اول به صورت تصادفی انتخاب شده و اندازه دسته آن مجدداً به صورت تصادفی تولید می‌گردد: در مورد هر ماشین نیز، جای دو کار به تصادف روی آن عوض می‌گردد:

3	2	3	2	1	3	2	3	2
---	---	---	---	---	---	---	---	---

۳-۱-۵. ساختار روش تقاطع

به کمک روش انتخاب، دو کروموزوم انتخاب می‌شوند. سپس عمل تقاطع برای هر قسمت جداگانه صورت می‌گیرد:

4	2	3	1	2	2	3	3	2
2	1	6	2	1	3	2	3	2

در مورد هر قسمت، یک عدد در بازه صفر و یک تولید شده و اگر بالاتر از ۰.۵ بود مقدار ژن کروموزوم اول خوانده می‌شود و در غیر این صورت، مقدار ژن از کروموزوم دوم انتخاب می‌گردد. در مورد سایر قسمت‌ها به غیر از قسمت اول، در هر بار بازخوانی مقدار ژن از کروموزوم‌ها، باید بررسی شود که در کروموزوم نهایی مقدار تکراری وارد نشود.

کروموزوم نهایی

4	1	3	2	1	2	3	3	2
---	---	---	---	---	---	---	---	---

کروموزوم نهایی جانشین یکی از والدین شده و والد دیگر بدون تغییر وارد نسل بعدی می‌شود.

۳-۱-۶. شرط پایان الگوریتم

برای پایان یافتن الگوریتم، یک شرط زمانی در نظر گرفته می شود که طی آن الگوریتم طی زمان در نظر گرفته شده به جستجوی فضای جواب می پردازد و بهترین جوابی که تاکنون یافته شده به عنوان جواب نهایی الگوریتم ارائه می گردد.

۳-۲. شبیه سازی تبرید

روش شبیه سازی تبرید از یک حیث نسبت به سایر روش های فراابتکاری دارای برتری است و آن حساسیت کم این روش نسبت به مقادیر اولیه پارامترهای آن می باشد [۳۹]. این ویژگی باعث شده که این روش تا حد زیادی از خطر افتادن در دام نقاط بهینه موضعی مصون باشد. در این قسمت به تشریح جزئیات الگوریتم شبیه سازی تبرید ارائه شده می پردازیم:

۳-۲-۱. تولید جواب اولیه

الگوریتم با یک دمای اولیه آغاز شده و جواب اولیه به صورت یک لیست تصادفی از فرایندها در نظر گرفته می شود. این قسمت دقیقاً مانند مثال ارائه شده در مورد تولید جامعه اولیه روش الگوریتم ژنتیک انجام می پذیرد.

۳-۲-۲. تولید همسایگی

به دو صورت در الگوریتم ارائه شده همسایگی ایجاد می شود. تولید همسایگی در هر دما: در یک دمای یکسان با ثابت در نظر گرفتن تعداد دسته ها و اندازه دسته ها، به صورت تصادفی جای دو خانه رشته ایجاد شده عوض می شود. تولید همسایگی با تغییر دما: به محض این که تغییر دما صورت می گیرد، مقادیر اندازه و تعداد دسته ها دو مرتبه محاسبه شده و رشته اولیه بر اساس مقادیر جدید دوباره بازنویسی می شود.

۳-۲-۳. شرط تغییر دما (شرط تعادل در هر دما):

در هر دما، جستجوی فضای حل تا جایی صورت می گیرد که حاصل جمع اختلاف بین مقادیر تابع هدف در E تکرار آخر بسیار ناچیز باشد.

$$\Delta Z = \sum_{i=k-E}^k Z_{i+1} - Z_i \leq \epsilon \quad (17)$$

با تحقق یافتن این شرط، دما یک واحد کاهش می یابد. در هر دما اگر مقدار تابع هدف بهتر شد، حتما مقدار بدست آمده پذیرفته می شود ولی در صورتی که مقدار تابع هدف از بهترین تابع هدف یافته شده تاکنون بدتر بود، بر اساس تابع بولتزمن برای آن تصمیم گیری می شود.

$$P(\Delta E) = \exp(-\Delta E / T) \quad (18)$$

۳-۲-۴. شرط پایان الگوریتم

شرط پایان الگوریتم رسیدن به دمای نهایی ۰ می باشد.

۴. تنظیم پارامترهای روش های حل

برای تنظیم پارامترهای روش های ارائه شده از الگوریتم تاگوچی استفاده می شود.

۴-۱. الگوریتم ژنتیک

عوامل زیر به عنوان عوامل موثر بر جواب الگوریتم ژنتیک در نظر گرفته شده اند:

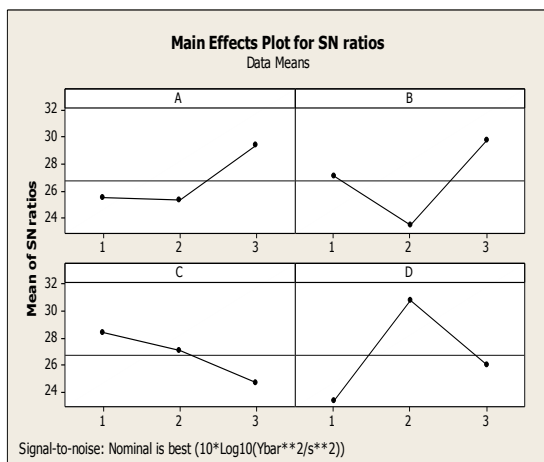
جدول ۱. ورودی روش تاگوچی برای الگوریتم ژنتیک

Factor	symbol	levels	Type
Number of chromosomes	A	3	A(1)=40 A(2)=50 A(3)=60
Mutation and cross over rates	B	3	B(1)=0.2 and 0.8 B(2)=0.5 and 0.8 B(3)=0.8 and 0.2
Selection mechanism	C	3	C(1)=roulette wheel C(2)= Best Selection C(3)=Random selection
Termination rule (run time)	D	3	D(1)=20 sec D(2)=40 sec D(3)=60 sec

بر اساس جدول استاندارد تاگوچی، با در نظر گرفتن ۴ عامل ۳ سطحی می توان از دو طرح L9 و L27 استفاده نمود که ما در این قسمت از L9 به دلیل ساده تر بودن و کم تر بودن محاسبات استفاده می کنیم. همچنین عامل استواری جواب بر اساس رابطه زیر محاسبه می گردد:

$$\frac{S}{N} \text{ ratio} = 10 \log_{10}(\text{objective function})^2 \quad (19)$$

نتایج الگوریتم تاگوچی ارائه شده در نمودارهای زیر آمده است:



شکل ۲. مقایسه استواری جواب ها

کمتر پاسخ مورد نظر می‌باشد. بر این اساس ترکیب‌های مناسب بر اساس عامل میانگین پاسخ عبارتند از:

A(3)=60, B(2)=0.5 and 0.5, C(1)=roulette wheel, D(1)=20 seconds

از آنجایی که روش‌های فراابتکاری دارای یک ماهیت تصادفی در جستجوی جواب مسئله هستند لذا به کمک روش تاگوچی ارایه شده، در بعضی موارد نمی‌توان یک ترکیب خاص را به‌عنوان بهترین حالت در نظر گرفت. از این‌رو از بین سه عامل ارایه شده ترکیبی که عوامل بیشتری را همزمان ارضا کند به‌عنوان عامل نهایی در نظر گرفته می‌شود. در مورد عامل A چون A(3) در همه موارد بهترین وضعیت را داراست انتخاب می‌شود. در مورد B، ترکیب B(3) انتخاب می‌شود چون بیشترین استواری و کمترین انحراف استاندارد تغییر را داراست. در مورد C، استراتژی C(1) انتخاب می‌شود که دارای بیشترین استواری جواب و کمترین مقدار میانگین پاسخ را داراست. در مورد D، ترکیب D(2) انتخاب می‌شود که دو عامل استواری و انحراف استاندارد مناسبی دارد.

۲-۴. شبیه‌سازی تبرید

عوامل زیر به‌عنوان عوامل موثر بر جواب الگوریتم شبیه‌سازی تبرید در نظر گرفته شده‌اند:

جدول ۲. ورودی روش تاگوچی برای شبیه‌سازی تبرید

Factor	symbol	Levels	Type	Degree of freedom
Initial temperature	A	3	A(1)=50 A(2)=100 A(3)=150	2
Number of objectives that are considered to calculate the total gap in each temperature	B	3	B(1)=3 B(2)=4 B(3)=5	2

براساس جدول استاندارد تاگوچی، با در نظر گرفتن ۲ عامل ۳ سطحی می‌توان از دو طرح L9 و L27 استفاده نمود که ما در این قسمت از L9 به دلیل ساده‌تر بودن و کم‌تر بودن محاسبات استفاده می‌کنیم.

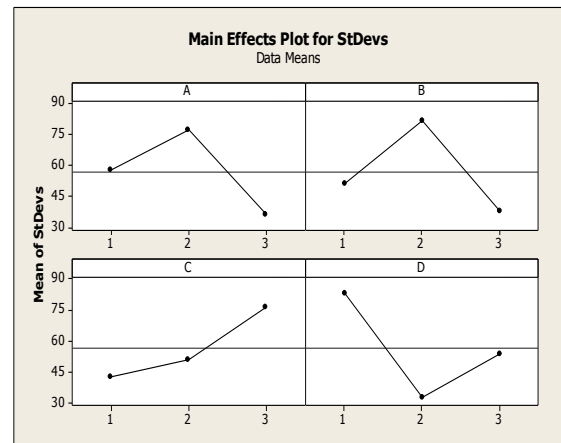
همچنین عامل استواری جواب بر اساس رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$\frac{S}{N} \text{ ratio} = 10 \log_{10}(\text{objective function})^2 \quad (23)$$

نتایج الگوریتم تاگوچی ارایه شده در نمودارهای زیر آمده است:

عامل استواری جواب نشان می‌دهد عوامل در نظر گرفته شده تا چه حد قادرند تغییر پذیری در فرآیند را با کنترل سایر عوامل غیر قابل کنترل، کمینه کنند. از این‌رو هر چه میزان استواری یک ترکیب بالاتر باشد آن ترکیب مناسب‌تر خواهد بود. بر این اساس مناسب‌ترین ترکیب‌ها بر اساس عامل استواری عبارتند از:

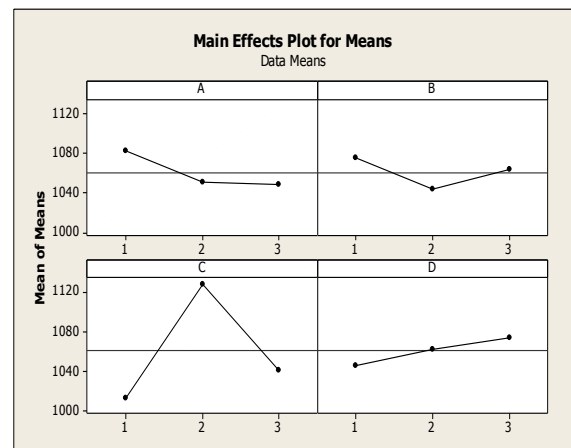
A(3)=60, B(3)=0.8 and 0.2, C(1)=roulette wheel, D(2)=40 seconds



شکل ۳. مقایسه میزان تغییر پذیری جواب‌ها

نمودار فوق، میزان تغییرپذیری تابع هدف را به ازای مقادیر ترکیب‌های مختلف نشان می‌دهد. بدیهی است که هر چه این مقدار کم‌تر باشد جواب ارایه شده دارای دقت بالاتری می‌باشد. بر اساس این عامل ترتیب مناسب پارامترها عبارتند از:

A(3)=60, B(3)=0.8 and 0.2, C(3)= Random selection, D(2)=40 seconds



شکل ۴. مقایسه میانگین پاسخ‌ها

نمودار فوق مقدار میانگین پاسخ را برای هر ترکیب نشان می‌دهد. از آنجایی که تابع هدف از نوع کمینه کردن می‌باشد پس مقادیر

براساس نمودارهای ارائه شده مناسب ترین ترکیبها برای عوامل عبارتند از:

ترکیبات مناسب برای استواری جوابها

$$A(2)=100, B(1)=3$$

ترکیبات مناسب برای تغییرپذیری جوابها

$$A(2)=100, B(1)=3$$

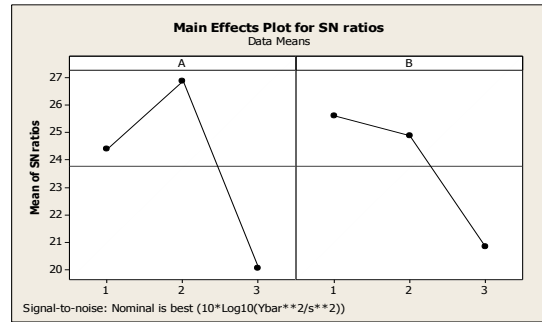
ترکیبات مناسب برای میانگین سطوح پاسخ

$$A(2)=100, B(2)=4$$

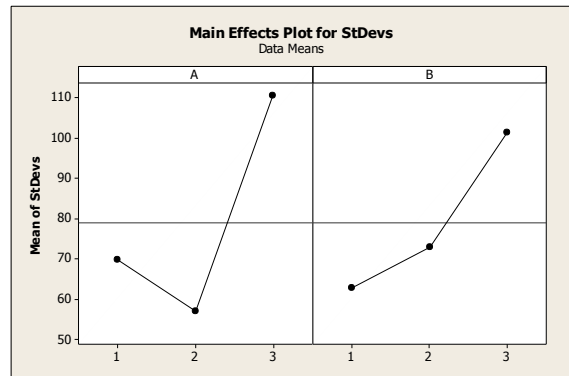
جهت انتخاب بهترین ترکیب، ترکیبی که از بین سه عامل ارائه شده، عوامل بیشتری را همزمان ارائه کند به عنوان عامل نهایی در نظر می گیریم که بر این اساس A(2) و B(1) انتخاب می گردند.

۵. اعتبارسنجی مدل ارائه شده

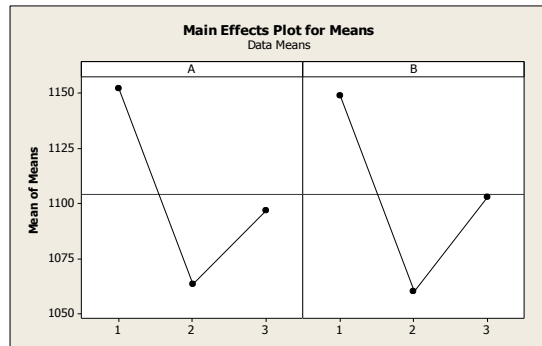
اگرچه مقالات زیادی مسئله زمانبندی دسته ای و زمانبندی تولید را مورد مطالعه قرار داده اند ولی، مسئله زمانبندی تولید دسته ای در محیط ماشین های موازی چند کاره با در نظر گرفتن روابط تقدمی و زمان های پردازش وابسته به اندازه دسته ها تاکنون مورد مطالعه قرار نگرفته است. از این رو چون امکان مقایسه نتایج این تحقیق با دیگر مقالات موجود فراهم نمی باشد جواب بهینه مسئله در ابعاد کوچک تر به کمک نرم افزار لینگو ۱۱ بدست آمده و با نتایج الگوریتم های ژنتیک و شبیه سازی تبرید مورد مقایسه قرار می گیرد که نتایج آن در جدول زیر ارائه می شود.



شکل ۵. مقایسه استواری جوابها



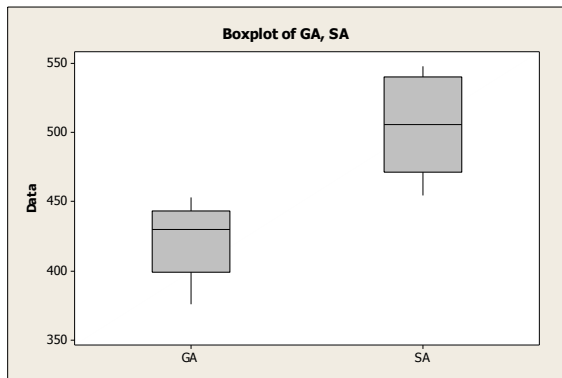
شکل ۶. مقایسه تغییرپذیری جوابها



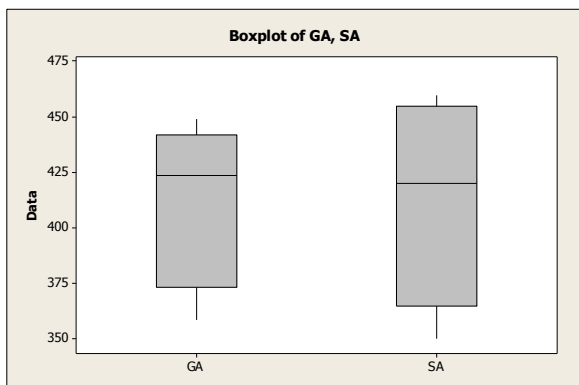
شکل ۷. مقایسه میانگین جوابها

جدول ۳. اعتبارسنجی مدل ارائه شده

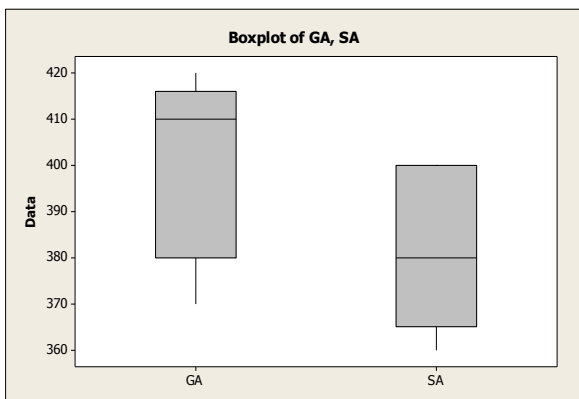
Number of machines	Number of jobs	Global optimum			SA		GA			
		Lingo 11		VOF	Run time (sec)	Run time (sec)	% gap	VOF	Run time (sec)	% gap
		VOF	Run time (sec)							
3	10	84	86	84	2	0	84	3	0	
	15	96	92	96	2	0	97	2	1.04	
	20	75	105	75	5	0	75	3	0	
4	10	181	150	181	8	0	181	5	0	
	15	169	153	173	8	0	169	6	0	
	20	154	159	158	8	0	154	9	0	
7	10	162	588	170	11	4.93	168	12	3.71	
	15	123	602	132	12	7.31	135	13	9.75	
	20	98	655	101	11	3.06	101	16	3.06	
10	15	-	-	95	16	-	97	18	-	
	20	-	-	112	23	-	112	20	-	



شکل ۹. بررسی عملکرد دو الگوریتم در ۳۰ ثانیه



شکل ۱۰. بررسی عملکرد دو الگوریتم در ۴۵ ثانیه



شکل ۱۱. بررسی عملکرد دو الگوریتم در ۶۰ ثانیه

با توجه به نتایج جدول و نمودارهای ارائه شده، در مجموع روش شبیه سازی تبرید جواب بهتری را نسبت به الگوریتم ژنتیک ارائه می‌کند زیرا بهترین جواب آن در تمامی حالات از بهترین جواب الگوریتم ژنتیک برتر است. از طرف دیگر، الگوریتم ژنتیک تقریباً در تمام حالات (به غیر از ۶۰ ثانیه)، متوسط جواب بهتری را ارائه می‌کند. نوسان جواب‌های الگوریتم ژنتیک مقداری کم‌تر از نوسان جواب‌های شبیه‌سازی تبرید است که حاکی از آن است این الگوریتم در مقایسه با روش شبیه‌سازی تبرید در بازه‌های زمانی مختلف زودتر به همگرایی می‌رسد.

براساس نتایج جدول فوق، دو روش ارائه شده بسیار کارا عمل می‌کنند و در مدت زمان کوتاهی به جوابی با دقت بسیار بالا می‌رسند. با افزایش ابعاد مسئله، زمان رسیدن به جواب بهینه به صورت نمایی افزایش می‌یابد، به طوری که برای مسائل بزرگ‌تر از مقیاس ۱۰ ماشین و ۱۵ کار، امکان رسیدن به جواب بهینه قطعی وجود ندارد.

به طور کلی به کمک نتایج حاصل از جدول فوق، در مورد عملکرد روش‌های فراابتکاری ارائه شده نسبت به هم نمی‌توان اظهار نظر نمود. چون در مواردی الگوریتم ژنتیک و در موارد دیگر شبیه سازی تبرید به جواب بهتری می‌رسند.

۶. مقایسه عملکرد الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی

تبرید

در این قسمت مایلیم عملکرد این دو الگوریتم را نسبت به یکدیگر بسنجیم. برای این منظور عملکرد هر کدام از الگوریتم‌ها در بازه‌های زمانی مساوی ۵ بار اجرا می‌شوند و سپس در هر بازه زمانی نتایج آن‌ها مورد مقایسه قرار می‌گیرد. جدول زیر این مقایسات را نشان می‌دهد:

جدول ۴. مقایسه نتایج دو روش ارائه شده

Run time (sec)	Alg.	Best	Avg.	Worst	SD	SD/Avg.
15	SA	398.45	445.13	484.16	42.67	0.09
	GA	375.54	420.58	452.09	32.11	0.07
30	SA	454.58	505.51	531.73	36.64	0.07
	GA	375.57	422.94	452.8	28.60	0.07
45	SA	350.63	412.58	460.92	46.58	0.11
	GA	358.59	410.86	448.95	37.06	0.09
60	SA	360.16	382.96	400.01	17.88	0.04
	GA	370.23	400.04	412.32	20.26	0.05



شکل ۸. بررسی عملکرد دو الگوریتم در ۱۵ ثانیه

۷. نتیجه گیری

در این مقاله به بررسی مسئله زمانبندی دسته ای در حالت ماشین های موازی چندکاره با در نظر گرفتن روابط پیش نیازی پرداخته شد و برای مسئله یاد شده با فرض این که زمان پردازش هر دسته تابعی از اندازه آن دسته می باشد، یک مدل ریاضی ارائه گردید که هدف آن یافتن اندازه مناسب هر کدام از دسته ها و کمینه کردن بیشینه زمان تکمیل تولید روی ماشین ها بود. از آن جایی که مدل ارائه شده دارای پیچیدگی بسیار زیادی بود، جهت حل آن از دو روش فرا ابتکاری الگوریتم ژنتیک و شبیه سازی تبرید استفاده گردید و عملکرد آن ها به صورت آماری با یکدیگر مورد مقایسه قرار گرفت. همچنین جهت سنجش اعتبار مدل پیشنهادی جواب های بهینه مسئله در مقیاس کوچک تر به کمک نرم افزار لینگو ۱۱ بدست آمده و با مقادیر حاصل از الگوریتم های ارائه شده مورد بررسی قرار گرفت. بر اساس این مقایسه هر دو الگوریتم قادرند در مدت زمان کوتاهی به جوابی با دقت بسیار بالا برسند.

منابع

- [8] Doganis, P., Sarimveis, H., *Scheduling Algorithm Based on Evolutionary Computing in Identical Parallel Machine Production Line*, Journal of food engineering, (80), 2006, pp. 445-453.
- [9] Fakhrazad, M.B., Khademi Zare, H., *Combination of Genetic Algorithm with Lagrange Multipliers for lot-Size Determination in Multi-Stage Production Scheduling Problems*. Expert Systems with Applications 36, 2009, pp. 10180-10187.
- [10] Fogel, L.J., Owens, A.J., Walsh, M.J., *Artificial Intelligence Through Simulated Evolution*. New York: Wiley; 1966.
- [11] Gao, L., Wang, C., Wang, D., Yin, Z., Wang, S., *A Production Scheduling System for Parallel Machine in an Electrical Appliance Plant*. Computers and Industrial Engineering, 35(1-2), 1998, pp. 105-108.
- [12] Geneste, L., Grabot, B., Letouzey, A., *Scheduling Uncertain Orders in the Customer-Subcontractor Context*, European Journal of Operational Research 147, 2003, pp. 297-311.
- [13] Ho Ko, C., Fan Wang, Sh., *Precast Production Scheduling using Multi-Objective Genetic Algorithms*. Expert Systems with Applications 38 2011, pp. 8293-8302.
- [14] Hwa Huang, R., *Multi-objective job-shop scheduling with lot-splitting production*. International Journal of Production Economics 124 (2010) 206-213.
- [15] Hwa Huang, R., Yang, CL., *Overlapping Production Scheduling Planning with Multiple Objectives—An ant Colony Approach*. International Journal of Production Economics 115, 2008, pp. 163-170.
- [16] Jou, C., *A Genetic Algorithm with Sub-Indexed Partitioning Genes and its Application to Production Scheduling of Parallel Machines*, Computers & Industrial Engineering, 48, 2005, pp. 39-54.
- [17] Jou, C., *A Genetic Algorithm with Sub-Indexed Partitioning Genes and its Application to Production Scheduling of Parallel Machines*. Computers & Industrial Engineering 48, 2005, pp. 39-54.
- [18] Kacem, I., *Genetic Algorithm for the Flexible Job-Shop Scheduling Problem*. Proceedings of IEEE international conference on systems, man and cybernetics, 4, 2003, pp. 3464-3469.
- [19] Kim Jong-Hwan, Myung Hyun. *Evolutionary Programming Techniques for Constrained Optimization Problems*. IEEE Trans Evol Computation 1997; 1(2): 2003, pp. 129-40.
- [20] Knosala, R., Wal, T., *A Production Scheduling Problem using Genetic Algorithm*. Journal of Materials Processing Technology 109, 2001, pp. 90-95.
- [21] Kopanos, G., Puigjaner, L., *Multi-Site Scheduling/Batching and Production Planning for Batch Process*
- [1] Adamopoulos, G.I., Pappis, C.P., *Scheduling Jobs with Different, Job-Dependent Earliness and Tardiness Penalties using the SLK Method*. European Journal of Operational Research, 88(2), 1996, pp.336-344.
- [2] Averbakh, I., *On-Line Integrated Production-Distribution Scheduling Problems with Capacitated Deliveries*. European Journal of Operational Research 200, 2010, pp. 377-384.
- [3] Ben-Daya, M., Al-Fawzan, M., *A Tabu Search Approach for the Flow Shop Scheduling Problem*. European Journal of Operational Research, 109(1), 1998, pp. 88-95.
- [4] Chen, H.X., Luh, P.B., *An Alternative Framework to Lagrangian Relaxation Approach for Job Shop Scheduling*, European Journal of Operational Research 149, 2003, pp. 499-512.
- [5] Cheng, R., Gen, M., Tozawa, T., *Minmax Earliness/Tardiness Scheduling in Identical Parallel Machine System using Genetic Algorithms*. Computers and Industrial Engineering, 29(1-4), 1995, pp. 513-517.
- [6] Cheng Runwei, Gen Mitsuo, Tsujimura Yasuhiro. *Tutorial Survey of Job-Shop Scheduling Problems using Genetic Algorithms*, Part II: hybrid genetic search strategies. ComputIndEng 1999;36(2): 1995, pp. 343-64.
- [7] Chung, SH., Chan, F., Chan, H., *A Modified Genetic Algorithm Approach for Scheduling of Perfect Maintenance in Distributed Production Scheduling*. Engineering Applications of Artificial Intelligence 22 2009, pp. 1005-1014.

- [35] Wang, X., Cheng, T.C.E., *Production Scheduling with Supply and Delivery Considerations to Minimize the Makespan*. European Journal of Operational Research 194, 2009, pp. 743-752.
- [36] Tat Chan, W., Hu, H., *An Application of Genetic Algorithms to Precast Production Scheduling*. Computers & Structures 79, 2001, pp. 1605-1616.
- [37] Webster, S., Jog, P. D., Gupta, A., *A Genetic Algorithm for Scheduling Job Families on a Single Machine with Arbitrary Earliness/Tardiness Penalties and an Unrestricted Common Due Date*. International Journal of Production Research, 36(9), 1998, pp. 2543-2551.
- [38] Ying Wu, L., Dong Hu, Y., Mei Xu, D., Hua, B., *Solving Batch Production Scheduling using Genetic Algorithm*. Computer Aided Chemical Engineering 15, 2003, pp. 648-653.
- [39] van Laarhoven, P.J.M., Aarts, E.H., *Simulated Annealing: Theory and Applications*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1988.”
- [40] Zegordi, S, Kamal Abadi, I., Beheshti Nia, M., *A Novel Genetic Algorithm for Solving Production and Transportation Scheduling in a Two-Stage Supply Chain*. Computers & Industrial Engineering 58, 2010, pp. 373-381.
- [22] Kopanos, G., Puigjaner, L., Georgiadis, M., *Efficient Mathematical Frameworks for Detailed Production Scheduling in Food Processing Industries*. Computers & Chemical Engineering In Press 2011.
- [23] Lee, H., *Heuristic for Scheduling on Nonidentical Machines to Minimize Tardy Jobs*. Int J IndEng: TheorAppl Practice 2000;7(3;): 188-94.
- [24] Loukil, T., Teghem, J., Fortemps, Ph., *A Multi-Objective Production Scheduling Case Study Solved by Simulated Annealing*. European Journal of Operational Research 179, 2007, pp. 709-722.
- [25] Lee, I., Yoon, S.H., *Coordinated Scheduling of Production and Delivery Stages with Stage-Dependent Inventory Holding Costs*. Omega 38, 2010, pp. 509-521.
- [26] Li, Y., Ip, W., Wang, D., *Genetic Algorithm Approach to Earliness and Tardiness Production Scheduling and Planning Problem*. International Journal of Production Economics 54, 1998, pp. 65-76.
- [27] Liu, J., Tang, L., *A Modified Genetic Algorithm for Single Machine Scheduling*. Computers and Industrial Engineering, 37(1), 1999, pp. 43-46.
- [28] Luh, P.B., Zhou, X.H., Tomastik, R.N., *An Effective Method to Reduce Inventory in Job Shops*, IEEE Transactions on Robotics and Automation 16, 2000, pp. 420-424.
- [29] Mendez, C.A., Henning, G.P., Cerda, J., *Optimal Scheduling of Batch Plants Satisfying Multiple Product Orders with Different Due-Dates*, Computers and Chemical Engineering 24, 2000, pp. 2223-2245.
- [30] Qi, X., *Outsourcing and Production Scheduling for a Two-Stage Flow Shop*. International Journal of Production Economics 129, 2011, pp. 43-50.
- [31] Sankar, A.S., Ponnambalam, S.G., Rajendran, C., *A Multiobjective Genetic Algorithm for Scheduling a Flexible Manufacturing System*. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 22(3), 2003, pp. 229-236.
- [32] Sawik, T., *Integer Programming Approach to Production Scheduling for Make-to-Order Manufacturing*. Mathematical and Computer Modeling 41, 2005, pp. 99-118.
- [33] Suer, GA., *Evolutionary Programming for Designing Manufacturing Cells*. proceedings of the IEEE Conference on Evolutionary Computation, Indianapolis, IN, USA. 1997. pp. 379-84.
- [34] Sun, J., Xue, D., *A Dynamic Reactive Scheduling Mechanism for Responding to Changes of Production Orders and Manufacturing Resources*, Computers in Industry 46, 2001, pp. 189-207.