



A Hybrid Algorithm for Price Discount Based Project Scheduling with Parameter Setting by Using Stepwise Regression

M.R. Amin-Naseri*, H. Mokhtari & I. Nakhai Kamal Abadi

Mohammad Reza Amin-Naseri, Associate Professor of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

Hadi Mokhtari, PhD Candidate of Industrial Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

Isa Nakhai Kamal Abadi, Associate Professor of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran

Keywords

Project scheduling;
Suppliers; Pricing;
Discount;
Hybrid algorithm

ABSTRACT

The project scheduling problem is known as a NP-hard problem in literature. In this research, a resource constrained project scheduling problem which is known as a NP-Hard problem is considered. This problem has attracted many researchers during recent years. The aim of this problem is to determine the optimal starting times of activities considering both precedence and available resources constraints such that the total project completion time is minimized. In this paper a combination of discount based pricing policy and project scheduling is proposed, whereas in classical models it is assumed that price of required resources is fixed. To solve the proposed model, a hybrid algorithm based on two algorithms, i.e. genetic algorithm and variable neighborhood search is proposed. In this method, genetic algorithm as a main framework and variable neighborhood search as a new operator are designed. Moreover, since the parameter values of evolutionary algorithms have great influences on algorithm efficiency, to set the parameters of proposed algorithm a new statistical approach based on stepwise regression technique is devised. Computational results show the good performance of proposed approach with regard to the other methods.

© 2012 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 23, No. 1, All Rights Reserved

* **Corresponding author.** Mohammad Reza Amin-Naseri
Email: amin_nas@modares.ac.ir



ارائه‌ی یک الگوریتم تلفیقی جهت مسأله زمانبندی پروژه مبتنی بر تخفیف قیمت با استفاده از رویکرد رگرسیون مرحله‌ای جهت تنظیم پارامترها

محمدرضا امین‌ناصری*، هادی مختاری و عیسی نخعی کمال آبادی

چکیده:

مسأله‌ی زمانبندی پروژه با منابع محدود به عنوان یک مسأله‌ی NP-Hard در ادبیات معروف می‌باشد. در این تحقیق، برای اولین بار ترکیب سیاست قیمت‌گذاری از نوع تخفیف جهت مسأله‌ی زمانبندی پروژه در حالت محدودیت منابع پیشنهاد می‌شود، در حالیکه در مدل‌های کلاسیک فرض شده است، که قیمت منابع مورد نیاز جهت انجام فعالیت‌ها ثابت بوده و منابع تنها با یک نرخ قیمت در بازار قابل تهیه هستند. هدف از این مسأله، تعیین زمان بهینه‌ی شروع فعالیت‌های پروژه، با در نظر گرفتن محدودیت‌های پیش‌نیازی و منابع موجود است، به نحویکه زمان تکمیل کل پروژه کمینه شود. جهت حل مدل پیشنهادی، یک الگوریتم تلفیقی بر مبنای دو الگوریتم ژنتیک و جستجوی همسایگی متغیر پیشنهاد شده است. در این روش، الگوریتم ژنتیک به عنوان چارچوب اصلی روش پیشنهادی و روش جستجوی همسایگی متغیر به عنوان یک عملگر جدید و در راستای بهبود قابلیت جستجوی محلی الگوریتم اصلی، طراحی شده است. همچنین از آنجائیکه مقادیر پارامتر الگوریتم‌های تکاملی تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر روی کارایی این الگوریتم‌ها دارد، لذا جهت تنظیم پارامترهای الگوریتم پیشنهادی، یک رویکرد آماری جدید مبتنی بر رگرسیون مرحله‌ای ارائه شده است. نتایج محاسبات، عملکرد خوب رویکرد پیشنهادی را در مقایسه با رویکرد آماری تاگوچی نشان می‌دهد.

کلمات کلیدی

زمانبندی پروژه ؛
تأمین کنندگان ؛
قیمت‌گذاری ؛
تخفیف ؛
الگوریتم تلفیقی.

۱. مقدمه

یکی از پرکاربردترین مسائل تحقیقاتی در حیطه‌ی مدیریت برنامه‌ریزی پروژه‌ها، زمانبندی پروژه در حالت محدودیت منابع است که در سالیان اخیر توجه بسیاری از محققین را به خود جلب نموده است. این مسأله بطور وسیعی در حوزه‌های مدیریت

تاریخ وصول: ۸۹/۷/۹

تاریخ تصویب: ۹۰/۳/۲۱

*نویسنده مسئول مقاله: دکتر محمدرضا امین‌ناصری، دانشیار مهندسی صنایع، بخش مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، amin_nas@modares.ac.ir

هادی مختاری، دانشجوی دکتری تخصصی مهندسی صنایع، بخش مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس، mokhtari_ie@yahoo.com

عیسی نخعی کمال آبادی، دانشیار مهندسی صنایع، بخش مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

پروژه‌های صنعتی، مهندسی ساخت و ساز، توسعه‌ی نرم افزار و همچنین زمانبندی تولید کاربرد دارد [۱]. هدف اصلی در این مسأله، زمانبندی فعالیت‌های یک پروژه در راستای کمینه‌سازی زمان تکمیل کل پروژه است به نحویکه محدودیت‌های پیش‌نیازی و منابع در دسترس رعایت شوند. فرض بر این است که فعالیت‌های پروژه مستقل از هم بوده و زمان انجام هر کدام از فعالیت‌ها وابسته به میزان منابع تخصیص داده شده به آن فعالیت می‌باشد. همچنین مقدار منابع در دسترس محدود بوده و انقطاع^۲ فعالیت‌ها مجاز نمی‌باشد.

رابطه‌ی بین میزان منابع صرف شده بر روی فعالیت‌ها و زمان تکمیل فعالیت‌ها، یکی از عوامل شکل دهنده‌ی مسأله‌ی زمانبندی پروژه است. میزان و نوع تأثیرگذاری منابع بر مدت زمان لازم

² Preemption

الگوریتم‌های ابتکاری ارائه شده برای مسأله‌ی مورد نظر، از قواعد اولویت‌بندی^۷ جهت طراحی روش‌های سازنده‌ی جواب استفاده می‌کنند. این روش‌ها از زیرمجموعه‌ای از فعالیت‌ها شروع کرده و در هر مرحله فعالیت جدیدی را زمانبندی می‌نمایند تا زمانی که تمام فعالیت‌ها برنامه‌ریزی شوند. بوکتر [۸] تعداد ۲۱ روش زمانبندی ابتکاری^۸ را جهت حل مسأله‌ی زمانبندی پروژه با محدودیت منابع بررسی نموده و در نهایت ترکیبی از آنها را به عنوان الگوریتم ابتکاری جدید مطرح نموده است. علاوه بر این، بوکتر [۹] با بکارگیری روش مسیر بحرانی^۹ و محاسبات آن، الگوریتم ابتکاری دقیق‌تری پیشنهاد نموده است. در سال‌های اخیر، نوتز و همکارانش [۱۰] الگوریتم‌هایی مبتنی بر عامل^{۱۰} را جهت مسأله‌ی مذکور بررسی نموده، و لووا و همکارانش [۱۱] روش‌هایی مبتنی بر قواعد اولویت‌بندی جهت حل آن ارائه داده اند. اکثر الگوریتم‌های ابتکاری ارائه شده، از دو روش تولید سری^{۱۱} و موازی^{۱۲} زمانبندی‌ها استفاده می‌نمایند [۱۲].

مروری جامع بر این دو رویکرد در حل مسائل زمانبندی پروژه ارائه کرده است. آخرین دسته از رویکردهای حل ارائه شده برای مسأله‌ی زمانبندی پروژه شامل بکارگیری الگوریتم‌های فرا ابتکاری می‌شود. این روش‌ها از یک جواب اولیه شروع نموده و از طریق بهبود یک و یا جمعیتی از جواب‌ها به جستجوی جواب بهینه می‌پردازند.

الگوریتم‌های فرا ابتکاری متفاوتی در ادبیات برای مسأله‌ی زمانبندی پروژه‌ها پیشنهاد شده است. الگوریتم ژنتیک یکی از معروف‌ترین این روش‌هاست که توسط [۱۵-۱۳] ارائه شده است. همچنین تبرید شبیه‌سازی شده^{۱۳} [۱۶]، جستجوی ممنوعه^{۱۴} [۱۷]، الگوریتم‌های مبتنی بر حرکت دسته جمعی ذرات^{۱۵} [۱۸، ۱۹] از جمله‌ی روش‌های فرا ابتکاری دیگری هستند که جهت حل این مسأله در ادبیات پیشنهاد شده‌اند.

همانطوریکه در بالا مرور شد، تمامی تحقیقات قبلی ارائه شده در زمینه‌ی زمانبندی پروژه در حالت محدودیت منابع، قیمت ثابتی را برای تأمین هر مقدار از منابع مورد نیاز، در مدل پیشنهادی خود در نظر گرفته‌اند، در صورتیکه بعضاً در پروژه‌ها، مدیران پروژه با پیشنهاد تخفیف در خرید منابع روبرو می‌شوند. در این حالت، مدیران و برنامه‌ریزان پروژه می‌بایست تخصیص منابع به فعالیت‌ها را بر اساس پیشنهاد موجود، ارزیابی کرده و تصمیم‌گیری نمایند.

جهت انجام فعالیت‌ها، در قالب تابع زمان بر حسب منابع، قابل ارائه می‌باشد. بدیهی است که، هیچ قالب جامع و یکسانی برای ساختار و رفتار این توابع، نمی‌توان در نظر گرفت، بلکه عواملی همچون ماهیت فعالیت، روش‌ها و تکنولوژی‌های در دست جهت اجرای آن، میزان دسترسی به منابع بیشتر و غیره، تابع زمان هر فعالیت را شکل می‌دهد. توابع مختلفی در ادبیات برای نمایش رابطه‌ی زمان و منابع ارائه شده است که شامل توابع پیوسته‌ی خطی، گسسته، غیرخطی محدب^۱ و غیرخطی مقعر^۲ می‌باشند. حالت خاصی از این توابع در مسأله‌ی زمانبندی پروژه در شرایط محدودیت منابع، توابع چند حالتی هستند که در آنها، هر فعالیت می‌تواند در یکی از چندین گزینه‌ی موجود از لحاظ رابطه‌ی بین زمان تکمیل و منابع مورد نیاز، برنامه‌ریزی شود.

در این مسأله تعیین مقدار بهینه‌ی زمان فعالیت‌ها و منابع تخصیص داده شده به آنها، منجر به یک تعادل بین زمان تکمیل و هزینه‌ی کل پروژه می‌شود. هدف، تعیین تخصیص بهینه‌ی حالت‌ها به فعالیت‌هاست به نحوی که محدودیت‌های پیش‌نیازی و منابع موجود نقض نشده و همچنین زمان تکمیل پروژه کمینه شود. بلازویچ و همکارانش [۱] نشان می‌دهند که مسأله‌ی زمانبندی پروژه‌ها در حالت محدودیت منابع به عنوان یک حالت عمومی از مسأله‌ی تولید کارگاهی، متعلق به دسته‌ی مسائل بهینه‌سازی NP-Hard بوده که حتی محاسبه‌ی جواب‌های تقریبی خوب برای آن نیز مشکل است. به بیان دیگر، یافتن یک الگوریتم کارا جهت حل بهینه‌ی نمونه‌های با ابعاد بزرگ از این مسأله و در زمان حل معقول غیر ممکن است.

تعدادی از مقالات مفید که به مرور تکنیک‌های حل مسأله‌ی زمانبندی پروژه‌ها در حالت محدودیت منابع پرداخته‌اند توسط هروثلن و همکارانش [۲] ارائه شده‌اند. همانند اغلب مسائل پیچیده‌ی بهینه‌سازی، رویکردهای حل ارائه شده در ادبیات شامل طیف وسیعی از رویکردهای دقیق، روش‌های ابتکاری و الگوریتم‌های فرا ابتکاری^۳ می‌شود. رویکردهای دقیق بسیاری در ادبیات برای این دسته از مسائل ارائه شده‌اند [۵-۳]. همچنین تعدادی از محققین زمینه‌ی تحقیقاتی خود را در راستای محاسبه‌ی یک حد پائین^۴ برای مسأله‌ی مذکور قرار دادند.

بروکر و نست [۶] حد پائینی برای مسأله بر اساس یک مقدار داده شده از زمان تکمیل پروژه پیشنهاد می‌دهد. همچنین یک رویکرد تلفیقی بر اساس برنامه‌ریزی محدودیت^۵ و برنامه‌ریزی عدد صحیح^۶ توسط دماسی و همکارانش [۷] ارائه شده است. اکثر

⁷ Priority Rules

⁸ Heuristic

⁹ Critical Path Method

¹⁰ Agent based Algorithms

¹¹ Serial

¹² Parallel

¹³ Simulated Annealing

¹⁴ Tabu Search

¹⁵ Particle Swarm Optimization

¹ Convex

² Concave

³ Metaheuristic Algorithms

⁴ Lower Bound

⁵ Constrained Programming

⁶ Integer Programming

فعالیت‌های پس نیاز^۷ زمانی می‌توانند شروع شوند که تمام فعالیت‌های پیش نیاز تکمیل شده باشند. زمان تکمیل فعالیت i - F_i ام توسط F_i ، میزان منبع نوع k که به این فعالیت تخصیص داده می‌شود با متغیر تصمیم r_{ik} و همچنین مدت زمان انجام فعالیت با d_j نمایش داده می‌شود ($i=1,2, \dots, n$). همچنین فرض شده است که تعداد منابع مورد نیاز برابر K بوده و به مقدار R_k از منبع در کل افق برنامه‌ریزی در دسترس می‌باشد. دو نوع محدودیت در ارتباط با فعالیت‌ها تعریف می‌شود: (۱) محدودیت پیش‌نیازی که منجر می‌شود فعالیت i - F_i زمانی می‌تواند شروع شود که همه‌ی فعالیت‌های پیش‌نیاز آن P_i تکمیل شده باشند و (۲) محدودیت در استفاده از منابع موجود که تضمین می‌نماید مجموع منبع k مصرف شده توسط فعالیت‌ها از میزان در دسترس برای آن منبع R_k تجاوز ننماید. مدل پایه‌ی مسأله‌ی زمانبندی پروژه با منابع محدود در زیر ارائه شده است.

$$\min F_{n+1} \quad (1)$$

$$st. F_i < F_j - d_j \quad i=1,2,\dots,n, j \in P_i \quad (1-1)$$

$$\sum_{i=1}^n r_{ik} \leq R_k \quad k=1,2,\dots,K \quad (1-2)$$

$$F_i > 0, \quad i=1,2,\dots,n$$

که در آن تابع هدف کمینه‌سازی زمان تکمیل پروژه است که توسط زمان تکمیل فعالیت مجازی $n+1$ -ام بیان شده است. سری محدودیت‌های اول (۱-۱) تضمین می‌نماید که روابط پیش-نیازی بین فعالیت‌های پروژه برقرار باشد، در حالیکه محدودیت‌های از نوع دوم (۱-۲)، محدودیت منابع را اعمال می‌نماید. برای تعیین تابع d_i بر حسب میزان منابع تخصیص داده شده به فعالیت i - F_i ، فرض شده است که هر کدام از فعالیت‌ها می‌توانند در یکی از دو حالت M_1 و M_2 برنامه‌ریزی شوند. حالت M_1 بیانگر تخصیص بیشترین مقدار از منابع به فعالیت و به تبع آن کمترین زمان تکمیل آن، و حالت M_2 بیانگر تخصیص کمترین مقدار ممکن از منابع به فعالیت است که منجر به بیشترین زمان تکمیل فعالیت می‌شود. جهت مدل‌بندی این تابع، فرض می‌کنیم که d_{im} بیانگر مدت زمان تکمیل فعالیت i - F_i و $r_{im,k}$ مشخص کننده‌ی میزان منبع k تخصیص داده شده به فعالیت i - F_i است در صورتیکه این فعالیت در حالت M_m ($m=1,2$) برنامه‌ریزی شود. در این صورت مسأله‌ی اصلی (۱) را می‌توان بصورت یک مسأله‌ی برنامه‌ریزی عدد صحیح مجدداً فرمول‌بندی نمود:

از آنجائیکه مدل‌های موجود تنها قیمت ثابتی را برای خرید منابع از تأمین‌کنندگان در نظر گرفته‌اند، لذا نمی‌توانند پاسخگوی چنین شرایطی باشند.

در این تحقیق، ما سیاست قیمت‌گذاری بر مبنای تخفیف را با مسأله‌ی زمانبندی پروژه‌ها در حالت محدودیت منابع پیشنهاد می‌نمائیم که در آن تأثیر سیاست‌های مختلف تأمین‌کنندگان بر زمانبندی پروژه بررسی می‌شود. جهت حل مسأله پیشنهادی در این تحقیق، یک رویکرد تلفیقی بر مبنای الگوریتم ژنتیک ارائه شده است که در آن از یک اپراتور جدید به عنوان جستجوی محلی استفاده شده است. بدنه‌ی اصلی الگوریتم را عملگرهای الگوریتم ژنتیک تشکیل داده و جهت جستجوی محلی از الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر استفاده شده است. در نهایت جهت بهبود عملکرد رویکرد پیشنهادی از یک روش جدید بر مبنای رگرسیون مرحله‌ای جهت تنظیم پارامترهای الگوریتم استفاده شده است.

زمانی که با تعداد زیادی از متغیرهای مستقل روبرو هستیم، تعیین ترکیب مناسب از این پارامترها جهت حضور در مدل، از اهمیت بالایی برخوردار است. اهمیت این موضوع زمانی بیشتر می‌شود که الگوریتم مورد استفاده از تعداد زیادی از پارامترها تأثیر بپذیرد. نتایج محاسباتی، عملکرد مناسب رویکرد پیشنهادی را در مقابل رویکردهای دیگر نمایش می‌دهد.

ادامه‌ی این تحقیق به این صورت ارائه خواهد شد. بخش ۲ به تعریف مسأله و فرمول‌بندی ریاضی آن می‌پردازد. رویکرد حل پیشنهادی بر مبنای الگوریتم ژنتیک و عملگر ترکیبی جدید در بخش ۳ ارائه شده است. همچنین نتایج طراحی آزمایشات و تحلیل مقایسه‌ای روش پیشنهادی، در بخش ۴ نمایش داده شده است. در نهایت بخش ۵ شامل نتیجه‌گیری و جمع‌بندی خواهد بود.

۲. فرمول‌بندی ریاضی مسأله

در این تحقیق ما یک مسأله‌ی زمانبندی پروژه با محدودیت منابع را در نظر می‌گیریم که در آن تابع زمان تکمیل^۱ فعالیت‌ها^۲ یک تابع گسسته‌ی چند حالتی^۳ است. این مسأله بصورت زیر تعریف می‌شود. پروژه بصورت یک شبکه‌ی فعالیت بر روی یال^۴ نمایش داده شده و دارای n فعالیت مستقل می‌باشد. جهت نمایش رابطه‌ی پیش‌نیازی^۵ بین فعالیت‌های پروژه از یک گراف غیرچرخشی^۶ G استفاده می‌شود.

¹ Completion Time

² Activity

³ Multi-mode Discrete

⁴ Activity on Arrow (AOA)

⁵ Precedence Relation

⁶ Acyclic Graph

⁷ Successor Activities

$$s.t. \quad F_i < F_j - d_{jm_j} \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j \in P_j, \quad (5-1)$$

$$m_j \in \{M_1, M_2\}$$

$$\sum_{k=1}^K C_k (\sum_{i=1}^n r_{im_k}) \leq M \quad m_j \in \{M_1, M_2\} \quad (5-2)$$

$$F_i > 0, \quad m_i \in \{M_1, M_2\}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

که در محدودیت (۵-۲) M برابر میزان کل بودجه‌ی در دسترس جهت تأمین منابع مورد نیاز پروژه بوده و تابع C_k از طریق رابطه‌ی (۴) محاسبه می‌شود.

۳. رویکرد حل تلفیقی

در این بخش، ما یک الگوریتم تکاملی بر اساس ترکیب الگوریتم‌های ژنتیک و جستجوی همسایگی متغیر^۲ جهت حل مدل زمانبندی پروژه با منابع محدود و سیاست قیمت‌گذاری از نوع تخفیف، ارائه می‌دهیم.

این روش از الگوریتم ژنتیک به عنوان چارچوب اصلی روش پیشنهادی و از الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر به عنوان جستجوی محلی^۳ استفاده می‌نماید. در روش پیشنهادی پس از اینکه با استفاده از جمعیت اولیه، فضای جواب توسط الگوریتم ژنتیک مورد جستجو قرار گرفت، سپس الگوریتم جستجوی محلی جواب را بهبود داده و جواب حاصل از آن مجدداً به الگوریتم ژنتیک برمی‌گردد تا تکرار بعدی آغاز شود.

الگوریتم ژنتیک همانند بسیاری از الگوریتم‌های مبتنی بر جستجوی تصادفی، در معرض گرفتار شدن در بهینه‌ی محلی^۴ قرار دارد [۲۰]. این ویژگی به دلیل رفتار نزدیک بینی^۵ این الگوریتم‌ها حاصل می‌شود. اما از طرف دیگر الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر به عنوان یک الگوریتم فرا ابتکاری که اخیراً مورد توجه قرار گرفته است، جهت بهبود بسیاری از روش‌های مبتنی بر جستجوی محلی مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۱].

این الگوریتم بر اساس جستجوی سیستماتیک و همزمان چندین نوع از ساختار همسایگی^۶ بنا نهاده شده است. ویژگی‌های جالب این الگوریتم منجر به استفاده‌ی روز افزون از آن در مسائل مختلف شده است. انعطاف‌پذیری و اجرای آسان آن برای مسائل مختلف، استفاده از چندین ساختار جستجوی همسایگی و همچنین احتمال پائین گرفتاری آن در بهینه‌ی محلی از جمله ویژگی‌های جالب این الگوریتم فرا ابتکاری است.

$$\min \quad F_{n+1} \quad (2)$$

$$s.t. \quad F_i < F_j - d_{jm_j} \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad j \in P_j, \quad (2-1)$$

$$m_i \in \{M_1, M_2\}$$

$$\sum_{i=1}^n r_{im_k} \leq R_k \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad m_i \in \{M_1, M_2\} \quad (2-2)$$

$$F_i > 0, \quad m_i \in \{M_1, M_2\}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

هدف از مدل بالا (۲) تعیین مقدار بهینه‌ی زمان آغاز فعالیت‌های پروژه، بر اساس سطح بهینه‌ی منابع تخصیص داده شده به آنهاست، به نحوی که کل زمان پروژه کمینه شود. در مدل‌های کلاسیک مسأله‌ی زمانبندی پروژه که در بالا شرح داده شد، قیمت‌گذاری منابع بر اساس سیاست قیمت ثابت بوده و به همین دلیل، غالباً بحث هزینه در این مدل‌ها در نظر گرفته نمی‌شود. در این بخش جهت بررسی تأثیر سیاست‌های مختلف قیمت‌گذاری بر زمانبندی پروژه‌ها، سیاست تخفیف پله‌ای بر اساس مقدار مختلف از کل منابع خریداری شده تعریف می‌شود (تخفیف کلی^۱). S(R_k) قیمت واحد خرید منبع نوع k را نمایش می‌دهد.

$$S_k(R) = \begin{cases} S_0 & 0 \leq R < R_0 \\ S_1 & R_0 \leq R < R_1 \\ \vdots & \vdots \\ S_i & R_{i-1} \leq R < R_i \\ \vdots & \vdots \\ S_{max-1} & R_{max-2} \leq R < R_{max-1} \\ S_{max} & R_{max-1} \leq R < R_{max} \end{cases} \quad (3)$$

بر اساس این سیاست قیمت‌گذاری، هزینه‌ی کل خرید میزان R واحد از منبع نوع k-m یعنی C(R_k) با محاسبه‌ی میزان جمعیتی رابطه‌ی (۳) بصورت زیر خواهد بود.

$$C_k(R) = \int_0^R S_k(R) dR \quad (4)$$

با استفاده از رابطه‌ی ۴، مدل مسأله‌ی زمانبندی پروژه در حالتی که تخفیف قیمت به عنوان سیاست قیمت‌گذاری تأمین‌کنندگان مطرح است، بصورت زیر پیشنهاد می‌شود.

$$\min \quad F_{n+1} \quad (5)$$

¹ All Unit Discount

² Variable Neighborhood Search (VNS)

³ Local Search

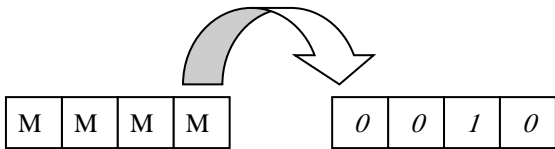
⁴ Local Optimality

⁵ Myopic

⁶ Neighborhood Structures

۳-۱-۱. نحوه‌ی نمایش جواب

از آنجائیکه محدودیت در منابع در دسترس، مربوط به کل افق برنامه‌ریزی می‌باشد، لذا یک بردار تخصیص دو حالت ممکن (M_1, M_2) متناظر با تمام فعالیت‌های پروژه، جهت نمایش جواب‌های مسأله‌ی (کروموزوم) زمانبندی پروژه با منابع محدودیت و سیاست تخفیف در قیمت‌گذاری، مناسب می‌باشد. به عنوان مثال برای یک شبکه با چهار فعالیت، جواب $V = \{M_1, M_1, M_2, M_1\}$ بیانگر تخصیص حالت M_1 به فعالیت‌های یک، دو و چهار و همچنین تخصیص حالت M_2 به فعالیت سوم می‌باشد. جهت ساده‌سازی در نحوه‌ی نمایش جواب‌ها، M_1 را با کد صفر و M_2 را با کد یک نمایش می‌دهیم (شکل ۱). نکته‌ی مهم در این نوع نمایش، شدنی بودن^۳ جواب‌هاست که در بخش‌های بعدی تحلیل می‌شود.



شکل ۱. نحوه‌ی نمایش جواب

۳-۱-۲. تولید جمعیت اولیه

جواب‌های اولیه، نقش خیلی مهمی در دستیابی به جواب‌های نهایی با کیفیت بهتر ایفا می‌کنند. در سال‌های اخیر محققان زیادی در مورد اینکه چگونه در الگوریتم‌های فرا ابتکاری، کیفیت جواب‌های اولیه بر کیفیت جواب‌های نهایی تأثیرگذار است، بحث نموده‌اند. در این راستا، ما نیز در این تحقیق، با ارائه‌ی یک الگوریتم ابتکاری که در زیر می‌آید، سعی در بهبود کیفیت جواب‌های ورودی به الگوریتم می‌نمائیم.

قدم اول: لیست فعالیت‌های برنامه‌ریزی شده را L تعریف کرده و قرار دهید $L = \phi$.

قدم دوم: میزان کاهش در زمان انجام فعالیت‌ها به ازای هر واحد افزایش منبع را در حالتی تغییر حالت از M_1 به M_2 را برای تمام کارهای عضو L' محاسبه نمائید.

$$\gamma_i = \frac{d_{im_1} - d_{im_2}}{r_{im_2} - r_{im_1}} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (۴)$$

قدم سوم: کارهای عضو L' را بصورت نزولی بر حسب γ_i مرتب نمائید.

قدم چهارم: برای اولین فعالیت قدم سوم قرار دهید: $m_i = M_2$ ، فعالیت را از لیست L' خارج و به لیست L اضافه نمائید.

ما در این تحقیق، جهت بهبود کیفیت جواب‌های حاصل از الگوریتم ژنتیک و کاهش احتمال بهینگی محلی، از الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر به عنوان یک عملگر جدید در الگوریتم ژنتیک استفاده می‌نمائیم. همانطویکه ذکر شد، الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر به دلیل استفاده از چندین ساختار جستجوی همسایگی، این ضعف الگوریتم‌های فرا ابتکاری را بر طرف نموده است.

۳-۱-۳. چارچوب اصلی الگوریتم پیشنهادی

الگوریتم ژنتیک که نخستین بار توسط هلند [۲۲] معرفی و توسعه داده شد، یکی از روش‌های جستجوی تصادفی است که بطور گسترده‌ای جهت حل مسائل پیچیده‌ی بهینه‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این الگوریتم نوعاً با تعدادی جواب اولیه که بطور تصادفی تولید شده‌اند آغاز شده و با اعمال عملگرهای احتمالی نسل‌های بعدی را تولید می‌نماید. از طریق عملگرهای جابجایی و جهش، الگوریتم ژنتیک جمعیت را به سمت جواب بهینه هدایت می‌نماید.

هرچند، طراحی یک الگوریتم ژنتیک که جواب را به سمت بهینگی میل دهد کار بسیار دشواری است. در یک الگوریتم ژنتیک، یک مسأله‌ی خیلی مهم، ارزیابی کیفیت جواب‌ها از طریق تابع برازش است. جواب‌های با مقادیر بهتر تابع برازش، از احتمال بیشتری جهت تولید نسل بعدی برخوردار هستند. فرآیند تکامل معمولاً تعداد دفعات زیادی ادامه پیدا می‌کند تا زمانی که یک شرط از پیش تعیین شده‌ای تحقق یابد.

در سالیان اخیر تعداد زیادی الگوریتم فرا ابتکاری جهت حل مسائل زمانبندی پروژه مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در این تحقیق، ما از الگوریتم ژنتیک به عنوان چارچوب اصلی روش حل پیشنهادی استفاده می‌کنیم. پس از تولید جمعیت اولیه و انتخاب والدین، عملگرهای جابجایی و جهش بصورت تصادفی اعمال می‌شوند. جواب حاصل از این تولید مثل، با احتمال خاصی تحت عملگر سومی با عنوان عملگر ترکیبی قرار می‌گیرد. این عملگر جدید فرزند تولید شده را به عنوان ورودی دریافت نموده و بر اساس روش جستجوی همسایگی متغیر، به جستجوی محلی می‌پردازد تا بهبودی در جواب حاصل شود. سپس این جواب بهبود یافته به نسل بعدی^۱ منتقل می‌شود. این رویه علاوه بر بهبود کیفیت جواب‌های حاصل، از گرفتاری در بهینگی محلی جلوگیری نموده و همچنین دوره‌ی همگرایی^۲ الگوریتم را کاهش می‌دهد.

^۱ Next Generation

^۲ Convergence Period

^۳ Feasibility

قدم پنجم: تا زمانیکه محدودیت بودجه (۵-۲) نقض نشود، قدم‌های دوم تا چهارم را تکرار نمایید.

براساس روش ابتکاری ارائه شده، منابع موجود تنها به فعالیت‌هایی تخصیص داده می‌شود که بیشترین میزان کاهش در زمان تکمیل را به ازای هر واحد منبع اضافی، داشته باشند. جواب بدست آمده از این الگوریتم، به عنوان یکی از جواب‌های جمعیت اولیه لحاظ شده و بقیه‌ی جمعیت با تولید تصادفی جواب جایگزین خواهد شد.

۳-۱-۳. ارزیابی جواب‌ها

در این قسمت، جواب‌های تولید شده، توسط تابع هدف الگوریتم (زمان تکمیل پروژه) مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. همانطوریکه قبلاً مطرح شد، نکته‌ی مهم در ارزیابی جواب‌ها، شدنی بودن آن‌هاست. به این منظور در ادبیات از تست‌های موجه بودن^۱ مختلفی به عنوان تابع جریمه استفاده شده است. به ازای یک جواب داده شده V ، مقدار $FT(V)$ شدنی بودن V را نمایش می‌دهد.

$$FT(V) = \max \left\{ 0, C \left(\sum_{i=1}^n r_{im_i} \right) - M \right\} \quad (7)$$

بردار V متناظر با یک جواب شدنی است اگر و تنها اگر $FT(V)=0$ با استفاده از این تابع جریمه، مدار تابع برازش^۲ زیر پیشنهاد می‌شود.

$$f(V) = \begin{cases} F_{n+1} & FT(V) = 0 \\ F + FT(V) & otherwise \end{cases} \quad (8)$$

که در آن F یک مقدار حد بالا برای زمان تکمیل پروژه است و از طریق جمع بیشترین زمان ممکن برای انجام فعالیت‌ها محاسبه می‌شود.

۳-۱-۴. عملگرهای جابجائی و جهش

جابجائی به عنوان یک عملگر با تغییر در بخش‌هایی از کروموزوم-های والدین، فرزندان را تولید می‌نماید. فرزندان ویژگی‌هایی از هر دو والد را در خود دارند و به همین دلیل می‌توانند بهتر از والدین و یا بدتر از آنان باشند. در این تحقیق، جابجائی یکنواخت^۳ که در آن از یک بردار احتمال جهت تولید فرزندان استفاده می‌شود، مورد استفاده قرار می‌گیرد. اندازه‌ی بردار برابر با تعداد فعالیت‌های پروژه می‌باشد. اگر مقدار احتمال کوچکتر از $0/5$ باشد، عنصر متناظر با آن از والد اول به فرزند منتقل می‌شود و در غیر اینصورت والد دوم انتخاب می‌شود. علاوه بر این، به منظور افزایش

تنوع در جواب‌ها، عملگر جهش به منظور ایجاد تغییرات تصادفی در کروموزوم‌ها، بکار گرفته می‌شود. در این تحقیق، جهش تصادفی مورد استفاده قرار می‌گیرد که در آن یک عنصر از کروموزوم به تصادف انتخاب شده و حالت آن تغییر می‌نماید $(M_2 \rightarrow M_1, M_1 \rightarrow M_2)$.

۳-۱-۵. عملگر ترکیبی: جستجوی همسایگی متغیر

همانطوریکه قبلاً مطرح شد، به منظور بهبود در جواب‌های حاصل از الگوریتم ژنتیک و کاهش احتمال بهینگی محلی، یک عملگر جدید بر اساس الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر به عنوان عملگر ترکیبی به الگوریتم ژنتیک اضافه می‌شود. به این منظور پس از تولید فرزند X با اعمال عملگرهای جابجائی و جهش، با احتمال مشخصی، عملگر ترکیبی بصورت زیر اجرا می‌شود تا با جستجوی محلی، بهبودی در جواب حاصل شود.

قدم ۱: تا زمانی که $n < n_{max}$ ، قدم‌های زیر را تکرار نمایید:

قرار دهید $N=I$ (شماره‌ی ساختار همسایگی)

قدم ۱-۱: بطور تصادفی یک عنصر از کروموزوم X را انتخاب نموده و حالت آن را تغییر دهید $(M_2 \rightarrow M_1, M_1 \rightarrow M_2)$. جواب حاصل را X' بنامید.

قدم ۱-۲: با تعویض جفتی عناصر X' و ارزیابی جواب‌های حاصل از طریق رابطه‌ی (۸)، بهترین جواب بدست آمده را X'' بنامید. اگر X'' بهتر از X است، قرار دهید $X \leftarrow X''$ و به قدم ۱-۱ بروید. در غیر اینصورت قرار دهید $N=2$ و به قدم بعدی (۱-۳) بروید.

قدم ۱-۳: با تغییر یک به یک حالت عناصر X از چپ به راست، تمام جواب‌های بدست آمده را ارزیابی نموده و بهترین جواب را X'' بنامید، اگر X'' بهتر از X بود، قرار دهید $X \leftarrow X''$ و به قدم ۱-۱ بروید، در غیر اینصورت به قدم ۱-۴ بروید (برای این X هیچ بهبودی حاصل نشده است).

قدم ۱-۴: قرار دهید $n=n+1$

قدم ۲: جواب x را به عنوان بهبود جواب قبلی به الگوریتم اصلی (ژنتیک) برگردانید.

۳-۱-۶. انتخاب جواب

بعد از اعمال عملگرها، بسته به اینکه چه ترکیبی از عملگرهای جابجائی، جهش و ترکیبی اعمال شده باشند، هشت حالت برای تعداد فرزندان متولد شده ممکن است (۲^۳ حالت). غالباً جواب‌های تولید شده از والدین خود بهتر هستند که در این حالت بهترین فرزند به نسل بعد منتقل می‌شود. اما این حالت همیشه رخ نمی‌دهد. اگر کیفیت فرزندان از والدین بدتر باشد، جهت افزایش در تنوع جواب‌ها و جلوگیری از بهینگی محلی، بجای

¹ Feasibility test

² Fitness Function

³ Uniform Crossover

۴-۲. تنظیم پارامترهای الگوریتم پیشنهادی

در طول سالین اخیر، در ادبیات مطرح شده است که کارایی الگوریتم‌های حل مبتنی بر جستجوی تصادفی، بطور قابل ملاحظه‌ای تحت تأثیر عوامل مختلفی قرار دارد. یکی از این عوامل، مقادیر پارامترهای این الگوریتم‌هاست [۲۳]. یک الگوریتم تکاملی نمی‌تواند به کیفیت مطلوب از جواب نهایی برسد، اگر پارامترهایش به درستی تنظیم نشده باشند. از این رو در این بخش، ما تلاش می‌کنیم تا مناسب‌ترین مقادیر از پارامترهای الگوریتم پیشنهادی را در راستای دستیابی به جواب‌های مطلوب بدست آوریم. در این راستا، ما برای اولین بار در ادبیات رویکرد رگرسیون مرحله‌ای^۲ را جهت تنظیم پارامترهای یک الگوریتم فرا ابتکاری پیشنهاد می‌نمائیم. زمانی که ما با تعداد زیادی از متغیرهای مستقل روبرو هستیم، تعیین ترکیب مناسب از این پارامترها جهت حضور در مدل و به منظور تخمین متغیر وابسته، از اهمیت بالایی برخوردار است. اهمیت این موضوع زمانی بیشتر می‌شود، که الگوریتم مورد استفاده بصورت تلفیقی از الگوریتم‌های فرا ابتکاری طراحی شده باشد که به تبع آن تعداد پارامترهای روش تلفیقی، بیشتر بوده و تنظیم پارامترها از اهمیت بیشتری برخوردار خواهد بود. رگرسیون مرحله‌ای یک ابزار آماری استوار برای انتخاب بهترین ترکیب از متغیرهای مدل است، که می‌تواند با رویکرد انتخاب رو به جلو^۳ و یا حذف رو به عقب^۴ صورت گیرد. انتخاب رو به جلو، با یک مجموعه‌ی تهی از متغیرها آغاز می‌کند و مرحله به مرحله، متغیری را که بیشترین تأثیر بر مدل را دارد به مدل اضافه می‌نماید. در حالیکه روش حذف رو به عقب، به مجموعه‌ی کل متغیرها آغاز می‌کند، و در هر مرحله یک متغیر با کمترین تأثیر در مدل را حذف می‌نماید. رویکرد رگرسیون مرحله‌ای، ترکیبی از دو رویکرد انتخاب رو به جلو و حذف رو به عقب است. در واقع این رویکرد در هر مرحله متغیرهای با بیشترین تأثیر را به مدل اضافه و متغیر با کمترین تأثیر را از مدل حذف می‌نماید. الگوریتم پیشنهادی ما شامل پارامترهای اندازه‌ی جمعیت^۵، تعداد تولید نسل^۶، نرخ جایجایی^۷، نرخ جهش^۸ و همچنین تعداد تکرارهای جستجوی همسایگی متغیر می‌باشد. رویکرد پیشنهادی برای تنظیم پارامترهای الگوریتم، شامل دو مرحله‌ی زیر است:

(۱) تعیین پارامترهای تأثیرگذار بر عملکرد الگوریتم و رابطه‌ی رگرسیونی روی این پارامترها

انتقال والدین به نسل بعد، یک جواب تصادفی تولید شده و به نسل بعد منتقل می‌شود تا از همگرایی زودرس جلوگیری شود.

۳-۱-۷. شرط توقف

بعد از تعداد مشخصی تکرار، الگوریتم خاتمه می‌یابد.

۴. تجارب محاسباتی^۱

در این قسمت عملکرد رویکرد تلفیقی پیشنهادی ارزیابی می‌شود. به این منظور نیاز به مثال‌های استاندارد است. از آنجائیکه مدل پیشنهادی برای اولین بار در ادبیات ارائه می‌شود لذا از یک رویکرد تولید تصادفی جهت ایجاد مثال‌هایی در ابعاد کوچک و بزرگ استفاده می‌نمائیم.

۴-۱. تولید داده برای مسائل استاندارد

به منظور ارزیابی رویکرد پیشنهادی برای مسأله‌ی زمانبندی پروژه با منابع محدود در حالت سیاست قیمت‌گذاری تخفیف که از طرف تأمین‌کننده ارائه می‌شود، کلاس‌های متفاوتی از مسائل در این بخش تولید می‌شود. داده‌های مورد نیاز برای تشکیل مثال‌هایی از این مسأله در قالب عوامل زیر قابل دسته‌بندی هستند.

- (۱) **تعداد فعالیت‌ها (n):** دو گزینه در طراحی تعداد فعالیت‌ها در نظر گرفته می‌شود $n = \{40, 80\}$.
- (۲) **روابط پیش‌نیازی:** به منظور طراحی شبکه‌ای با تعداد n فعالیت، ابتدا یک عدد تصادفی که بیانگر تعداد روابط پیش‌نیازی می‌باشد تولید می‌شود. سپس به ازای هر رابطه، دو فعالیت به تصادف انتخاب می‌شوند. اولین عدد، شماره‌ی فعالیت پیش‌نیاز و دومین عدد شماره‌ی فعالیت پس‌نیاز را نمایش می‌دهد.
- (۳) **حد بالا و پائین منابع برای فعالیت‌ها (Fim1, Fim2):** به منظور تولید حدود منابع برای فعالیت‌ها از یک توزیع یکنواخت در بازه‌ی (۱۰۰, ۲۰۰) برای حد پائین و برای حد بالا از توزیع یکنواخت در فاصله‌ی (۳۰۰, ۴۰۰) استفاده می‌شود.
- (۴) **حد بالا و پائین زمان انجام برای فعالیت‌ها (d_{im1}, d_{im2}):** فرض می‌شود مقدار پائین زمان انجام فعالیت‌ها در بازه‌ی (۱۵, ۳۰) و حد بالای آن در بازه‌ی (۳۰, ۴۵) و بصورت یکنواخت توزیع شده باشند.
- (۵) **تابع تخفیف:** تعداد نقاط شکست در تابع هزینه، مقادیر سفارش منابع در نقاط و همچنین مقادیر قیمت واحد منابع در نقاط شکست بصورت تصادفی انتخاب می‌شود.
- (۶) **بودجه‌ی در دسترس (M):** برای بودجه‌ی موجود دو گزینه فرض می‌شود $M = \{5000, 7500\}$.

به منظور تولید مثال‌های استاندارد از مسأله‌ی زمانبندی با منابع محدود و تخفیف قیمت منابع، فقط کافی است که به تعداد مثال‌ها، مراحل یک تا شش را اجرا نمائیم.

^۱ Experimental Results

^۲ Stepwise Regression

^۳ Forward Selection

^۴ Backward Elimination

^۵ Population Size

^۶ Generation Number

^۷ Crossover Rate

^۸ Mutation Rate

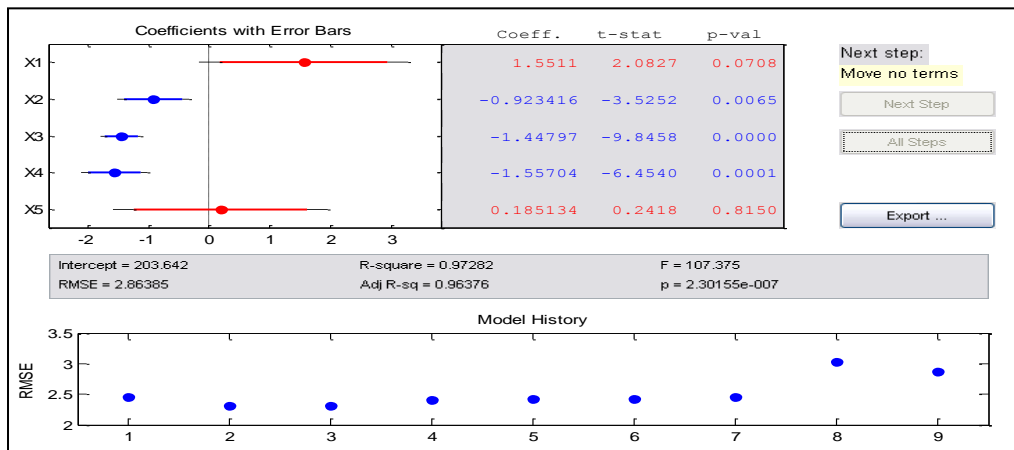
(۲) بهینه‌سازی رابطه‌ی رگرسیونی بدست آمده در مرحله‌ی اول جهت تعیین مقادیر مناسب آن‌ها
جدول ۱ رنج پارامترهای الگوریتم را برای مسائل ابعاد بزرگ و کوچک نمایش می‌دهد.

جدول ۱. حدود پارامترهای الگوریتم

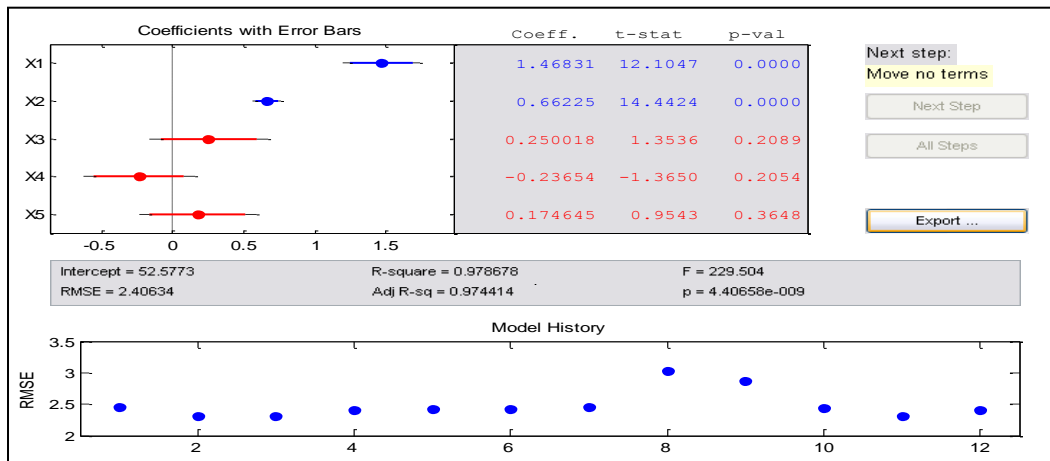
پارامتر	مسائل کوچک		مسائل بزرگ	
	حد پائین	حد بالا	حد پائین	حد بالا
اندازه‌ی جمعیت	۵۰	۷۰	۷۵	۱۰۰
تعداد تولید نسل	۱۰۰	۱۶۰	۱۸۰	۳۰۰
نرخ جابجایی	۰.۷	۰.۸	۰.۸۵	۰.۹۵
نرخ جهش	۰.۰۵	۰.۰۸	۰.۱	۰.۱۵
تعداد تکرار	۳۰	۵۰	۶۰	۸۰

که در مدل لحاظ نشده‌اند، یک منحنی قرمز، نشان‌دهنده‌ی ضرائب رگرسیونی آن‌ها در صورت ورودشان به مدل و همچنین دامنه‌ی اطمینان ۹۰٪ می‌باشد. در این نمودارها X_1 بیانگر اندازه-ی جمعیت، X_2 نشانگر تعداد تولید نسل، X_3 نشان‌دهنده‌ی نرخ جابجایی، X_4 نشانگر نرخ جهش و X_5 بیان کننده‌ی تعداد تکرارهای جستجوی همسایگی است.

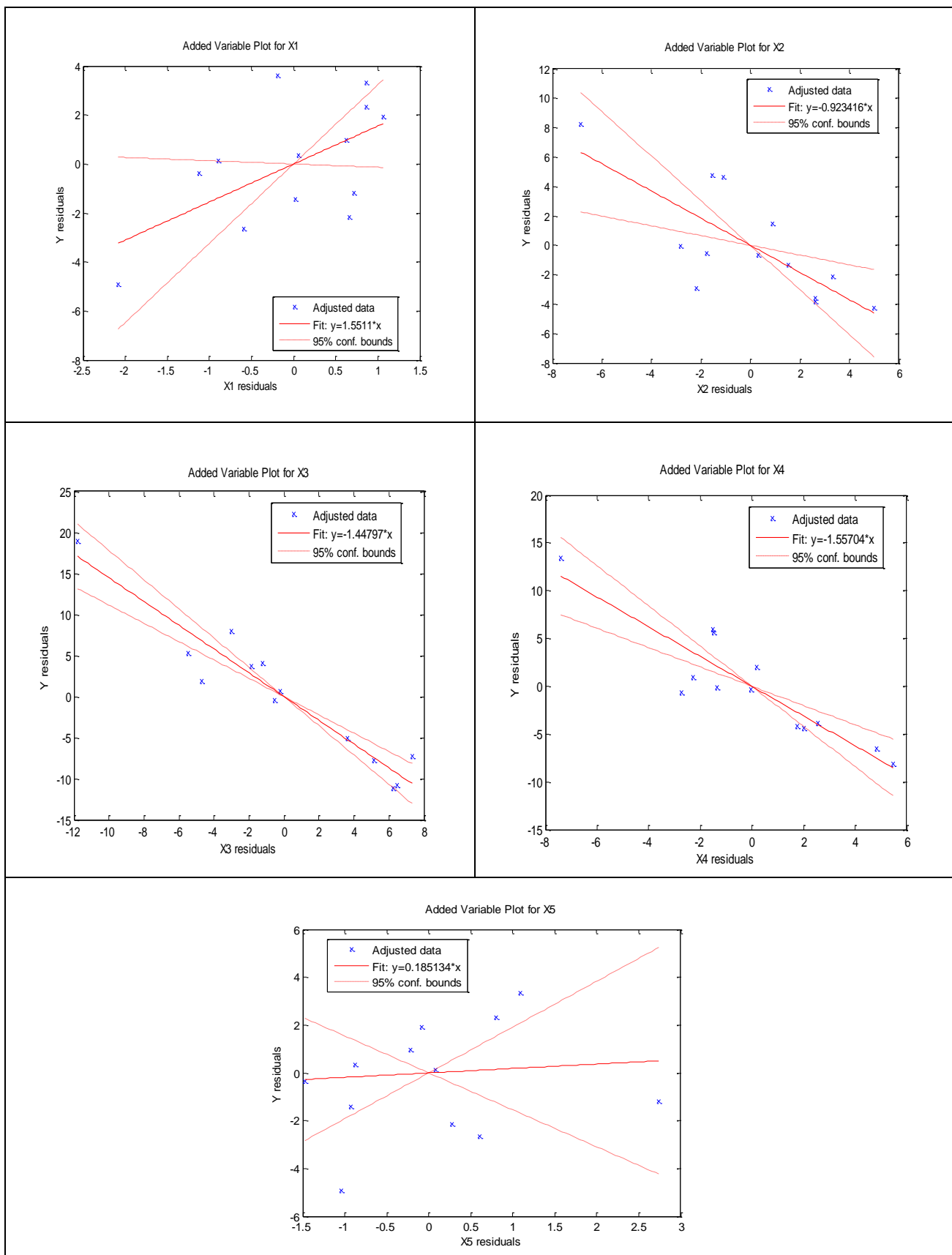
به منظور تسهیل در انجام محاسبات رگرسیون مرحله‌ای، از واسط گرافیکی کاربر Stepwise از نرم افزار MATLAB استفاده نمودیم. نتایج مربوط به این محاسبات برای مثال‌های بزرگ و کوچک در شکل ۲ و ۳ نمایش داده شده است. برای هر پارامتر مهم در مدل، ضرائب رگرسیونی که از طریق حداقل مربعات محاسبه شده‌اند و همچنین دامنه‌ی اطمینان ۹۰٪ برای آن‌ها به رنگ آبی مشخص شده است. همچنین برای پارامترهای غیر مهم



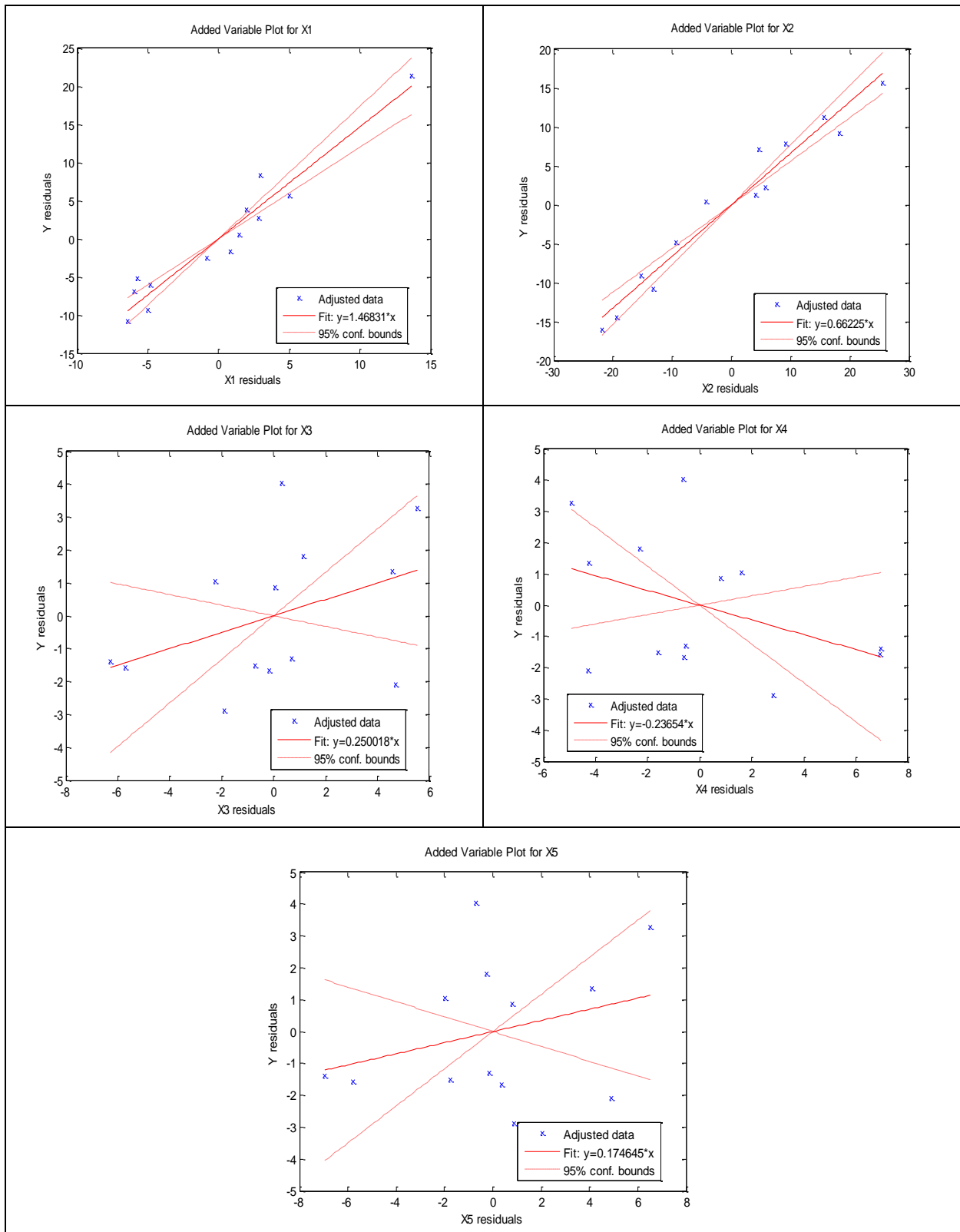
شکل ۲. نتایج محاسبات Stepwise Regression برای ابعاد کوچک مثال‌ها



شکل ۳. نتایج محاسبات Stepwise Regression برای ابعاد بزرگ مثال‌ها



شکل ۴. نمودار متغیر افزوده شده برای ابعاد کوچک از مسائل



شکل ۵. نمودار متغیر افزوده شده برای ابعاد بزرگ از مسائل

کوچک مسأله و همچنین پارامترهای اندازه‌ی جمعیت و تعداد تولید نسل برای ابعاد بزرگ مسأله مؤثر هستند (با رنگ آبی

همانطوریکه ملاحظه می‌شود، بر اساس نتایج بدست آمده، پارامترهای تعداد تولید نسل، نرخ جابجائی و نرخ جهش برای ابعاد

نسبت‌های سیگنال به نویز (S/N) جهت روش پیشنهادی خود ارائه نموده است.

در این روش، توابع هدف به سه دسته اصلی "نسبت کوچکتر نسبت بهتر"⁴، "نسبت بزرگتر - نسبت بهتر"⁵ و "مقداری اسمی - مقدار مورد انتظار"⁶ دسته‌بندی می‌شود که هر کدام از آن‌ها از فرمول خاصی جهت محاسبه نسبت‌های S/N استفاده می‌نمایند. از آنجائیکه هدف در این تحقیق، حداقل نمودن زمان تکمیل کل پروژه است، لذا از تابع نسبت کوچکتر - نسبت بهتر در این تحقیق استفاده می‌نمائیم. از این رو فرمول زیر جهت ارزیابی تابع هدف استفاده می‌شود که در آن هرچه تابع بزرگتر باشد، کیفیت جوابها بهتر بوده و در واقع زمان تکمیل پروژه کمتر خواهد بود.

$$S/N \text{ ratio: } -10 \cdot \log\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^n y_i^2\right)$$

بر اساس سطوحی از پارامترها که در قسمت قبل، جهت تنظیم پارامترهای الگوریتم تلفیقی پیشنهادی، در نظر گرفته شد، مقادیر مناسب برای پارامترهای الگوریتم محاسبه شد که در جدول ۲ خلاصه می‌شوند.

۴. نتایج شبیه‌سازی

به منظور ارزیابی جوابهای بدست آمده از الگوریتم تلفیقی پیشنهادی، جوابهای حاصل از نرم افزار بهینه‌سازی LINGO 8.0 مورد استفاده قرار می‌گیرد. در حقیقت LINGO قادر به حل مسائل بهینه‌سازی غیرخطی شامل متغیرهای صحیح و پیوسته با استفاده از الگوریتم شاخه و حد است. به منظور تولید مسائل استاندارد، با استفاده از رویه‌ی توصیف شده در بخش ۴-۱ به تعداد ۱۰ مثال با ابعاد کوچک ($n=40$) و ۱۰ مثال با ابعاد بزرگ ($n=80$) تولید می‌شود. برای هر مثال مدل LINGO اجرا شده و نتایج ثبت شدند.

از طرف دیگر، به دلیل ماهیت تصادفی رویکرد تکاملی پیشنهادی در بخش ۳، جوابهای بدست آمده در چندین تکرار برای یک مثال خاص، یکسان نمی‌باشد. به همین دلیل، برای هر مثال، ۳۰ بار الگوریتم پیشنهادی اجرا شده و نتایج حاصل ثبت شده‌اند. به منظور بهبود عملکرد الگوریتم، اندازه‌ی جمعیت برای همه‌ی مسائل برابر با ۱۰۰، تعداد نسلها برابر ۲۵۰، احتمال عملگر جابجائی و ترکیبی برابر ۰/۹۸ و همچنین احتمال عملگر جهش برابر با ۰/۰۵ تنظیم شده‌اند. نتایج حاصل از محاسبات در جدول ۳ آمده است.

نمایش داده شده‌اند). به منظور تأیید مجدد مؤثر بودن این پارامترها، نمودارهای متغیر افزوده شده^۱ برای هر یک از پارامترهای مدل، در هر دو ابعاد از مسأله در شکل‌های ۴ و ۵ رسم شده است.

این نمودارها جهت تشخیص متغیرهای مهم در توابع رگرسیون چند متغیره مورد استفاده قرار می‌گیرند و رفتار غیر یکنواخت آن‌ها بیانگر تأثیرگذاری متغیر مد نظر بر مدل رگرسیونی می‌باشد. همانطوریکه ملاحظه می‌شود، نتایج حاصل از نمودارهای رسم شده، نتایج رگرسیون مرحله‌ای را از نظر شهودی نیز تأیید می‌کنند. رفتار پارامترهای غیرمهم در این نمودارها بصورت یکنواخت و رفتار پارامترهای تأثیرگذار بصورت خطی با شیب غیر صفر مشاهده می‌شود که تأییدی بر نتایج قبلی است.

بعد از این مرحله، بر اساس ضرائب رگرسیونی پارامترهای مؤثر، تابع رگرسیونی روی زمان تکمیل پروژه، برای ابعاد کوچک و بزرگ از مثال‌ها به ترتیب بصورت زیر استخراج می‌شود.

$$F_{n+1} = 203.642 - 0.9234 X_2 - 1.4480 X_3 - 1.5570 X_4$$

$$F_{n+1} = 52.577 + 1.4683 X_1 + 0.6623 X_2$$

جهت تعیین مقادیر مناسب پارامترها، دو مسأله‌ی بهینه‌سازی با تابع هدف فوق، و با محدودیت‌های جدول ۱، برای مسائل با ابعاد بزرگ و کوچک اجرا می‌شود. با انجام این کار، مقادیر مناسب پارامترهای مؤثر بصورت زیر تعیین می‌شود:

برای ابعاد کوچک:

$$X_2=160, X_3=0.8, X_3=0.08$$

برای مسائل بزرگ:

$$X_1=75, X_2=180$$

۳-۴. مقایسه نتایج رگرسیون مرحله‌ای و روش تاگوچی

در این قسمت به ارزیابی نتایج بدست آمده از رویکرد رگرسیون مرحله‌ای بر اساس روش پیشنهادی تاگوچی^۲ می‌پردازیم. این روش روش که نخستین بار توسط آقای تاگوچی در سال ۱۹۶۰ ارائه شده است، یکی از روش‌های مرسوم در تنظیم پارامترهای^۳ الگوریتم‌های فرا ابتکاری است که در سالیان اخیر در ادبیات مورد استفاده قرار گرفته است. تاگوچی یک معیار ارزیابی تحت عنوان

⁴ The Smaller the Better

⁵ The Larger the Better

⁶ The Nominal value-is Expected

¹ Added Variable Plot

² Taguchi

³ Parameter Setting

جدول ۲. نتایج روش تاگوچی جهت مقادیر پارامترهای الگوریتم

پارامتر	مسائل کوچک	مسائل بزرگ
اندازه‌ی جمعیت	۵۰	۱۰۰
تعداد تولید نسل	۱۶۰	۱۸۰
نرخ جابجایی	۰.۷	۰.۹۵
نرخ جهش	۰.۰۸	۰.۱
تعداد تکرارهای جستجوی همسایگی	۳۰	۸۰

جدول ۳. نتایج مقایسه‌ی روش‌ها

مسأله	ابعاد	مشخصات			نتایج محاسبات				
		n	M	بهینه	رگرسیون مرحله‌ای				
					متوسط	بهترین	خطا		
							S/N Ratio		
								خطا	
								بهترین	
								متوسط	
								خطا	
۱	کوچک	۴۰	۵۰۰۰	۹۰۱	۱۲۵۰.۳۱	۹۰۱	۱۲۶۰.۸۱	۹۰۱	۰
۲	کوچک	۴۰	۵۰۰۰	۹۸۳	۱۳۲۱.۴۱	۱۰۰۳	۱۲۹۱.۴۷	۹۹۲	۰.۹۱۵۵۶
۳	کوچک	۴۰	۵۰۰۰	۶۲۱	۷۴۱.۸۹	۶۲۱	۷۶۵.۲۵	۶۳۰	۱.۴۴۹۲۸
۴	کوچک	۴۰	۵۰۰۰	۱۰۶۹	۱۱۵۷.۹۵	۱۰۶۹	۱۲۴۱.۹۵	۱۰۶۹	۰
۵	کوچک	۴۰	۵۰۰۰	۱۷۱۸	۱۹۸۷.۰۱	۱۷۲۳	۱۸۴۱.۲۸	۱۷۲۸	۰.۵۸۲۰۷
۶	کوچک	۴۰	۵۰۰۰	۹۵۴	۱۲۴۱.۲۸	۹۵۴	۱۱۴۲.۰۴	۹۶۱	۰.۷۳۳۷۵
۷	کوچک	۴۰	۷۵۰۰	۴۶۹	۵۴۱.۰۵	۴۶۹	۵۶۷.۵۱	۴۷۳	۰.۸۵۲۸۸
۸	کوچک	۴۰	۷۵۰۰	۶۸۱	۷۵۴.۲۰	۶۸۷	۷۶۲.۸	۶۸۹	۱.۱۷۴۷۴
۹	کوچک	۴۰	۷۵۰۰	۸۵۶	۹۱۵.۶۹	۸۵۶	۸۹۴.۵۱	۸۶۱	۰.۵۸۴۱۱
۱۰	کوچک	۴۰	۷۵۰۰	۳۵۹	۳۹۵.۶۷	۳۶۷	۳۸۱	۳۶۲	۰.۸۳۵۶۵
۱۱	بزرگ	۸۰	۵۰۰۰	۱۷۰۵	۱۹۸۴.۱۸	۱۷۰۵	۱۸۴۵.۱۴	۱۷۰۸	۰.۱۷۵۹۵
۱۲	بزرگ	۸۰	۵۰۰۰	۲۰۵۸	۲۴۹۴.۰۱	۲۰۵۸	۲۵۱۴.۵۹	۲۰۵۸	۰
۱۳	بزرگ	۸۰	۵۰۰۰	۲۸۸۶	۳۰۲۱.۰۷	۲۸۸۹	۳۱۵۴.۵۱	۲۸۹۱	۰.۱۷۳۲۵
۱۴	بزرگ	۸۰	۷۵۰۰	۹۷۴	۹۹۱.۹۴	۹۷۴	۱۰۵۱.۰۱	۹۷۹	۰.۵۱۳۳۵
۱۵	بزرگ	۸۰	۷۵۰۰	۱۱۰۷	۱۲۹۰.۱۸	۱۱۲۱	۱۳۴۱.۸۱	۱۱۱۸	۰.۹۹۳۶۸
۱۶	بزرگ	۸۰	۷۵۰۰	۱۵۱۴	۱۵۹۱.۰۳	۱۵۱۴	۱۶۱۲.۴	۱۵۲۷	۰.۸۵۸۶۵
۱۷	بزرگ	۸۰	۷۵۰۰	۱۳۰۸	۱۴۵۹.۰۵	۱۳۰۸	۱۴۶۸.۹۷	۱۳۰۸	۰
۱۸	بزرگ	۸۰	۷۵۰۰	۱۹۸۷	۲۱۰۹.۵۴	۲۰۲۵	۲۲۵۴.۴۷	۲۰۱۹	۱.۶۱۰۴۷
۱۹	بزرگ	۸۰	۷۵۰۰	۲۰۵۸	۲۱۱۶.۶۰	۲۰۵۸	۲۲۵۴.۴۷	۲۰۶۴	۰.۲۹۱۵۵
۲۰	بزرگ	۸۰	۷۵۰۰	۲۴۹۳	۲۵۲۴.۲۳	۲۴۹۳	۲۴۹۱.۵۴	۲۴۹۸	۰.۲۰۰۵۶
	متوسط			۱۳۲۳.۲	۱۴۹۴.۴۰۴	۱۳۳۹.۷۵	۱۵۰۶.۸۷	۱۳۴۱.۸	۰.۵۹۷۲

در حالیکه روش تاگوچی تنها برای ۴ مثال به جواب بهینه رسیده و مقدار خطای این روش در مقابل جواب بهینه به طور متوسط برابر ۰.۵۹۷۲ است. همچنین رویکرد پیشنهادی، در ۱۲ مثال از روش تاگوچی جواب بهتری تولید کرده است، در حالیکه رویکرد

همانطوریکه از نتایج جدول ۳ ملاحظه می‌شود، روش پیشنهادی در ۱۳ مسأله قادر به یافتن جواب بهینه بوده است. همچنین اختلاف در مقادیر تابع هدف برای الگوریتم پیشنهادی نسبت به رویکرد شاخه و کران^۱، تنها ۰.۴۳۵۸٪ بوده که قابلیت اطمینان^۲ و اثربخشی^۳ خوب روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

² Reliability
³ Effectiveness

¹ Branch and Bound

- [3] Demeulemeester, E., Herroelen, W., "New Benchmark Results for the Resource-Constrained Project scheduling problem", *Management Science*, Vol. 43, pp. 1485-1492, 1997.
- [3] Brucker, P., Knust, S., Schoo, A., Thiele, O., "A branch and bound algorithm for the resource-constrained project scheduling problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 107, pp. 272-288, 1998.
- [4] Stork, F., Uetz, M., "On the Generation of Circuits and Minimal Forbidden Sets", *Mathematical Programming*, Vol. 102, 2005, pp. 185-203.
- [5] Brucker, P., Knust, S., "Lower Bounds for Resource-Constrained Project Scheduling Problems", *European Journal of Operational Research*, Vol. 149, 2003, pp. 302-313.
- [6] Demassez, S., Artigues, C., Michelon, P., "Constraint-Propagationbase Cutting Planes: an Application to the Resource-Constrained Project Scheduling Problem", *INFORMS Journal of Computing*, Vol. 17, 2005, pp. 52-65.
- [7] Boctor, F.F., "Heuristics for Scheduling Projects with Resource Restrictions and Several Resource-Duration Modes", *International Journal of Production Research*, Vol. 31, 1993, pp. 2547-2558.
- [8] Boctor, F.F., "Resource-Constrained Project Scheduling by Simulated Annealing", *International Journal of Production Research*, Vol. 34, 1996, pp. 2335-2351.
- [9] Netez Knotts, G., Dror, M., Hartman, B., "Agent-Based Project Scheduling", *IIE Transactions*, Vol. 32, 2000, pp. 387-401.
- [10] Lova, A., Tormos, P., Barber, F., "Multi-Mode Resource Constrained Project Scheduling: Scheduling Schemes, Priority Rules and Mode Selection Rules", *Inteligencia Artificial*, Vol. 30, 2006, pp. 69-86.
- [11] Kolisch R., "Serial and Parallel Resource-Constrained Project Scheduling Methods Revisited: Theory and Computation", *European Journal of Operational Research*, Vol. 90, 1996, pp. 320-333.
- [12] Alcaraz, J., Maroto, C., Ruiz, R., "Solving the Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem with Genetic Algorithms", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 54, 2003, pp. 614-626.
- [13] Lova, A., Tormos, P., Cervantes, M., Barber, F., "An Efficient Hybrid Genetic Algorithm for Scheduling Projects with Resource Constraints and Multiple Execution Modes", *International Journal of Production Economics*, Vol. 117, 2009, pp. 302-316.

تاگوچی تنها در ۴ مثال جواب بهتری نسبت به روش رگرسیون مرحله‌ای تولید نموده است.

۵. نتیجه‌گیری

در این تحقیق برای اولین بار در ادبیات، مسأله‌ی زمانبندی پروژه در حالت محدودیت منابع، با سیاست تخفیف به عنوان استراتژی قیمت‌گذاری تأمین‌کنندگان پروژه، تلفیق شده است. همچنین پیشنهاد شده است که مدل زمانبندی پروژه با منابع محدود با زنجیره‌ی تأمین پروژه بصورت یکپارچه مورد ارزیابی و بررسی قرار گرفته تا مدیران و برنامه‌ریزان پروژه را قادر سازد در مواردی که با پیشنهاد تأمین‌کنندگان مبنی بر تغییر پله‌ای قیمت منابع روبرو می‌شوند، بهترین تصمیم را از لحاظ استفاده‌ی بهینه از بودجه‌ی پروژه بگیرند.

پس از فرمولبندی ریاضی مسأله، یک روش حل تکاملی جدید، بر مبنای تلفیق الگوریتم ژنتیک و الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر پیشنهاد شده است. این روش، از الگوریتم ژنتیک به عنوان بدنه‌ی اصلی روش و از الگوریتم جستجوی همسایگی متغیر به عنوان یک عملگر جدید استفاده می‌نماید. این عملگر جدید، در کنار عملگرهای جایجانی و جهش قرار گرفته و پس از تولید جواب، سعی می‌نماید با جستجوی محلی، تمام بهبودهای ممکن را از طریق بکارگیری چند ساختار جستجوی همسایگی، اعمال نماید.

سپس جواب بهبود یافته به الگوریتم اصلی بازگردانده می‌شود تا نسل بعدی تشکیل شود. استفاده از این عملگر علاوه بر بهبود کیفیت جواب‌ها، از همگرایی زودرس الگوریتم و همچنین گرفتاری در بهینگی محلی جلوگیری می‌نماید. همچنین، برای اولین بار در ادبیات، کاربرد رویکرد رگرسیون مرحله‌ای برای تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های فرا ابتکاری در این مقاله پیشنهاد شد. در نهایت، به منظور ارزیابی کارایی رویکرد پیشنهادی، چندین مسأله‌ی استاندارد در ابعاد بزرگ و کوچک، تولید شده و نتایج یک تحلیل مقایسه‌ای، عملکرد مناسب روش پیشنهادی را به خوبی نمایش می‌دهد.

مراجع

- [1] Blazewicz J., Lenstra, J.K., Rinnooy Kan, A.H.G., "Scheduling Projects to Resource Constraints: Classification and Complexity", *Discrete Applied Mathematics*, Vol. 5, 1983, pp. 11-24.
- [2] Herroelen, W., Demeulemeester, E., De Reyck, B., "Resource-Constrained Project Scheduling: a Survey of Recent Developments", *Computers & Operations Research*, Vol. 25, 1998, pp. 279-302.

- [14] Peteghem, V.V., Vanhoucke, M., "A Genetic Algorithm for the Preemptive and Non-Preemptive Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problem", *European Journal of Operational Research*, Vol. 201, 2010, pp. 409–418.
- [15] Bouleimen, K., Lecocq, H., "A New Efficient simulated Annealing Algorithm for the Resource-Constrained Project Scheduling Problem and its Multiple Mode Version", *European Journal of Operational Research*, Vol. 149, 2003, pp. 268–281.
- [16] Nonobe, K., Ibaraki, T., "Formulation and Tabu Search Algorithm for the Resource Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP)" Technical Report, Kyoto University, 2001.
- [17] Zhang, H., Tam, C., Li, H., "Multimode Project Scheduling Based on Particle Swarm Optimization.", *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, Vol. 21, 2006, pp. 93–103.
- [18] Jarboui, B., Damak, N., Siarry, P., Rebai, A., "A Combinatorial Particle Swarm Optimization for Solving Multi-Mode Resource-Constrained Project Scheduling Problems", *Applied Mathematics and Computation*, Vol. 195, 2008, pp. 299–308.
- [19] Pishvaei, M.S., Zanjirani Farahani, R., Dullaert, W., "A Memetic Algorithm for Bi-Objective Integrated Forward/Reverse Logistics Network Design", *Computers and Operations Research*, Vol. 37, 2010, pp. 1100-1112.
- [20] Amiri, M., Zandieh, M., Yazdani, M., Bagheri, A., "A Variable Neighbourhood Search Algorithm for the Flexible Job-Shop Scheduling Problem", *International Journal of Production Research*, Vol. 48, 2010, pp. 5671 – 5689.
- [21] Holland, J., "Adaptation in Natural and Artificial Systems" Ann Arbor: University of Michigan Press, 1975.
- [22] Soltani, R., Jolai, F., Zandieh, M., "Two Robust Meta-Heuristics for Scheduling Multiple Job Classes on a Single Machine with Multiple Criteria", *Expert Systems with Applications*, Vol. 37, 2010, pp. 5951-5959.

