



## Memetic Algorithm for Flexible Job Shop Scheduling with Preemption

B. Yousefi Yegane\*, N. Khanlarzade & A. Rahimi Fard

B. Yousefi Yegane, Department of Industrial Engineering, Malayer Branch, Islamic Azad University, Malayer, Iran .

N. Khanlarzade, Msc student of Industrial Engineering- Tarbiat Modares University

A. Rahimi Fard, Department of Industrial Engineering, Malayer Branch, Islamic Azad University, Malayer, Iran

### Keywords

Memetic algorithm,  
Flexible job shop scheduling,  
Overlapping,  
Preemption

### ABSTRACT

*Flexible job shop scheduling problem (FJSP) is an extension of the classical job shop scheduling problem which allows an operation to be processed by any machine from a given set .FJSP is NP-hard and mainly presents two difficulties .The first one is to assign each operation to a machine out of a set of capable machines, and the second one deals with sequencing the assigned operations on the machines .However, it is quite difficult to achieve an optimal solution to this problem in medium and large size problems with traditional optimization approaches .In this paper a memetic algorithm (MA) or flexible job shop scheduling with overlapping in operation is proposed that solves the FJSP to minimize makespan time and obtain the optimum solution for small problem and best solution for medium and large scale problems .In this paper we also used preemption to improve the results of memetic algorithm and reduce the makespan.*

© 2012 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 22, No. 4, All Rights Reserved

\*  
Corresponding author. B. Yousefi Yegane  
Email: [bys.yegane@gmail.com](mailto:bys.yegane@gmail.com)



# الگوریتم ممتیک برای حل مسئله زمانبندی کار کارگاهی منعطف با امکان ایجاد وقفه در انجام فعالیت‌ها

بابک یوسفی یگانه\*، نرگس خانلرزاده و علی رحیمی فرد

## کلمات کلیدی

الگوریتم ممتیک،  
زمانبندی کار کارگاهی منعطف،  
اشتراک زمانی فعالیت‌ها،  
وقفه

## چکیده:

مسئله زمانبندی کار کارگاهی منعطف (Flexible Job Shop)، حالت توسعه یافته زمانبندی کار کارگاهی (Job Shop) است که در آن هر عملیات می‌تواند توسط بیش از یک ماشین از میان مجموعه ماشین‌های موجود انجام شود. این مسئله در زمره مسائل NP-hard طبقه بندی می‌شود و برای حل آن با دو زیر مساله مواجه هستیم. نخست اینکه، نحوه تخصیص هر فعالیت به ماشین از میان ماشین‌های موجود که قادر به پردازش فعالیت مورد نظر است تعیین شود و سپس توالی فعالیت‌های تخصیص یافته مشخص گردد. واضح است که دستیابی به پاسخ بهینه، حتی در ابعاد کوچک دشوار و بسیار زمان‌بر است در این مقاله یک الگوریتم ممتیک جهت کمینه کردن حداکثر زمان تکمیل و بدست آوردن جواب بهینه مسائل کوچک و بهترین جواب مسایل متوسط و بزرگ ارائه می‌شود. در این مقاله همچنین به منظور بهبود جواب‌های حاصل از الگوریتم ممتیک و کاهش حداکثر زمان تکمیل فرض ایجاد وقفه در انجام کارها را نیز در نظر می‌گیریم.

## ۱. مقدمه

زمانبندی کار کارگاهی<sup>۲</sup> از جمله مسایلی است که در میان مدل‌های زمانبندی بیش از همه مورد توجه قرار گرفته است. پیچیدگی ذاتی مساله و NP-hard بودن آن سبب شده تا روش‌های سنتی مرسوم نظیر روش شاخه و کران و سایر روش‌های تحقیق در عملیات در دستیابی به جواب‌های بهینه برای این مساله ناکارآمد باشند. مدل کار کارگاهی منعطف در واقع به زمانبندی انجام مجموعه‌ای از کارها که هر کار شامل یک یا چند عملیات است و هر عملیات می‌تواند روی مجموعه‌ای از ماشین آلات انجام شود می‌پردازد. هدف، برنامه‌ریزی کارها بگونه‌ای است

که یک یا چند معیار، بعنوان تابع هدف، بهینه گردد. مساله کار کارگاهی منعطف<sup>۶</sup> شامل دو زیر مساله اصلی به شرح زیر می‌باشد: (۱) زیر مساله تخصیص<sup>۴</sup> که به تخصیص هر عملیات به یک ماشین از مجموعه ماشین‌های ممکن می‌پردازد و (۲) زیر مساله زمانبندی<sup>۵</sup> که در آن توالی اجرای عملیات روی ماشین‌ها تعیین می‌گردد. اشتراک زمانی<sup>۶</sup> فعالیت‌ها فرض جدیدی است که در مقالات محدودی به آن اشاره شده است. این فرض در برخی از صنایع نظیر پتروشیمی و صنایع شیشه‌سازی از جمله فرضیاتی است که بایستی حتماً در نظر گرفته شود. فرض اشتراک زمانی فعالیت‌ها بدین معنا است که شروع عملیات بعدی یک کار لزوماً منوط به اتمام عملیات قبلی نیست بلکه پس از سپری شدن مدت زمانی خاص، پس از شروع عملیات قبلی، امکان شروع عملیات بعدی وجود دارد. این فرض موجب پیچیدگی بیشتر مسئله زمانبندی کار کارگاهی منعطف خواهد شد [۱] و [۲].

تاریخ وصول: ۸۹/۷/۱۹

تاریخ تصویب: ۹۰/۲/۳

\*نویسنده مسئول مقاله: بابک یوسفی یگانه، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد ملایر، گروه مهندسی صنایع، ملایر، ایران، [bys.yegane@gmail.com](mailto:bys.yegane@gmail.com)  
نرگس خانلرزاده، دانشجوی کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس، [nkh.khanlarzade@gmail.com](mailto:nkh.khanlarzade@gmail.com)

علی رحیمی فرد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد ملایر، گروه مهندسی صنایع، ملایر، ایران، [alirahimifard59@gmail.com](mailto:alirahimifard59@gmail.com)

<sup>۵</sup>. Job Shop Scheduling

<sup>۶</sup>. Flexible Job shop Scheduling

4. Routing Sub-Problem

5. Scheduling Sub-Problem

6. Overlapping

مساله زمانبندی کار کارگاهی منعطف با دو کار ارائه کردند. سعیدی و فتاحی [۶] مدلی ریاضی برای مساله ارائه نمودند که در آن فرض وابستگی زمان‌های راه اندازی به توالی عملیات در نظر گرفته شده است، آنها برای حل مدل ریاضی خود روش جستجوی ممنوع را مورد استفاده قرار دادند. کاسم و دیگران [۷] یک الگوریتم ژنتیک ارائه کردند و به منظور دستیابی به جواب‌های اولیه مناسب روش موضع یابی را توسعه دادند. ژیا و وو [۸] در مطالعه خود، از روش PSO برای مسئله تخصیص و از روش شبیه سازی تبرید و جستجوی محلی برای مسئله زمانبندی استفاده کرده‌اند. زندیه و دیگران [۹] الگوریتم ژنتیک را برای حل هر دو مساله تخصیص و زمانبندی بکار گرفته‌اند. در الگوریتم پیشنهادی آنها روش‌های مختلفی برای ایجاد جمعیت اولیه و استراتژی‌های متعدد برای تولید جمعیت جدید در مراحل بعدی پیشنهاد شده است.

با لحاظ رویکرد یکپارچه‌ای، هیورینک و دیگران [۱۰] و همچنین چمبرز [۱۱] یک الگوریتم جستجوی ممنوع را برای حل مساله زمانبندی کار کارگاهی منعطف پیشنهاد کردند. دائورز-پیرس و پائولی [۱۲] مدل نمودار انفضالی مساله کار کارگاهی را توسعه دادند و این واقعیت که در مساله زمانبندی کار کارگاهی منعطف هر کار بایستی توسط یک ماشین انجام شود را در نظر گرفتند. با توسعه نمودار انفضالی عنوان شده یک ساختار همسایگی جدید استخراج و برای حل مساله از روش جستجوی ممنوع استفاده شده است. ماسترولی و گامباردلا [۱۳] روش جستجوی ممنوع دائورز-پیرس را توسعه دادند و دو تابع همسایگی را برای حل مساله پیشنهاد کردند.

واٹسنز [۱۴] با حذف یک از عملیات یک ماشین و شناسایی حالات امکان پذیر برای قرار دادن آن عملیات و سپس انتخاب بهترین حالت، یک ساختار همسایگی برای مساله زمانبندی کار کارگاهی منعطف ارائه نمودند. بروکر و نیر [۱۵] روشی را پیشنهاد کردند که طی آن بهترین مکان برای ورود یک عملیات در تابع همسایگی انتخاب می‌شود. یانگ [۱۶] یک الگوریتم ژنتیک بر مبنای روش برنامه ریزی پویای گسسته برای حل مساله ارائه کرده است.

فرض ایجاد وقفه در انجام فعالیت‌ها نیز تا کنون توسط تعدادی از محققین مورد بررسی قرار گرفته است هر چند که در میان معدود مطالعات صورت گرفته، به مساله زمانبندی کار کارگاهی منعطف اشاره نشده است. رونگه و سورد [۱۷] فرض ایجاد وقفه در انجام کارها را با معیار کمینه کردن زودکرد-دیرکرد در مساله زمانبندی مورد استفاده قرار داده اند. هندل و همکاران [۱۸] مساله زمانبندی را با فرض وجود وقفه و همچنین تحویل به هنگام با معیار حداقل نمودن زودکرد-دیرکرد مطالعه کرده اند. در این مطالعه هزینه های زودکرد به زمان شروع یک کار وابسته شده

ایجاد وقفه در انجام کارها به این معنا است که پس از انجام درصدی از کار مورد نظر، کار قطع می‌شود و در زمانی دیگر اجرای آن از سر گرفته می‌شود. این امر ممکن است به دلایل مختلفی رخ دهد، بعنوان مثال وجود کارهایی با اولویت یکسان در سیستم تولیدی می‌تواند منجر به این شود که یک کار تا تکمیل شدن روی یک ماشین انجام نشود، همچنین خرابی ماشین‌آلات را می‌توان بعنوان عامل دیگری در بروز وقفه در نظر گرفت. به هر صورت وقفه در عمل به دو صورت رخ می‌دهد، در حالت اول، بخش انجام شده از کار از دست نمی‌رود و هنگام شروع مجدد، ادامه کار انجام می‌شود.<sup>۷</sup> در حالت دوم، هنگام شروع مجدد، بخش ابتدایی بعنوان یک بخش از دست رفته محسوب می‌شود و کار از ابتدا انجام می‌شود.<sup>۸</sup> [۳].

طی سال‌های اخیر برای حل مساله کار کارگاهی منعطف (چه بصورت تک هدفه و چه بصورت چند هدفه) در دو حالت مجاز بودن وقفه و عدم مجاز بودن آن، روش‌های مختلف جستجوی محلی نظیر شبیه سازی تبرید، جستجوی ممنوع، الگوریتم ژنتیک و الگوریتم سیستم ایمنی مصنوعی ارائه شده است. با توجه به اینکه مساله اصلی مورد بحث در این مطالعه مساله زمانبندی کار کارگاهی منعطف است لذا در ادامه مروری بر تحقیقات انجام شده در این حوزه خواهیم داشت.

برای حل مساله زمانبندی کار کارگاهی منعطف، دو رویکرد ارائه شده است: رویکرد سلسله مراتبی<sup>۹</sup> و رویکرد یکپارچه‌ای<sup>۱۰</sup>. در رویکرد سلسله مراتبی مساله به دو زیر مساله تبدیل می‌شود: مسئله تخصیص و مسئله زمانبندی. این تفکیک موجب کاهش پیچیدگی خواهد شد، معذک جوابهای بدست آمده نیز دورتر از جوابهای بهینه هستند. در رویکرد یکپارچه تخصیص و زمانبندی بطور همزمان صورت می‌گیرد. اگرچه در این رویکرد، در مقایسه با رویکرد سلسله مراتبی جوابهای بهتری حاصل میشود، زمان مورد نیاز برای بدست آوردن جوابها نیز معمولاً بیشتر است. در ادامه ابتدا به مرور برخی از تحقیقات انجام شده با رویکرد سلسله مراتبی می‌پردازیم و سپس مطالعات انجام شده با رویکرد یکپارچه را مورد بررسی قرار خواهیم داد.

برندیمارت [۴] نخستین فردی بود که روش سلسله مراتبی را برای حل مساله زمانبندی کار کارگاهی منعطف مورد استفاده قرار داد. وی برای حل زیر مساله تخصیص از برخی قواعد توزیع<sup>۱۱</sup> استفاده نمود و سپس مساله زمانبندی را با استفاده از روش جستجوی ممنوع حل نمود. فتاحی و دیگران [۲] با فرض اشتراک زمانی فعالیت‌ها، مساله را با بکارگیری روش شبیه سازی تبرید حل نمودند. بروکر و شیل [۵] یک الگوریتم چند جمله‌ای را برای حل

<sup>7</sup> Preemptive Resume

<sup>8</sup> Preemptive Repeat

<sup>9</sup> Hierarchical Approach

<sup>10</sup> Integrated Approach

<sup>11</sup> Dispatching Rules

منوط به اتمام عملیات قبلی نیست بلکه پس از سپری شدن مدت زمانی خاص، پس از شروع عملیات قبلی، امکان شروع عملیات بعدی وجود دارد. برای لحاظ این فرض در مدل،  $ov_{j,h}$  را بصورت ضریبی بین صفر و یک برای عملیات  $o_{j,h}$  در نظر می‌گیریم. بدین ترتیب پس از گذشت زمانی معادل  $ov_{j,h} \times p_{ij,h}$  از شروع عملیات  $o_{j,h}$ ، عملیات بعدی، یعنی  $o_{j,h+1}$ ، میتواند شروع شود. در صورتیکه اشتراک زمانی مجاز نباشد، یعنی عملیات بعدی صرفاً پس از اتمام عملیات قبلی بتواند شروع شود، مقدار این ضریب یک است و هر قدر این ضریب به صفر نزدیک باشد به این معنا است که عملیات بعدی پس از گذشت زمان کمتری از شروع عملیات قبلی میتواند شروع شود.  $a_{ij,h}$  را بصورت یک متغیر صفر و یک تعریف می‌کنیم که مقدار آن یک است در صورتیکه عملیات  $o_{j,h}$  روی ماشین  $i$ ام بتواند انجام شود و صفر است در غیر اینصورت. همچنین  $y_{ij,h}$  یک متغیر صفر و یک است که مقدار آن در صورتیکه ماشین  $i$ ام برای عملیات  $o_{j,h}$  انتخاب شود، یک و در غیر اینصورت صفر خواهد بود. فرض کنید عملیات  $o_{j,h}$  و عملیات بعدی آن یعنی عملیات  $o_{j,h+1}$  به ترتیب روی ماشین  $i$  و  $i'$  انجام شود. متغیر  $r_{j,h}$  را بصورت یک متغیر صفر و یک تعریف می‌کنیم که مقدار آن یک است در صورتیکه  $p_{ij,h} \leq p_{i'j,h+1}$  و صفر است اگر  $p_{ij,h} > p_{i'j,h+1}$ . با تعریف  $C_{\max}$  معادل زمان اتمام کارها،  $L$  یک عدد بزرگ،  $t_{j,h}$  بعنوان زمان شروع عملیات  $o_{j,h}$ ،  $Tm_{i,k}$ ، زمان شروع کار ماشین  $i$  در اولویت  $k$ ام،  $k_i$  معادل تعداد کار تخصیص یافته روی ماشین  $i$ ،  $ps_{j,h}$  بعنوان زمان عملیات  $o_{j,h}$  در صورت انتخاب ماشین و متغیر صفر و یک  $x_{i,j,h,k}$  معادل یک اگر عملیات  $o_{j,h}$  روی ماشین  $i$  در پیرو  $k$  انجام شود و صفر در غیر اینصورت، مسئله زمانبندی کار کارگاهی منقطع با فرض اشتراک زمانی فعالیت‌ها بصورت زیر خواهد بود:

$$\text{Min } C_{\max}$$

$$\text{s.t. } C_{\max} \geq t_{j,h} + ps_{j,h} \quad j = 1, \dots, n$$

$$\sum_j y_{ijh} \cdot p_{ijh} = ps_{jh} \quad j = 1, \dots, n; \quad h = 1, \dots, h_j$$

$$t_{jh} + ps_{jh} \cdot ov_{jh} \leq t_{j,h+1} + (1 - r_{jh})L \quad j = 1, \dots, n; \quad h = 1, \dots, h_j - 1$$

$$t_{jh} + ps_{jh} \leq t_{j,h+1} + ps_{j,h+1} - ps_{jh} \cdot ov_{jh} + r_{jh}L \quad j = 1, \dots, n; \quad h = 1, \dots, h_j - 1$$

$$Tm_{ik} + ps_{jh} \cdot x_{ijhk} \leq Tm_{i,k+1} \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n; \quad h = 1, \dots, h_j; \quad k = 1, \dots, k_i - 1$$

$$Tm_{ik} \leq t_{jh} + (1 - x_{ijhk}) \cdot L \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n; \quad h = 1, \dots, h_j; \quad k = 1, \dots, k_i - 1$$

$$Tm_{ik} + (1 - x_{ijhk}) \cdot L \geq t_{jh} \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n; \quad h = 1, \dots, h_j; \quad k = 1, \dots, k_i - 1$$

$$y_{ijh} \leq a_{ijh} \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n; \quad h = 1, \dots, h_j$$

$$\sum_j \sum_h x_{ijhk} = 1 \quad i = 1, \dots, m; \quad k = 1, \dots, k_i$$

$$\sum_i y_{ijh} = 1 \quad j = 1, \dots, n; \quad h = 1, \dots, h_j$$

$$\sum_k x_{ijhk} = y_{ijh} \quad i = 1, \dots, m; \quad j = 1, \dots, n; \quad h = 1, \dots, h_j$$

است. هو، لیونگ و وانگ [۱۹] زمانبندی انجام  $n$  کار مستقل را روی  $m$  ماشین موازی با هدف کمینه کردن حداکثر زمان تکمیل و با فرض امکان ایجاد وقفه در کارها مطالعه کرده اند. تحقیق حاضر با لحاظ رویکرد یکپارچه‌ای، از الگوریتم ممتیک برای حل مسئله زمانبندی کار کارگاهی منقطع در دو حالت اشتراک زمانی فعالیت‌ها و همچنین عدم وجود اشتراک زمانی فعالیت‌ها و مجاز بودن وقفه استفاده می‌کند. ابتدا در قسمت ۲، مدل ریاضی مسئله مطرح و سپس جزئیات الگوریتم پیشنهادی در قسمت ۳، ارائه میشود. در قسمت ۴، نحوه تبدیل مساله به حالتی که در آن مجاز بودن وقفه لحاظ شده است تشریح می‌شود. در قسمت ۵، نتایج بدست‌آمده از اجرای روش پیشنهادی در ۱۵۰ مسئله در ابعاد کوچک، متوسط و بزرگ و مقایسه آنها با آنچه قبلاً توسط تنی چند از محققان گزارش شده است آورده شده است. قسمت ۶، نیز به نتیجه‌گیری اختصاص یافته است.

## ۲. مدل ریاضی مساله زمانبندی کار کارگاهی منقطع با

### فرض اشتراک زمانی فعالیت‌ها

مساله زمانبندی کار کارگاهی منقطع با فرض اشتراک زمانی فعالیت‌ها بصورت یک مدل برنامه‌ریزی خطی صفر و یک در [۲] فرموله شده است. مجموعه‌ای از  $m$  ماشین و  $n$  کار را در نظر بگیرید. هر کار نظیر  $j$  شامل توالی تعدادی عملیات است  $(h=1,2,\dots,h_j)$  و  $o_{j,h}$  نشان‌دهنده عملیات  $h$ ام از کار  $j$  می‌باشد. مجموعه ماشین‌های موجود را با  $M = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$  نشان می‌دهیم. هر عملیات نظیر  $o_{j,h}$  از کار  $j$ ام میتواند توسط ماشین‌های مختلفی انجام شود. مجموعه ماشین‌هایی که میتوانند عملیات  $o_{j,h}$  را انجام دهند را با  $M_{j,h} \subset M$  و زمان مورد نیاز برای انجام عملیات  $o_{j,h}$  روی ماشین  $i$ ام را با  $p_{ij,h}$  نام‌گذاری می‌کنیم. همچنانکه گفته شد، فرض اشتراک زمانی فعالیت‌ها بدین معنا است که شروع عملیات بعدی یک کار لزوماً

$$\begin{aligned}
 t_{jh} &\geq 0 & j &= 1, \dots, n; & h &= 1, \dots, h_j \\
 x_{ijk} &\in \{0, 1\} & i &= 1, \dots, m; & j &= 1, \dots, n; & h &= 1, \dots, h_j; & k &= 1, \dots, k_i \\
 y_{jkh} &\in \{0, 1\} & i &= 1, \dots, m; & j &= 1, \dots, n; & h &= 1, \dots, h_j
 \end{aligned}$$

بعدی، جستجوی محلی نیز برای افزایش کیفیت جوابها انجام می‌شود.

جمعیت اولیه را می‌توان به دو روش (۱) ایجاد جمعیت تصادفی و (۲) بکارگیری قواعد خاص برای تولید، ایجاد نمود. لیبینز و هیلارد در [۲۰] عنوان می‌کنند که اگرچه بکارگیری قواعد خاص برای تولید جمعیت اولیه سرعت همگرایی را افزایش می‌دهد، معذک همگرایی زودرس لزوماً به مفهوم تولید جوابهای مطلوب نیست و لذا این نوع تولید جمعیت اولیه مزایای زیادی را به‌مراه ندارد. از اینرو در این مطالعه، جمعیت اولیه را بصورت تصادفی ایجاد می‌کنیم. ساختار ژنتیکی مورد استفاده در شکل ۱ نشان داده شده است.

اولویت	عملیات	کار	ماشین
--------	--------	-----	-------

شکل ۱. ساختار ژن پیشنهادی برای اجرای الگوریتم

#### ممتیک

هر یک از جوابهای مسئله مورد مطالعه (یک کروموزوم) از کنار هم قرارگرفتن چندین ژن بدست خواهد آمد. با توجه به هر جواب، زمان اتمام کارها، بعنوان تابع برازندگی محاسبه میگردد. به منظور انتخاب کروموزومهای مناسب از روش "الیت" که توسط یه در [۲۱] ارائه گردیده، استفاده شده است. در این روش ابتدا کروموزومها بصورت نزولی مرتب شده، سپس بهترین کروموزومها برای مراحل بعدی انتخاب می‌گردند. در این مقاله ۵۰٪ از بهترین کروموزومها انتخاب و به حوضچه جفت‌گیری منتقل میشوند. تقاطع نقش مهمی در تبادل اطلاعات میان کروموزومها ایفا می‌کند و سبب افزایش سرعت جستجو در فضای جواب می‌شود. عملگر تقاطع بکار رفته در این مطالعه عملگر POX است که توسط لی و دیگران در [۲۲] ارائه گردیده است. در این عملگر با استفاده از ۲ کروموزوم بعنوان والد، دو فرزند جدید بوجود می‌آید. منطق کار به اینصورت است که در والد اول یک ژن (که نشان دهنده اجرای یک عملیات خاص از یک کار توسط ماشینی خاص است) بصورت تصادفی انتخاب می‌شود. سپس تمامی ژنهای متناظر با ژن انتخاب شده به فرزند اول منتقل، ژنهای باقیمانده این فرزند از روی ژنهای والد دوم تکمیل می‌شوند. برای تولید فرزند دوم همین پروسه در یک ژن در والد دوم طی می‌شود. در شکل ۲ مراحل اجرای عملگر POX نشان داده شده است. در این شکل ابتدا ژن شماره ۷ که بر اساس ساختار ژنتیکی تعریف شده، انجام عملیات دوم کار ۲ توسط ماشین شماره ۲ را در دومین اولویت نشان می‌دهد انتخاب می‌شود. سپس ژنهای شماره ۲ و ۸ که نشان دهنده انجام دیگر

تابع هدف در مدل فوق حداقل نمودن حداکثر زمان اتمام کارها است. مجموعه محدودیت شماره (۱) معرف زمان اتمام کارها است. در مجموعه محدودیت شماره (۲) زمان مورد نیاز برای انجام عملیات  $o_{jh}$  را روی ماشین انتخابی تعیین میکند. مجموعه محدودیت‌های (۳) و (۴) انجام صحیح توالی عملیات و همچنین فرض اشتراک زمانی فعالیتها را تضمین می‌نماید. محدودیت شماره (۵) موجب میشود تا هر ماشین، در هر لحظه از زمان تنها مشغول انجام یک کار باشد.

مجموعه محدودیت‌های (۶) و (۷) تضمین می‌کنند که هر فعالیت  $o_{jh}$  پس از آنکه ماشین تخصیص داده شده به آن بیکار شود و همچنین پس از آنکه عملیات قبلی آن،  $o_{j,h-1}$ ، به اتمام رسیده باشد میتواند شروع شود. مجموعه محدودیت (۸) معرف ماشینهای مختلف ممکن برای انجام یک عملیات است. در مجموعه محدودیت (۹) فعالیت‌های هر یک از ماشینها تخصیص داده شده و توالی اجرای آنها تعیین میشود. مجموعه محدودیت‌های (۱۰) و (۱۱) تضمین میکند تا هر یک از عملیات صرفاً روی یک ماشین و صرفاً در یک اولویت خاص انجام شود. در ادامه فرآیند حل این مساله با استفاده از الگوریتم ممتیک تشریح خواهد شد.

### ۳. الگوریتم ممتیک پیشنهادی

در میان روش‌های فراابتکاری برای حل مسایل بهینه‌سازی شاید بتوان الگوریتم ممتیک را یکی از روش‌های نسبتاً موثر دانست. الگوریتم ممتیک ترکیبی از یکی از روش‌های فراابتکاری بر مبنای جمعیت (نظیر ژنتیک) و یک روش بهبود دهنده محلی است. در این تحقیق الگوریتم ژنتیک را با روشی پیشنهادی برای جستجوی محلی تلفیق خواهیم کرد. در این بخش ساختار الگوریتم ممتیک پیشنهادی که برای حل مساله زمانبندی کار کارگاهی منعطف با فرض اشتراک زمانی فعالیتها ارائه شده است تشریح خواهد شد. روش حل در الگوریتم ممتیک پیشنهادی استفاده از رویکرد یکپارچه است به این معنا که تخصیص عملیات به ماشینها و زمانبندی آنها بر روی هر یک از ماشینها بطور همزمان انجام می‌شود.

#### ۳-۱. الگوریتم ژنتیک

در الگوریتم ژنتیک پس از تعریف ساختار ژن مناسب و تولید جمعیت و محاسبه تابع برازندگی مجموعه‌ای از بهترین ژن‌ها انتخاب و سپس با استفاده از عملگرهای تقاطع و جهش، جمعیت بعدی تولید میگردد. شرط توقف در مطالعه حاضر تعداد تکرار می‌باشد، یعنی در صورتیکه تعداد تکرارها به حد مشخصی برسد الگوریتم متوقف می‌شود. در الگوریتم ممتیک، قبل از تولید نسل

عملیات کار شماره ۲ هستند نیز انتخاب شده و همگی به فرزند اول منتقل می‌شوند. سایر ژن‌های این فرزند از روی والد دوم تکمیل خواهد شد. در مورد فرزند دوم نیز همین مراحل ولی به ترتیب با استفاده از ژن‌های والد دوم و اول اجرا می‌شود. نکته قابل ذکر در مورد عملگر بکار رفته این است که نسل‌های جدید بوجود آمده از ابتدا امکان پذیر هستند. یک کروموزوم امکان پذیر کروموزومی است که در آن ترتیب اجرای عملیات کارها بر اساس رابطه پیش‌نیازی عملیات باشد (یعنی ابتدا عملیات ۱، سپس عملیات ۲ و ... از یک کار).

Parent1	1111	3211	2121	1412	5421	4131	2222	5232	2313	3322	4332	3433
Parent2	2411	1111	5421	3211	3222	4121	4132	5232	2313	3433	3324	5333

Child 1	2411	3211	1111	5421	4121	4132	2222	5232	2313	3433	3324	5333
Child 2	2411	1111	5421	3211	2121	4131	2222	5231	2313	3433	3322	4332

### شکل ۲. ایجاد نسل جدید (تقاطع) با بکارگیری عملگر

#### POX

نقش عملگر جهش جلوگیری از قرار گرفتن در نقاط بهینه محلی است، همچنین استفاده از عملگرهای جهش مختلف سبب یافتن جواب‌هایی می‌شود که اغلب توسط تقاطع قابل حصول نمی‌باشند. در این تحقیق یک عملگر جهش جدید معرفی شده و مورد استفاده قرار گرفته است. منطق این عملگر این است که ابتدا یک ژن را بصورت تصادفی انتخاب می‌کند و سپس ماشین مورد استفاده این ژن را با ماشین دیگری که قابلیت اجرای همان عملیات را داشته باشد تعویض می‌نماید.

### ۳-۲ جستجوی محلی

برای انجام جستجوی محلی لازم است تا ابتدا یک ساختار همسایگی مناسب تعریف شود. بطور کلی همسایه یک جواب یا کروموزوم، جوابی است که با جابجایی دو یا چند ژن مختلف حاصل می‌شود. در این مطالعه به منظور استفاده از روش جستجوی محلی، مکان دو ژن با یکدیگر تعویض می‌شود، به بیان بهتر جستجوی محلی با بکارگیری تعویض جفتی استفاده شده است. نکته‌ای که بایستی به آن توجه کنیم این است که در حین اجرای جستجوی محلی ممکن است که کروموزوم در حال بررسی به کروموزوم امکان‌ناپذیر تبدیل شود، لذا همواره پس از اتمام جستجوی محلی، امکان پذیر بودن کروموزوم کنترل خواهد شد.

### ۴. فرض امکان وجود وقفه در انجام کارها

رویکرد اول برای مساله زمانبندی کار کارگاهی منعطف در این مقاله براین فرض استوار بود که پس از تخصیص هر عملیات به یک ماشین، این عملیات بایستی بدون ایجاد وقفه تا تکمیل شدن توسط همان ماشین انجام شود، چنین فرضی با توجه به ماهیت مساله ممکن است منجر به بیکار ماندن برخی از ماشین‌ها در مقاطع زمانی مختلف گردد، از سوی دیگر و در صورتیکه بتوان با

استفاده از این ماشین‌های آزاد بخشی از یک کار را انجام داد انتظار می‌رود که شاهد بهبود در زمان تکمیل باشیم. با این توصیف و به منظور استفاده هر چه بیشتر از ماشین‌ها، هر کار را به دو قسمت مجزا تقسیم می‌نماییم و مجدداً مساله را با این نگرش حل خواهیم کرد، بدیهی است که این روش علاوه بر ۲ برابر کردن تعداد کارها، سبب افزایش تعداد محدودیت‌ها و متغیرهای مدل شده و پیچیدگی مساله را نیز افزایش خواهد داد. به منظور تقسیم نمودن هر کار به دو بخش، ۵ حالت مختلف تقسیم فعالیت‌ها شامل تقسیم یک فعالیت به دو بخش شامل ۹۰ و ۱۰، ۸۰، ۲۰، ۷۰ و ۳۰، ۶۰ و ۴۰ و بالاخره ۵۰ و ۵۰ درصد بررسی شده و بهترین حالت به منظور کمینه کردن زمان تکمیل انتخاب می‌شود. پس از تقسیم نمودن کارها به دو بخش بر اساس درصدهای فوق مساله جدید با استفاده از الگوریتم ممتیک تشریح شده در بخش‌های پیشین حل می‌شود. در بخش نتایج محاسباتی بهترین مقدار حاصل از ۵ حالت تقسیم بندی فعالیت‌ها ارائه شده است.

### ۵. نتایج محاسباتی

فتاحی و همکاران [۲] به منظور کاهش حداکثر زمان تکمیل فرض اشتراک زمانی فعالیت‌ها را به مدل خود اضافه کرده‌اند و حداکثر زمان تکمیل را تا حد قابل ملاحظه‌ای کاهش داده‌اند، در این تحقیق علاوه بر حل مدل ریاضی ارائه در بخش ۲ با فرض اشتراک زمانی فعالیت‌ها به کمک الگوریتم ممتیک، مساله را یکبار دیگر با در نظر گرفتن وقفه و بدون اشتراک زمانی الگوریتم ممتیک حل و نتایج هر دو روش را با نتایج فتاحی و همکاران و همچنین مساله اصلی بدون اشتراک زمانی مقایسه خواهیم کرد. به منظور آزمایش الگوریتم و حصول اطمینان از کارایی آن، ۲۵ مثال استفاده شده توسط فتاحی و همکاران [۲] حل و سپس با نتایج گزارش شده آنها مقایسه شده است.

مثالهای مذکور به سه دسته کوچک، متوسط و بزرگ به ترتیب به تعداد ۱۰، ۱۰ و ۵ مثال تقسیم و نام‌گذاری میشوند. بعنوان نمونه  $SFJS1:2.2.2$  مثال شماره یک از مثالهای سبک کوچک شامل ۲ کار و هر کار ۲ عملیات و ۲ ماشین است. همچنین  $MFJS4:5.3.6$  مثال شماره ۴ از نوع مثالهای متوسط شامل ۵ کار، هر کار ۳ عملیات و ۶ ماشین می‌باشد. نرخ اشتراک زمانی مشابه نرخ اشتراک زمانی فرض شده در فتاحی و همکاران معادل ۱/۰ فرض شده است و کامپیوتر مورد استفاده برای حل ۲۵ مثال فوق، یک رایانه با پردازشگر Celeron 2GHz و ۵۱۲ مگابایت حافظه بوده است. نتایج بدست آمده نشان می‌دهد که در صورت مجاز نبودن وقفه در انجام کارها الگوریتم ممتیک قادر به یافتن جواب بهینه برای مثال‌های کوچک و متوسط مشابه با روش فتاحی و همکاران می‌باشد. معذک در مثال‌های بزرگ، با سرعت مناسب‌تری قادر به یافتن جواب‌های نزدیکتر به بهینه (و بهتر در

مقایسه با نتایج روش فتاحی و همکاران) می‌باشد، با اضافه شدن فرض مجاز بودن وقفه در انجام کارها، نتایج حاصل از نشان دهنده بهبود قابل ملاحظه جواب‌ها می‌باشند.

جدول ۱. نتیجه حل مثال‌های کوچک، متوسط و بزرگ

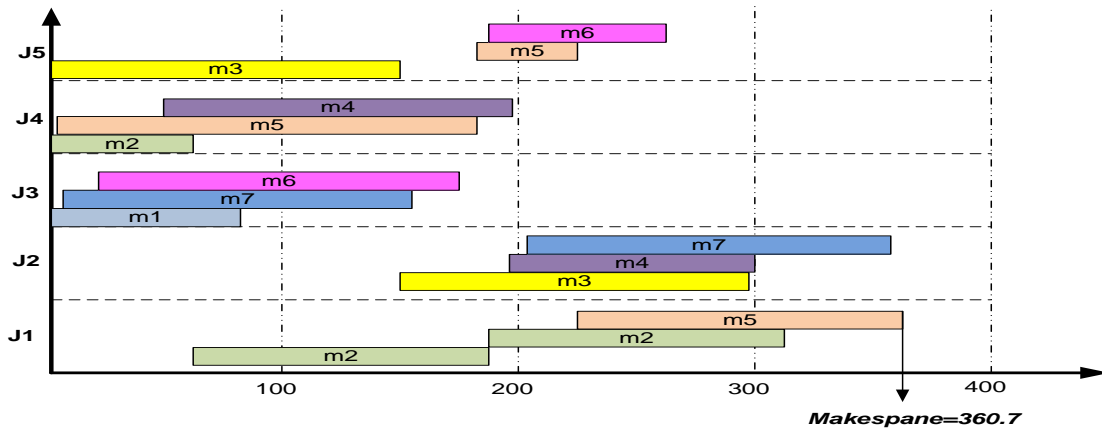
مسئله	مقدار $C_{max}$ در [۳] بدون اشتراک زمانی	مقدار $C_{max}$ در [۳] با اشتراک زمانی	مقدار $C_{max}$ بدون وقفه	درصد بهبود نسبت به [۳] با اشتراک زمانی	مقدار $C_{max}$ با وقفه بدون اشتراک زمانی	درصد بهبود نسبت به حالت وجود اشتراک زمانی	درصد بهبود نسبت به حالت بدون اشتراک زمانی
SFJS1: 2.2.2	۶۶	۶۶	۶۶	-	۶۶	۰.۳۳	۰.۳۳
SFJS 2: 2.2.2	۱۰۷	۱۰۷	۱۰۷	-	۱۰۷	۵۴.۶	۵۴.۶
SFJS 3: 3.2.2	۲۲۱	۲۲۱	۲۲۱	-	۲۲۱	۰.۶۵	۰.۶۵
SFJS 4: 3.2.2	۲۴۳	۳۵۵	۳۵۵	-	۳۵۵	۴.۱۱	۴.۱۱
SFJS 5: 3.2.2	۱۱۹	۱۱۹	۱۱۹	-	۱۱۹	۲۳.۸	۲۳.۸
SFJS 6: 3.3.3	۳۳۰	۲۵۶	۲۵۶	-	۲۵۶	۲۳.۸	۲۳.۸
SFJS 7: 3.3.5	۳۹۷	۲۳۳	۲۳۳	-	۲۳۳	۱۴.۲۵	۱۴.۲۵
SFJS 8: 3.3.4	۲۸۳	۱۹۳	۱۹۳	-	۱۹۳	-	-
SFJS 9: 3.3.3	۲۹۵	۱۷۱.۷	۱۷۱.۷	-	۱۷۱.۷	-	-
SFJS 10: 4.3.5	۶۴۱	۵۴۱.۹	۴۱۷	-	۴۱۷	-	-
MFJS 1: 3.2.2	۵۱۳	۴۴۱	۴۴۱	-	۴۴۱	-	-
MFJS 2: 4.3.5	۴۳۷	۵۳۱.۵	۳۱۶	-	۳۱۶	۰.۵۳۱	۰.۵۳۱
MFJS 3: 4.3.5	۶۴۱	۵۴۱.۹	۵۴۱.۹	-	۵۴۱.۹	۲.۴۴	۲.۴۴
MFJS 4: 5.3.6	۵۵۲	۸۳۷.۶	۶۳۷.۴	۵۸.۰	۶۳۷.۴	-	-
MFJS 5: 5.3.6	۵۲۳	۳۱۳.۲	۳۱۳.۲	-	۳۱۳.۲	۷۶.۴۰	۷۶.۴۰
MFJS 6: 5.3.7	۵۴۷	۷۳۶.۰	۳۴۶.۸	۵۸.۳	۳۴۶.۸	۵۲.۳۷	۵۲.۳۷
MFJS 7: 6.3.7	۵۷۶	۲۴۰.۲	۴۰۱.۷	۱۲.۰	۴۰۱.۷	۷۴.۳۲	۷۴.۳۲
MFJS 8: 6.3.7	۵۸۶	۳۴۳.۰	۴۳۰	۰.۶۰	۴۳۰	۵.۲۸	۵.۲۸
MFJS 9: 7.3.7	۷۰۹	۷۱۵.۱۱	۵۶۳	-	۵۶۳	۶.۲۹	۶.۲۹
MFJS 10: 7.3.7	۷۶۶	۵۵۰.۴	۵۳۰	-	۵۳۰	۴۶.۳۲	۴۶.۳۲
LFJS1: 8.3.7	۸۱۴	۹۱۵.۸۹	۶۲۸	-	۶۲۸	۴۱.۳۳	۴۱.۳۳
LFJS2: 8.4.7	۱۳۶۹	۳۱۸۶.۲	۷۹۱	۲۷.۸	۷۹۱	۵۷.۴۵	۵۷.۴۵
LFJS3: 9.4.8	۱۲۹۷	۶۱۸۲.۴	۷۶۳	۴۷.۷	۷۶۳	۴۸.۴۴	۴۸.۴۴
LFJS4: 11.4.8	۱۴۵۴	۴۱۸۴.۶	۷۹۷	۸۳.۵	۷۹۷	۴۲.۴۴	۴۲.۴۴
LFJS5: 12.4.8	۱۶۲۵	۱۲۸۵	۱۱۴۸	۶۶.۱۰	۱۱۴۸	۵۱.۳۷	۵۱.۳۷

به مساله و تبدیل آن به مسالای دیگر، روش پیشنهادی به جواب‌های بهتری دست یافته است. در ادامه نمودار گانت مثال MFJS 6: 5.3.7 به منظور حصول اطمینان از خروجی روش‌های پیشنهادی ارائه شده و با نمودار گانت همین مثال که توسط فتاحی و همکاران ارائه شده است مقایسه می‌شود. در جدول ۲ اطلاعات اولیه برای حل مثال مورد بحث آورده شده است. در شکل ۳ نمودار گانت فتاحی و همکاران برای این مثال نشان داده شده است، شکل‌های ۴ و ۵ نیز به ترتیب نمودار گانت حاصل از الگوریتم ممتیک را به برای حالت بدون وقفه و حالت ایجاد وقفه در فعالیت‌ها نشان می‌دهند.

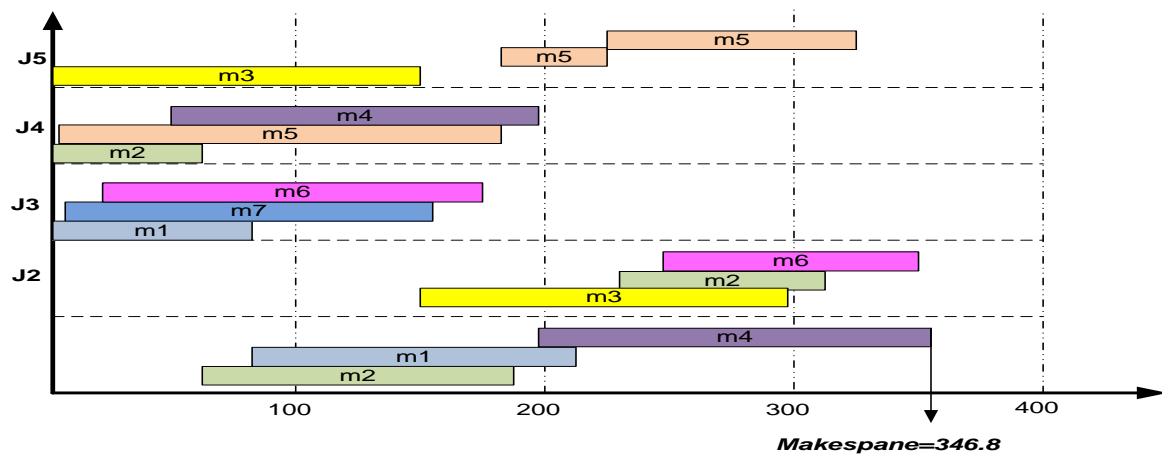
با دقت در جدول فوق ملاحظه می‌شود که برای مثال‌های کوچک و چند مورد از مثال‌های متوسط الگوریتم ممتیک در حالت بدون وقفه بهبودی ایجاد کرده است که علت این امر، بهینه بودن پاسخ‌های این دسته مسایل می‌باشد. نکته قابل تامل در جدول فوق بهبود پاسخ‌های بهینه با استفاده از رویکرد ایجاد وقفه در فعالیت‌ها است، این در حالی است که می‌دانیم پاسخ بهینه در مقایسه با دیگر پاسخ‌ها بهترین عملکرد را از نظر معیارهای کمینه و یا بیشینه تابع یا توابع هدف دارد، که این مورد نیز به علت تغییر ماهیت مساله از نظر تعداد متغیرها و محدودیت‌ها و افزایش تعداد فعالیت‌ها قابل توجیه می‌باشد، به بیان بهتر با تغییر نگرش

جدول ۲ اطلاعات اولیه برای مثال MFJS6

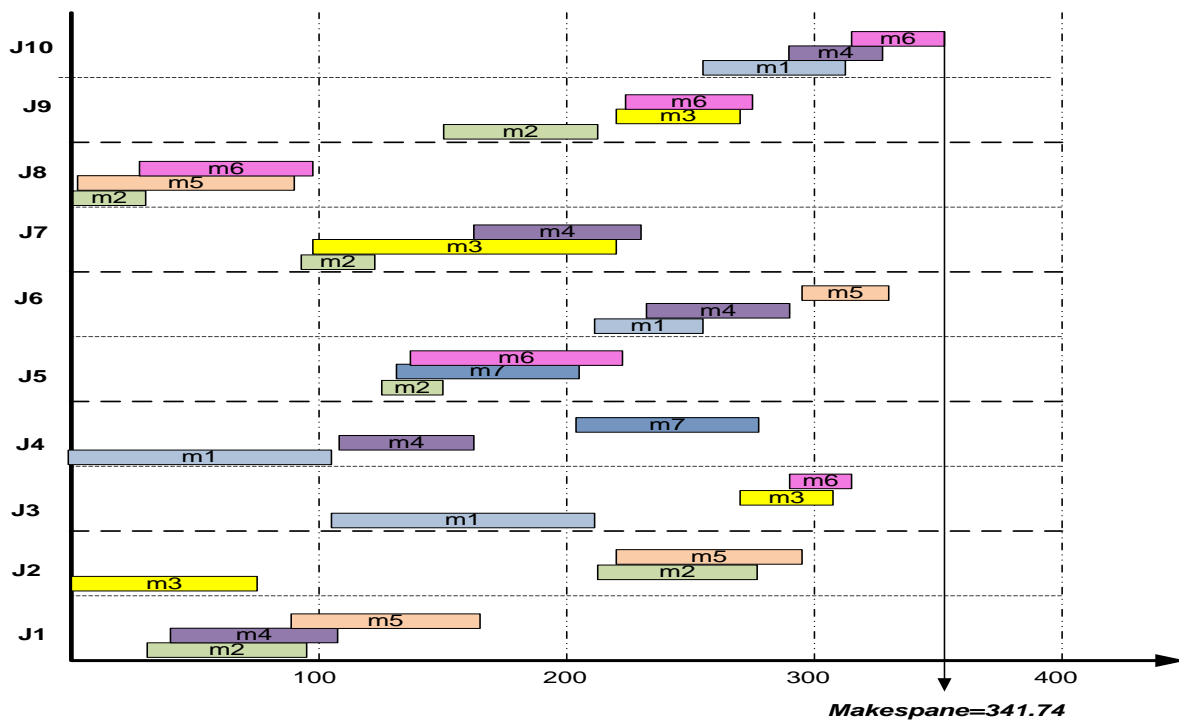
	$J_1$			$J_2$			$J_3$			$J_4$			$J_5$		
$O_1$	$m_1$	$m_2$	$m_3$	$m_1$	$m_3$	$m_1$	$m_2$	$m_1$	$m_2$	$m_1$	$m_2$	$m_2$	$m_3$	$m_1$	
	۱۴۷	۱۲۳	۱۴۵	۲۱۴	۱۵۰	۸۷	۶۲	۸۷	۶۵	۱۲۳	۱۴۵	۱۲۸			
$O_2$	$m_4$	$m_2$	$m_1$	$m_3$	$m_2$	$m_4$	$m_7$	$m_3$	$m_4$	$m_3$	$m_5$	$m_3$	$m_4$	$m_5$	
	۱۴۰	۱۳۰	۱۲۳	۸۷	۶۶	۹۹	۱۴۵	۱۸۰	۱۰۵	۲۵۰	۱۷۳	۸۶	۶۵	۴۷	
$O_3$	$m_4$	$m_5$	$m_7$	$m_5$	$m_6$	$m_7$	$m_4$	$m_5$	$m_6$	$m_4$	$m_6$	$m_5$	$m_6$		
	۱۵۰	۱۴۱	۲۰۰	۱۷۸	۹۵	۱۵۰	۱۹۰	۶۰	۱۵۳	۱۴۵	۱۳۶	۱۱۰	۸۵		



شکل ۳. نمودار گانت ارائه شده برای مثال 6:5.3.7 MFJS در [۳]



شکل ۴. نمودار گانت ارائه شده توسط الگوریتم ممیتیک بدون فرض وقفه



شکل ۵. نمودار گانت حاصل از الگوریتم ممیتیک با مجاز بودن وقفه



- [8] Xia, W., Wu, Z., "An Effective Hybrid Optimization Approach for Multi-Objective Flexible Job-Shop Scheduling Problems", *Comput. Indust. Eng.*, Vol. 48, 2005, pp. 409–425.
- [9] Zandieh, M., Mahdavi, I., Bagheri, A., "Solving the Flexible Job Shop Scheduling Problem by a Genetic Algorithm", *Journal of Applied Sciences*, Vol 8, 2008, pp. 4650-4655.
- [10] Hurink, E., Jurisch, B., Thole, M., "Tabu Search for the Job Shop Scheduling Problem with Multi-Purpose Mmachines", *Operat. Res. Spekt.*, Vol. 15, 1994, pp. 205–215.
- [11] Chambers, J.B., "Classical and Flexible Job Shop Scheduling by Tabu Search", Ph.D. dissertation, University of Texas at Austin, USA. 1996.
- [12] Dauzere-Peres, S., Paulli, J., "An Integrated Approach for Modeling and Solving the General Multiprocessor Job Shop Scheduling Problem using Tabu Search", *Ann. Operat. Res.*, Vol. 70, 1997, pp. 281–306.
- [13] Mastrololli, M., Gambardella, L.M., "Effective Neighborhood Functions for the Flexible Job Shop Problem", *J. Schedule*, Vol 3 (1) , 2002, pp. 3–20
- [14] Vaessens, RJM., "Generalized Job Shop Scheduling: Complexity and Local Search", Ph.D. dissertation, Eindhoven University of Technology, 1995.
- [15] Brucker, P., Neyer, J., "Tabu-Search for the Multi-Mode Job-Shop Problem", *OR Spectrum*; 20, 1998, pp. 21–8.
- [16] Yang, J.B., "GA - Based Discrete Dynamic Programming Approach for Scheduling in FMS Environments", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics—Part B*, Vol. 31(5), 2001, pp. 824-835.
- [17] Runge, N., Sourd, F., "A New Model for Preemptive Earliness-Tardiness Scheduling Problem", *Computers and Operations Research*, Vol. 36, 2009, pp. 2242-2249.
- [18] Hendel, Y., Runge, N., Sourd, F., "The One Machine Just in Time Scheduling Problem with Preemption", *Discrete Optimization*, Vol. 6, 2009, pp. 10-22.
- [19] Hou, Y., Leung, J., Wang, X., "A Fast Preemptive Scheduling Algorithm with Release Times and Inclusive Processing Set Restrictions", *Discrete Optimization*, Vol. 6, 2009, pp. 292-298.
- [20] Leipins, G., Hilliard, M., "Genetic Algorithm: Foundation and Applications", *Annals of Operation Research*, Vol. 21, 1989, pp. 31-58 .
- [21] Yeh, W.C., "A Memetic Algorithm for the  $n/2$  Flowshop/  $\alpha F + \beta Cmax$  Scheduling Problem", *Int J Adv Manuf Technol*, Vol. 20, 2002, pp. 464-473.

لازم به ذکر است که در شکل ۵ هر دو کار متوالی، دو بخش مجزای یک کار را نشان می دهند، بعنوان مثال کار ۱ در قالب دو کارمجزا با عناوین  $J_1$  و  $J_2$  نشان داده شده است. شکل ۵ نشان دهنده بهترین زمان تکمیل با تقسیم هر کار به دو بخش ۵۰ درصدی می باشد.

### ۶ نتیجه گیری

در این تحقیق روشی جدید برای حل مساله زمانبندی کار کارگاهی منعطف با فرض اشتراک زمانی فعالیت ها و با استفاده از الگوریتم ممتیک با دو نگرش متفاوت ارائه گردید. در رویکرد نخست، مساله با فرض مجاز نبودن ایجاد وقفه مورد بررسی قرار گرفت و سپس در رویکرد دوم مجاز بودن وقفه در انجام کار ها نیز به فرضیات مدل اضافه شد.

جوابهای بدست آمده از الگوریتم ممتیک برای هر دو رویکرد با نتایج ارائه شده در [۲] مقایسه شده است، این مقایسه نشان می دهد که در صورت مجاز نبودن وقفه، الگوریتم ممتیک برای ابعاد کوچک به جواب بهینه دست یافته است و در مورد مثال های متوسط و بزرگ جواب هایی نزدیک به بهینه و بهتر از نتایج [۲] را بدست آورده است. در حالت مجاز بودن وقفه نیز جواب های بدست آمده نشان دهنده بهبود قابل توجه در جواب های ایجاد شده هستند.

### مراجع

- [1] Alvarez-Valdes, A., et al., "A Heuristic to Schedule Flexible Job Shop in a Glass Factory", *Euro. J. Operat. Res.*, Vol. 165, 2005, pp. 525–534.
- [2] Fattahi, P., Jolai, F., Arkat, J., "Flexible Job Shop Scheduling with Overlapping in operations", *Appl.Math.Model*doi:10.1016/j.apm.2008.10.029.
- [3] Pinedo, M., "Scheduling: Theory, Algorithms and Systems" 2nd ed, Englewood cliffs, NJ: Prentic Hall, 2002.
- [4] Brandimarte, P., "Routing and Scheduling in a Flexible Job Shop by Tabu Search", *Ann. Operat. Res.*, Vol. 41, 1993, pp. 157–183.
- [5] Bruker, P., Schile, R., "Job Shop Scheduling with Multi-Purpose Machines", *Computing* Vol. 45 , 1990, pp. 369–375.
- [6] Saidi, M., Fattahi, P., "Flexible Job Shop Scheduling with Tabu Search Algorithm", *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, Vol. 32, 2007, pp. 563–570.
- [7] Kacem, I., Hammadi, S., Borne., "Approach by Localization and Multiobjective Evolutionary Optimization for Flexible Job-Shop Scheduling Problems", *IEEE Transaction Systems, Man, and Cybernetics-Part C* ;Vol. 32(1), 2002, pp. 1–13

- [22] Lee, K.M., Yamakawa, T., Lee, K.M., "A Genetic Algorithm for General Machine Scheduling Problems". Int J. Knowledge – Based Elect, Vol.2, pp. 1998, 60-66.