



MONITORING AND ESTIMATING CHANGE POINT IN A TWO STAGE PROCESS WITH VARIABLE AND ATTRIBUTE QUALITY CHARACTERISTICS IN THE SECOND STAGE

Samaneh Zolfaghari & Amir Hossein Amiri*

Samaneh Zolfaghari, MSc. graduate in Industrial Engineering, Shahed University.

Amir Hossein Amiri, Assistant Professor of Industrial Engineering, Shahed University.

Keywords

Change point,
Two stage process,
NORTA inverse method,
Root transformation method,
Variable-attribute
characteristics

ABSTRACT

Today, products and services are the result of different stages of a process. Each stage consists of one or more quality characteristics that are monitored. Due to the cascade property, quality of the product in previous stages affects its quality in the next stages. Therefore, using conventional control charts can lead to misleading results. Cause selecting control charts are used for monitoring such processes. These charts are usually used for monitoring normal quality characteristics. In some cases, quality characteristics include correlated variable and attribute quality characteristics. In this paper, two methods for simultaneously monitoring variable-attribute characteristics based on NORTA inverse and root transformation techniques are proposed. Control chart does not show the exact time of the change. Real time of the change is usually before getting a signal from the control chart and it is referred to as a change point. In this paper, maximum likelihood estimator is used to estimate the change point in the process mean under a single step shift. The performance of the two proposed methods in estimating the change point is evaluated through simulation studies. In addition, the performance of the proposed method in estimating the change point is considered through a numerical example. Finally, the performance of the proposed methods in detection is compared with the deviance residual method in terms of average run length criterion.

© 2016 IUST Publication, IJIEPM. Vol. 27, No. 1, All Rights Reserved



پایش و تخمین نقطه تغییر در فرآیندهای دو مرحله‌ای با مشخصه‌های متغیر و وصفی در مرحله دوم

سمانه ذوالفقاری و امیرحسین امیری*

چکیده:

امروزه محصولات و خدمات حاصل چندین مرحله از فرآیند می‌باشند. هر مرحله شامل یک یا چندین مشخصه کیفی است که مورد پایش قرار می‌گیرند. به علت وجود خاصیت آبخاری در این فرآیندها تغییر در هر مشخصه در هر مرحله، مراحل بعدی را نیز متاثر می‌سازد. بنابراین استفاده از نمودارهای کنترل مرسوم جهت پایش، می‌تواند منجر به نتایج گمراه کننده شود. از جمله نمودارهای کاربردی جهت پایش این گونه از فرآیندها، نمودار انتخاب عامل انحراف است. این نمودارها معمولاً برای پایش مشخصه‌های کیفی نرمال مورد استفاده قرار می‌گیرند. در برخی موارد، مشخصه‌های کیفی ترکیبی از مشخصه‌های کیفی متغیر و وصفی است که این متغیرها دارای همبستگی نیز می‌باشند. در این مقاله دو روش جهت پایش همزمان مشخصه‌های کیفی متغیر و وصفی همبسته بر مبنای روش‌های معکوس نورتا و تبدیل توانی پیشنهاد شده است. نمودار کنترل لزوماً زمان دقیق تغییر را نشان نمی‌دهد. زمان واقعی تغییر معمولاً زمانی قبل از دریافت هشدار می‌باشد که تحت عنوان نقطه تغییر یاد می‌شود. در این مقاله از روش تخمین زننده حداکثر درست‌نمایی (MLE) جهت تخمین نقطه تغییر در میانگین فرآیند تحت یک شیفت پله‌ای منفرد استفاده شده است. همچنین با استفاده از شبیه‌سازی عملکرد دو روش پیشنهادی جهت تخمین نقطه تغییر مورد بررسی قرار گرفته است. در نهایت عملکرد دو روش پیشنهادی در تخمین نقطه تغییر با استفاده از یک مثال مورد بررسی شده و همچنین در مرحله پایش با روش انحراف باقیمانده‌ها مقایسه شده است.

کلمات کلیدی

نقطه تغییر،
فرآیندهای دو مرحله‌ای،
روش معکوس نورتا،
روش تبدیل توانی،
مشخصه‌های متغیر-وصفی

۱. مقدمه

یکی از مهمترین ابزارهای کنترل فرآیند آماری نمودار کنترل است. نمودار کنترل می‌تواند منابع ایجاد تغییر پذیری شامل انحرافات بادلیل و انحرافات تصادفی را از یکدیگر تفکیک نماید. از سال ۱۹۲۴ که دکتر والتر شوهارت برای اولین بار نمودارهای کنترل را در آزمایشگاه تلفن بل پایه‌گذاری کرد، تاکنون نمودارهای کنترل متعددی برای پایش فرآیندها در شرایط مختلف توسعه داده شده

تاریخ وصول: ۹۱/۱۰/۲۷

تاریخ تصویب: ۹۲/۱۲/۱۴

سمانه ذوالفقاری: دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد،
s.zolfaghari@shahed.ac.ir
*نویسنده مسئول مقاله: امیرحسین امیری: دانشکده مهندسی صنایع،
دانشگاه شاهد، amiri@shahed.ac.ir

است و در همه آنها سعی بر این بوده که عملکرد نمودار کنترل پیشنهادی در کشف انحرافات با دلیل بهبود یابد. به عنوان مثال کاظم زاده و همکاران [۱] نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی با فاصله نمونه گیری متغیر را برای کنترل میانگین پیشنهاد داده‌اند. ایشان بیان داشته‌اند که فرض تخمین دقیق انحراف معیار در نمودارهای کنترل \bar{x} همواره درست نیست و این در حالی است که عملکرد نمودارهای کنترل \bar{x} تحت خطای ناشی از تخمین انحراف معیار به شدت کاهش می‌یابد. بنابراین، حدود کنترل بهینه برای نمودار فوق را به گونه ای ارائه کرده‌اند که پایداری قابل قبولی در برابر انحرافات ناشی از تخمین انحراف معیار داشته باشد. عملکرد روش پیشنهادی با نمودار مشابه بر مبنای زنجیره مارکوف مقایسه شده است. نوجوان و نیابتی [۲] نمودار کنترل شوهارت ناپارامتری رتبه علامت دار با فاصله نمونه گیری متغیر برای کشف

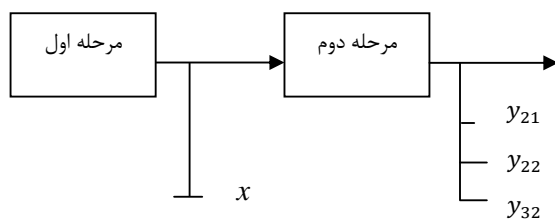
تغییر در میانگین فرآیند را ارائه کرده اند. عملکرد روش پیشنهادی با نمودار رتبه علامت دار با فاصله نمونه گیری ثابت و نمودار \bar{x} مقایسه شده است. نتایج بیانگر عملکرد بهتر روش پیشنهادی است. در مقالاتی که تاکنون مورد بحث قرار گرفت فرض شده است که فرآیند تک مرحله ای بوده و اثرات مراحل قبل روی مشخصه کیفی مرحله جاری چشم پوشی شده است لیکن امروزه اکثر محصولات و خدمات تولیدی حاصل چندین مرحله از فرآیند تولید می‌باشند. در این فرآیندها، مشخصه‌های کیفی در هر مرحله به مشخصه‌های کیفی مراحل قبل وابسته اند. بنابراین تغییر در مشخصه‌های کیفی یک مرحله، مراحل بعدی را نیز متاثر می‌سازد. به این ویژگی، خاصیت آبشاری اطلاق می‌شود. به دلیل وجود چنین ویژگی در فرآیندهای چند مرحله‌ای، چنانچه یک مشخصه کیفی در یکی از مراحل خارج از کنترل را نشان دهد نمی‌توان با قطعیت اظهار داشت که مرحله جاری خارج از کنترل می‌باشد. چرا که این حالت می‌تواند ناشی از عملکرد نامناسب مراحل قبل باشد. با توجه به وجود چنین ارتباطی بین مراحل مختلف، استفاده از نمودارهای کنترل مرسوم شوهارت منجر به نتایج گمراه کننده خواهد شد. جهت پایش فرآیندهای چند مرحله‌ای، نمودارهای انتخاب عامل انحراف توسط ژانگ [۳] معرفی شد. هاوکینز [۴] و [۵] نمودارهای کنترل تعدیل رگرسیون را ارائه کرد. شو و همکاران [۶] نمودار انتخاب عامل انحراف چندگانه را مطرح کرد. ایشان حدود پیشگویی را تحت شرایط عدم اطمینان پارامترهای مدل ارائه کردند که جهت تخمین پارامترها دو روش حداقل مربعات خطا و تحلیل مولفه‌های اصلی به کار گرفته شده است. اسدزاده و همکاران [۷] به مرور ادبایاتی در حوزه نمودارهای انتخاب عامل انحراف و نمودارهای مبتنی بر مدل پرداخته اند. نیایکی و داوودی [۸] به پایش یک فرآیند چند مرحله‌ای چند متغیره با استفاده از روش شبکه عصبی پرداخته اند. بسیاری از تحقیقات در حوزه فرآیندهای چند مرحله‌ای بر مبنای فرض نرمال بودن مشخصه‌های کیفی می‌باشد. آنچه مسلم است این است که مشخصه‌های کیفی همواره از این فرض تبعیت نمی‌کنند. اسکینر و همکاران [۹] حالتی را که مشخصه‌های کیفی مرحله دوم از توزیع پواسون پیروی می‌کند را در نظر گرفته اند. ایشان جهت پایش فرآیند، با استفاده از روش مدل خطی تعمیم یافته یک آماره انحراف مقادیر باقیمانده با استفاده از تابع رابط لگاریتمی ارائه داده اند. امیری و همکاران [۱۰] فرآیند دومرحله‌ای با مشخصه کیفی خروجی پواسون را بررسی کرده‌اند. ایشان آماره‌ای بر مبنای مقادیر باقیمانده‌های استاندارد شده جهت پایش فرآیند پیشنهاد داده‌اند. جرکپاپورن و همکاران [۱۱] فرآیندی با خروجی گاما را مورد بررسی قرار داده اند. در این تحقیق، از یک آماره نسبت درستنمایی جهت پایش فرآیند استفاده شده است. جرکپاپورن و همکاران [۱۲] به بررسی تغییر در میانگین یک فرآیند سه مرحله‌ای زمانی که متغیر پاسخ

ترکیبی از متغیرهای نرمال، گاما و پواسون است، پرداخته اند. با استفاده از روش مدل خطی تعمیم یافته، مقادیر باقیمانده‌های انحراف محاسبه و هریک مورد پایش قرار گرفته اند. همچنین نتایج روش پیشنهادی با نمودار شوهارت برای هر متغیر پاسخ و نمودار هتلینگ بر مبنای آماره L نیز مورد مقایسه قرار گرفته است. در برخی فرآیندها، کیفیت محصول متشکل از چندین مشخصه کیفی همبسته می‌باشد. این مشخصه‌ها می‌تواند شامل چند مشخصه کیفی متغیر، وصفی و یا ترکیبی از آن‌ها باشد. تحقیقات بسیاری در حوزه فرآیندهای چند متغیره و یا چندمشخصه وصفی انجام شده است ولی تحقیقات اندکی در حوزه فرآیندهای ترکیبی از مشخصه‌های کیفی متغیر و وصفی صورت پذیرفته است. از جمله تحقیقات در این حوزه می‌توان به دورودیان و همکاران [۱۳] اشاره کرد. در این تحقیق، چهار روش تغییر متغیر جهت پایش فرآیندهای متغیر- وصفی ارائه شده است. آن‌ها با استفاده از روش تبدیل توانی و روش تبدیل توانی متقارن و ترکیبی از این روش‌ها به حذف چولگی و حذف همبستگی مشخصه‌های کیفی پرداخته و از نمودارهای کنترل T^2 و میانگین متحرک موزون نمایی چند- متغیره جهت پایش فرآیند استفاده کرده اند.

زمانی که هشدار توسط نمودارهای کنترل دریافت می‌شود جستجو جهت کشف، شناسایی و حذف عامل ایجاد انحراف در فرآیند آغاز می‌شود. معمولاً زمان دریافت هشدار زمان واقعی ایجاد تغییر در فرآیند نمی‌باشد و فرآیند در زمانی قبل از آن دچار تغییر شده است که به آن نقطه تغییر گفته می‌شود. تخمین نقطه تغییر از آن جهت ضروری است که بازه جستجو جهت کشف و حذف عامل ایجاد تغییر را محدود می‌کند. که نهایتاً منجر به کاهش زمان و هزینه صرف شده جهت انجام اقدام اصلاحی می‌شود. تحقیقات زیادی روی تخمین نقطه تغییر تحت شرایط متفاوت در کنترل فرآیند آماری انجام شده است. به عنوان مثال نیایکی و خدمتی [۱۴] به تخمین نقطه تغییر در فرآیندهای با کیفیت بالا پرداخته‌اند. در این تحقیق فرض شده که تغییرات از نوع یکنوا می‌باشند ولی نوع و تعداد تغییرات مشخص نمی‌باشد. تخمین زنده نقطه تغییر با استفاده از روش حداکثر درستنمایی محاسبه شده و عملکرد روش پیشنهادی مورد بررسی قرار گرفته است. نورالسنا و همکاران [۱۵] تخمین نقطه تغییر پله ای در فرآیندهای با کیفیت بالا را مورد بررسی قرار دادند. تخمین نقطه تغییر در یک فرآیند چند مشخصه وصفی زمانی که مشخصه‌های کیفی از توزیع پواسون پیروی می‌کنند و نوع تغییر در میانگین فرآیند پله‌ای منفرد است نیز توسط نیایکی و خدمتی [۱۶] مورد بررسی قرار گرفته است.

مقالات زیادی نیز در خارج از حوزه کنترل فرآیند آماری، تخمین و کشف نقطه تغییر را مورد بررسی قرار دادند که این مقالات خارج از حوزه مقاله حاضر می‌باشد. به عنوان مثال کشاورز و هانگ [۱۷]

و وصفی می‌باشد. مشخصه‌های کیفی مرحله دوم علاوه بر اینکه به مشخصه کیفی مرحله اول وابسته اند خود نیز دارای همبستگی می‌باشند. به علت وجود ساختار همبستگی، پایش جداگانه مشخصه‌های کیفی مرحله دوم گمراه کننده خواهد بود. برای تشریح بهتر مساله و بدون لطمه به کیفیت روش‌های پیشنهادی فرض می‌شود که مشخصه‌های کیفی متغیر در مرحله دوم از توزیع پیوسته نرمال (Y_{21}) و گاما (Y_{22}) و مشخصه وصفی از توزیع گسسته پواسون (Y_{32}) تبعیت می‌کنند. در توزیع‌های پواسون و گاما تغییر در میانگین موجب تغییر ماتریس کوواریانس می‌شود. در اینجا فرض شده که ماتریس همبستگی در طول زمان ثابت است. نمایی شماتیک از یک فرآیند دو مرحله‌ای با مشخصه‌های کیفی پواسون، گاما و نرمال در مرحله دوم و مشخصه نرمال در مرحله اول در شکل ۱ آمده است.



شکل ۱. نمای شماتیک فرآیند دو مرحله‌ای

در فرآیندهای دو مرحله‌ای، مشخصه‌های کیفی مرحله دوم توسط یک تابع رگرسیونی به مشخصه‌های کیفی مرحله اول مرتبط می‌شوند. زمانی که مشخصه کیفی مرحله دوم از توزیع نرمال پیروی می‌کند، از مدل رگرسیون خطی ساده برای برقراری ارتباط مشخصه‌های کیفی دو مرحله و از روش حداقل مربعات برای تخمین پارامترهای این مدل استفاده می‌شود. ولی زمانی که مشخصه کیفی مرحله دوم غیر نرمال است دیگر نمی‌توان از رگرسیون خطی ساده و روش حداقل مربعات استفاده نمود زیرا در این حالت فرض نرمال بودن و برابری واریانس متغیر پاسخ در سطوح مختلف متغیر مستقل نقض می‌شود و این شرایط جزو شرایط اصلی استفاده از رگرسیون خطی ساده و روش حداقل مربعات است. در این حالت استفاده از مدل‌های خطی تعمیم یافته پیشنهاد می‌شود و برای تخمین پارامترهای مدل از روش ماکزیم درست‌نمایی استفاده می‌شود (مونتگومری و همکاران [۲۴]). همچنین جرکپاپورن و همکاران [۱۲] نیز استفاده از مدل‌های خطی تعمیم یافته را برای متغیرهای پاسخ غیر نرمال توصیه می‌کنند زیرا این مدل‌ها و روش تخمین پارامترهای آن بر خلاف مدل رگرسیون خطی ساده و روش حداقل مربعات به فرض ثابت بودن واریانس داده‌ها حساس نیست.

مدل‌های خطی تعمیم یافته برای متغیرهایی از خانواده توزیع نمایی شامل توزیع‌های گاما، پواسون، نمایی و دوجمله‌ای کاربرد

یک فرآیند چند متغیره تحت شیفت پله ای منفرد و چندگانه را مورد بررسی قرار داده اند. ایشان به منظور کشف نقطه تغییر از دو رویکرد بیزی و روش ارزش انتظاری و حداکثر سازی استفاده کرده و عملکرد روش‌های پیشنهادی را مقایسه کردند. همچنین الیوت و سی [۱۸] یک زنجیره مارکوف با زمان پیوسته از یک فرآیند پواسون را در نظر گرفته و با استفاده از روش فیلترینگ، تخمین برگشتی از توزیع احتمال شرطی فرآیند و نقاط تغییر ارائه دادند. در حوزه کنترل فرآیند آماری مقالات زیر به تخمین نقطه تغییر در فرآیندهای چند مرحله ای پرداخته اند. زو و همکاران [۱۹] تخمین نقطه تغییر در یک فرآیند چند مرحله ای را تحت شیفت پله‌ای منفرد و در فاز ۱ در نظر گرفته اند. نیاکی و داوودی [۲۰] با استفاده از مدل‌های سری زمانی یک فرآیند چند مرحله‌ای را مدل کرده و سپس با استفاده از روش MLE به تخمین نقطه تغییر پله-ای منفرد پرداخته اند. جهت کسب اطلاعات بیشتر در ارتباط با تخمین نقطه تغییر در حوزه کنترل فرآیند آماری به مقاله مروری امیری و اللهیاری [۲۱] مراجعه شود.

در این مقاله یک فرآیند دو مرحله‌ای مورد توجه قرار گرفته است بطوریکه متغیرهای مرحله دوم ترکیبی از مشخصه‌های وصفی و متغیر می‌باشد که این مشخصه‌ها همبسته هستند. همچنین فرض شده که در فاز ۲ هستیم و پارامترهای مساله معلوم است. ترکیب دو روش معکوس نورتا و تبدیل توانی با روش انتخاب عامل انحراف جهت پایش پیشنهاد شده است. همچنین به علت کارایی بالای روش MLE در تخمین نقطه تغییر و متداول تر بودن آن نسبت به سایر روش‌های تخمین نقطه تغییر مانند خوشه بندی، شبکه عصبی و نمودارهای کنترلی ذاتی تخمین نقطه تغییر مانند نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی و نمودار کنترل جمع تجمعی، در این مقاله جهت تخمین نقطه تغییر از روش MLE استفاده شده است. برای اطلاعات بیشتر در خصوص روش خوشه بندی به غضنفری و همکاران [۲۲] و در خصوص روش شبکه عصبی به آتشگر و نورالسنا [۲۳] مراجعه شود. در نهایت عملکرد هر یک از روش‌های فوق در پایش و تخمین نقطه تغییر مورد بررسی قرار گرفته است.

ساختار مقاله بدین صورت است که در بخش دوم مساله و توابع رابط تشریح شده است. در بخش سوم روش‌های پایش و آماره‌ها تدوین شده است. تخمین نقطه تغییر در بخش چهارم مطرح شده است. در بخش پنجم به بررسی عملکرد روش پیشنهادی پرداخته شده است. یک مثال موردی در بخش ششم مورد بررسی قرار گرفته است. در بخش آخر نتایج حاصل از این تحقیق ارائه شده است.

۲. تعریف مسئله

در این مقاله یک فرآیند دو مرحله‌ای به هم وابسته در نظر گرفته شده است. مشخصه کیفی مرحله اول دارای توزیع نرمال و مشخصه‌های کیفی مرحله دوم ترکیبی از مشخصه‌های کیفی متغیر

توزیع نرمال نزدیک است. جهت یافتن توان مورد نظر از روش نصف کردن استفاده می‌شود. برای اطلاعات بیشتر به درودیان و امیری [۱۳] مراجعه شود. این روش به دنبال یافتن ریشه معادله $f(r)=0$ می‌باشد که در آن f تابع چولگی متغیری است که به توان r رسیده است. از آنجا که میانگین مشخصه‌های کیفی مرحله دوم وابسته به مشخصه کیفی مرحله اول است و مشخصه کیفی مرحله اول یک متغیر تصادفی است بنابراین میانگین مشخصه‌های کیفی مرحله دوم خود یک متغیر تصادفی است. در توزیع‌های گاما و پواسون واریانس متغیرهای فوق نیز تابعی از میانگین می‌باشند. بنابراین، تغییر در میانگین موجب تغییر واریانس نیز می‌شود. برای حذف اثر تغییر واریانس، داده‌های در دسترس را بر انحراف معیارشان تقسیم کرده تا متغیرهای جدیدی حاصل شود که دارای واریانس ثابت ۱ می‌باشند.

۳-۲- روش معکوس نورتا

در این روش برای تبدیل متغیر غیر نرمال x به متغیری با توزیع نرمال داریم:

$$x' = \Phi^{-1}(F_x(x)) \quad (۸)$$

که در آن F_x تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی x ، Φ^{-1} معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال و x' دارای توزیع نرمال استاندارد می‌باشد.

در هر یک از روش‌های فوق، متغیرهای تغییر فرم یافته وابسته به مرحله اول می‌باشند. جهت پایش، از نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف استفاده شده است. در این نمودارهای کنترل، مقادیر باقیمانده‌ها به جای داده‌های اصلی پایش می‌شوند. باقیمانده‌ها به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i \quad (۹)$$

که در اینجا $\hat{y}_i = E(y_i|x_i)$ می‌باشد. در روش معکوس نورتا مقدار \hat{y}_i صفر می‌باشد بنابراین مقادیر باقیمانده‌ها همان متغیرهای تغییر فرم یافته هستند. در روش تبدیل توانی میانگین مشخصه نرمال اولیه $\hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x$ و میانگین مشخصه‌های گاما و پواسون برابر با $\hat{y}_i = \exp(\beta_0 + \beta_1 x)$ است. از آنجا که y_i از تقسیم داده‌های اولیه بر مقدار انحراف معیارشان به توان r به دست آمده است بنابراین میانگین متناظرشان نیز بایستی بر انحراف معیار تقسیم و به توان r برسد لذا برای متغیر گاما داریم:

$$\hat{y}_i = \frac{E(y_i|x_i)}{\left(\frac{|E(y_i|x_i)|^2}{k}\right)^{0.5}} \quad (۱۰)$$

دارد. هر یک از توزیع‌های فوق تابع رابط مختص به خود را دارا می‌باشند. این توابع میانگین متغیرهای خروجی را به متغیرهای ورودی مرتبط می‌سازند. در این تحقیق از تابع رابط لگاریتمی استفاده شده است.

برای مشخصه کیفی پواسون، تابع رابط لگاریتمی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\log \mu_y = \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} \quad (۱)$$

$$\mu_y = \exp(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}) \quad (۲)$$

بنابراین توزیع پواسون به صورت رابطه (۳) تعریف می‌شود:

$$y \sim \text{Pois}(\lambda_y) = \text{Pois}(\exp(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta})) \quad (۳)$$

همچنین برای مشخصه‌های گاما داریم:

$$\log \mu_z = \mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta} \quad (۴)$$

$$\mu_z = \exp(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta}) \quad (۵)$$

بنابراین مقدار پارامتر مقیاس به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\lambda_z = \frac{\mu_z}{\alpha} = \frac{\exp(\mathbf{x}^T \boldsymbol{\beta})}{\alpha} \quad (۶)$$

در اینجا α پارامتر شکل در توزیع گاما است. نهایتاً توزیع گاما به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$Z \sim \text{Gamma}(\alpha, \lambda_z) \quad (۷)$$

در روابط فوق، \mathbf{x}^T شامل بردار یکه و بردار مقادیر مشخصه کیفی مرحله اول می‌باشد، $\mathbf{x}^T = (1, x)$.

۳. روش‌های پیشنهادی

وجود چولگی در مشخصه‌های کیفی موجب می‌شود که نمودارهای کنترل متداول عملکرد مناسبی از خود نشان ندهند. بدین منظور از دو روش معکوس نورتا و تبدیل توانی جهت حذف چولگی در این متغیرها استفاده شده است. در روش‌های فوق میزان چولگی تقریباً صفر شده و توزیع متغیرها به توزیع نرمال نزدیک می‌شوند.

۳-۱- روش تبدیل توانی

در این روش، مقداری بین صفر و یک برای متغیرهای چوله جستجو می‌شود. این مقادیر به عنوان توان متغیرهای اصلی محسوب می‌شوند. با به توان رساندن متغیرهای اصلی متغیرهای جدیدی حاصل می‌شوند که تقریباً دارای چولگی صفر بوده و توزیع آن‌ها به

همچنین برای متغیر پواسون داریم:

$$\hat{y}_i = \frac{E(y_i|x_i)}{(E(y_i|x_i))^{0.5}} \quad (11)$$

زمانی که فرآیند تحت کنترل است باقیمانده‌ها از توزیع نرمال با میانگین صفر پیروی می‌کنند. مقادیر حاصل از رابطه (۹) مستقل از مرحله اول و دارای همبستگی می‌باشند. بنابراین از روش‌های کنترل چندمتغیره جهت پایش استفاده می‌شود. در اینجا از نمودار کنترل T^2 هتلینگ استفاده شده است. آماره نمودار کنترل T^2 از رابطه (۱۲) به دست می‌آید:

$$T^2 = (\mathbf{e}_i - \boldsymbol{\mu}_{e_i})' \boldsymbol{\Sigma}_e^{-1} (\mathbf{e}_i - \boldsymbol{\mu}_{e_i}) \quad (12)$$

$\boldsymbol{\Sigma}_e$ ماتریس کوواریانس باقیمانده‌های تحت کنترل و $\mathbf{e}_i = (e_{i1}, e_{i2}, \dots, e_{ip})'$ یک بردار $p \times 1$ است که نشان‌دهنده مقادیر باقیمانده‌های حاصل از p مشخصه کیفی در مشاهده i ام است. $\boldsymbol{\mu}_{e_i} = (\mu_{e_1}, \mu_{e_2}, \dots, \mu_{e_p})'$ بردار میانگین مقادیر باقیمانده‌ها است که مقادیر صفر را اختیار می‌کند بنابراین آماره نهایی از رابطه (۱۲) بدست می‌آید:

$$T^2 = (\mathbf{e}_i)' \boldsymbol{\Sigma}_e^{-1} (\mathbf{e}_i) \quad (13)$$

آماره فوق همواره مقادیر مثبت اختیار می‌کند، بنابراین نمودار کنترل تنها دارای حد کنترل بالاست. حد کنترل به صورت $UCL = \chi_{\alpha, p}^2$ محاسبه می‌شود. α میزان خطای نوع اول است.

۴. تخمین نقطه تغییر

فرض می‌شود که فرآیند در ابتدا تحت کنترل است و مشاهدات توسط توزیع نرمال p متغیره با بردار میانگین و و ماتریس کوواریانس معلوم تولید می‌شوند. میانگین فرآیند در یک لحظه نامعلوم τ ($0 < \tau \leq T-1$) از μ_0 به μ_1 تحت شیفت پله‌ای منفرد تغییر می‌کند.

تغییر ایجاد شده در فرآیند باقی می‌ماند تا زمانی که انحراف با دلیل به وجود آمده در زمان T کشف شود. جهت تخمین نقطه تغییر از روش تخمین زننده حداکثر درست‌نمایی در فرآیند نرمال چند متغیره (پیگناتیلو [۲۵]) استفاده شده است. تخمین زننده نقطه تغییر به صورت زیر حاصل شده است:

$$\hat{t} = \arg \max (T - \tau) (\mathbf{e}_i - \boldsymbol{\mu}_0)' \boldsymbol{\Sigma}_0^{-1} (\mathbf{e}_i - \boldsymbol{\mu}_0) \quad (14)$$

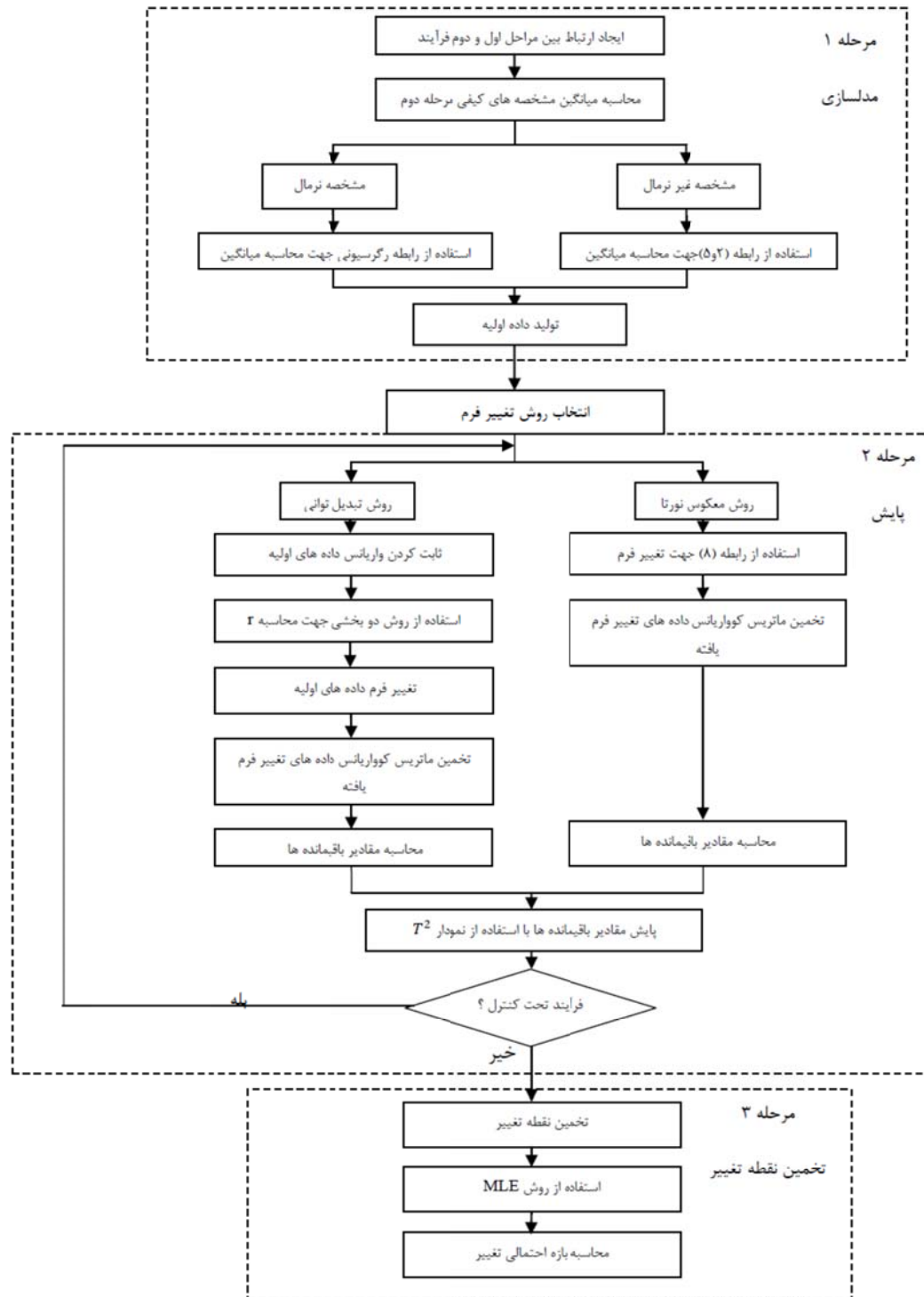
زمانی که فرآیند تحت کنترل است باقیمانده‌ها دارای توزیع نرمال با میانگین صفر می‌باشند، ($\mu_0 = 0$). بنابراین تخمین زننده نقطه تغییر به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\hat{t} = \arg \max (T - \tau) (\mathbf{e}_i)' \boldsymbol{\Sigma}_0^{-1} (\mathbf{e}_i) \quad (15)$$

فلوچارت پایش و تخمین نقطه تغییر بر اساس روش‌های پیشنهادی در شکل (۲) نشان داده شده است.

۵. بررسی عملکرد روش‌های پیشنهادی

در این بخش عملکرد روش‌های پیشنهادی در قالب یک مثال عددی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. یک فرآیند دو مرحله‌ای را در نظر بگیرید. مرحله اول دارای یک مشخصه کیفی نرمال با میانگین ۲ و واریانس ۱ است. کیفیت محصولات در مرحله دوم توسط بردار مشخصه‌های کیفی $\mathbf{y} = (y_{21}, y_{22}, y_{23})$ نشان داده می‌شود. فرض شده که مشخصه کیفی y_{21} دارای توزیع نرمال، y_{22} دارای توزیع گاما و y_{23} دارای توزیع پواسون است. به دلیل وجود خاصیت آشناری میانگین مشخصه کیفی y_{21} با استفاده از معادله رگرسیونی y_{22} و y_{23} با استفاده از تابع رابط لگاریتمی مطابق با آنچه که پیش تر بیان شد به مرحله اول مرتبط می‌شوند. زمانی که فرآیند تحت کنترل است بردار ضرایب مدل رگرسیونی مقدار $\boldsymbol{\beta} = (1, 0.5)$ ، بردار ضرایب مدل خطی تعمیم یافته برای مشخصه گاما مقدار $\boldsymbol{\gamma} = (1, 0.25)$ و برای مشخصه پواسون مقدار $\boldsymbol{\zeta} = (0.5, 0.5)$ را اختیار می‌کند. همچنین برای محاسبه حدود کنترل $ARL_0 = 200$ فرض شده است. جهت ارزیابی عملکرد روش پیشنهادی، بردار تصادفی از متغیرهای همبسته توسط تابع کاپولا تولید شده است. سپس با استفاده از مقادیر تولید شده داده‌های نرمال، گاما و پواسون تولید می‌شود. در روش معکوس نورتا، داده‌های غیر نرمال تحت میانگین شان به داده‌های نرمال تبدیل می‌شوند. پس از این تغییر فرم مقادیر باقیمانده‌های هر یک از متغیرها محاسبه می‌شود. جهت شبیه سازی، از نمونه ۵۰ ام با اعمال شیفت پله‌ای منفرد در ضرایب میانگین مشخصه‌های مرحله دوم، فرآیند به خارج از کنترل رفته تا در زمان T هشدار خارج از کنترل دریافت شود. تغییرات اعمال شده برابر با مقادیر $\pm 1/5, \pm 1/5, \pm 1/5$ هستند. روش فوق برای تمامی ترکیبات ممکن تغییر در ضرایب رگرسیونی انجام شده است. با ۱۰۰۰۰ بار شبیه سازی میزان چولگی و کشیدگی متغیرهای اولیه به ترتیب برابر با $[0.37, -0.037, 0.267/521, -0.267/521]$ و $[0.976/976, 2.744/976, 5/559]$ به دست آمده است. درحالیکه متغیرهای تغییر فرم یافته به ترتیب $[0.37, -0.062, 0.19/0.062]$ می‌باشد.



شکل ۲. فلوجارت پایش و تخمین نقطه تغییر در فرآیندهای دو مرحله‌ای

متغیرهای اولیه به ترتیب [۱/۱، ۴۶۴/۶۶۹، ۰/۰۰۶] و [۶/۸۸۱، ۸/۲، ۷۹۴/۹۷۲] و پس از تغییر فرم به ترتیب [۰/۰۰۶، ۰/۰۳۱۵، ۰/۰۳۱۵] و [۲/۹۷۲، ۲/۹۲۱، ۲/۹۴۱] می‌باشند. پس

در روش تبدیل توانی، تمامی مراحل فوق الذکر انجام می‌شود. تنها تفاوت در روش تغییر متغیر است که مطابق با آنچه که پیش تر بیان شد انجام می‌شود. در این روش نیز میزان چولگی و کشیدگی

از اعمال روش‌های تغییر فرم، تمامی متغیرهای موجود دارای توزیع نرمال خواهند شد. سپس با استفاده از رابطه (۹) مقادیر باقیمانده‌ها محاسبه می‌شود که مستقل از مرحله اول می‌باشند. بنابراین، جهت پایش از نمودار ۳ متغیره T^2 هتلینگ استفاده شده است. همچنین با ۵۰۰۰۰ بار شبیه سازی کواریانس باقیمانده‌ها تخمین زده شده است. نهایتاً حدود کنترل نمودار به صورت $UCL = \chi_{0.005,3}^2$ به دست می‌آید. در نهایت، برای هر دو روش فوق به تخمین نقطه تغییر پرداخته و عملکرد هر دو روش مورد مقایسه قرار گرفته است. در جدول ۱ تا ۶، $\bar{T} = \tau + ARL$ میانگین زمانی است که نمودار T^2 هشدار خارج از کنترل را نشان می‌دهد. در نمونه ۵۰ تغییر در پارامتر میانگین اعمال شده است ($\tau=50$).

۵-۱. تغییر در پارامتر بردار β

در جداول (۱) و (۲) عملکرد روش‌های پیشنهادی به ترتیب زمانی که $\beta_1 + d$ به β_1 و $\beta_2 + d$ به β_2 تغییر می‌کند، بررسی شده است. در مجموع نتایج شبیه سازی گویای عملکرد بهتر روش تبدیل توانی نسبت به روش معکوس نورتا در تخمین نقطه تغییر و کشف حالت خارج از کنترل است.

جدول ۱. تخمین نقطه تغییر تحت تغییر $\beta_1 + d$ به β_1

d	روش معکوس نورتا			روش تبدیل توانی		
	\bar{t}	Std error (\hat{t})	\bar{T}	\bar{t}	Std error (\hat{t})	\bar{T}
-۲	۴۸/۰۴۵۹	۰/۰۰۰۸	۵۵/۵۷۹۵	۴۹/۸۱۶۱	۰/۰۰۰۴	۵۶/۷۰۱۷
-۱/۵	۴۸/۱۶۷	۰/۰۰۰۸	۶۲/۸۹۰۵	۵۰/۱۱۹۴	۰/۰۰۰۴	۶۵/۸۷۰۱
-۱	۴۷/۴۳۴۳	۰/۰۰۱۱	۸۴/۴۵۲۷	۵۰/۸۶۶	۰/۰۰۰۶	۹۵/۲۱۶۴
-۰/۵	۴۲/۹۲۰۱	۰/۰۰۲۱	۱۴۲/۵۱۵۸	۵۶/۱۵۹۲	۰/۰۰۲۳	۱۷۴/۱۹۹۸
۰/۵	۵۱/۱۵۶۶	۰/۰۰۲۳	۱۶۸/۰۸۲۸	۴۷/۵۸۷۳	۰/۰۰۱۹	۱۴۶/۵۷۶۹
۱	۴۹/۸۷۸۸	۰/۰۰۰۸	۹۶/۱۹۷۶	۴۸/۹۰۹۲	۰/۰۰۰۸	۸۳/۸۲۶
۱/۵	۴۹/۴۵۱۷	۰/۰۰۰۶	۶۶/۸۴۰۴	۴۹/۲۲۶	۰/۰۰۰۶	۶۲/۴۵۶۸
۲	۴۹/۲۷۴۴	۰/۰۰۰۶	۵۶/۹۰۱۶	۴۹/۳۲۳۲	۰/۰۰۰۶	۵۵/۴۱۹

جدول ۲. تخمین نقطه تغییر تحت تغییر $\beta_2 + d$ به β_2

d	روش معکوس نورتا			روش تبدیل توانی		
	\bar{t}	Std error (\hat{t})	\bar{T}	\bar{t}	Std error (\hat{t})	\bar{T}
-۲	۴۹/۲۰۵۳	۰/۰۰۰۶	۵۱/۴۳۳۲	۵۰/۰۱۸۴	۰/۰۰۰۳	۵۱/۴۷۳۳
-۱/۵	۴۸/۷۵۰۷	۰/۰۰۰۷	۵۱/۸۹۳۶	۵۰/۰۰۹۴	۰/۰۰۰۳	۵۱/۹۷۹۵
-۱	۴۸/۲۶۷۹	۰/۰۰۰۹	۵۳/۸۲۳۴	۵۰/۲۶۳۲	۰/۰۰۰۴	۵۴/۱۹۹۶
-۰/۵	۴۷/۴۹۸۷	۰/۰۰۱۲	۷۳/۰۷۵۱	۵۱/۵۰۱۰	۰/۰۰۰۷	۷۹/۰۴۸۲
۰/۵	۵۰/۴۵۰۶	۰/۰۰۱۰	۷۷/۹۲۶۸	۴۹/۳۸۵۴	۰/۰۰۰۹	۷۳/۰۶۹۵
۱	۴۹/۳۲۴۷	۰/۰۰۰۷	۵۴/۲۹۸۹	۴۹/۳۸۲۸	۰/۰۰۰۶	۵۳/۷۳۵
۱/۵	۴۹/۴۵۳۴	۰/۰۰۰۵	۵۲/۰۴۶۳	۴۹/۴۹۵۳	۰/۰۰۰۵	۵۱/۸۵۷۶
۲	۴۹/۶۶۰۴	۰/۰۰۰۵	۵۱/۴۷۶۱	۴۹/۷۵۵۴	۰/۰۰۰۴	۵۱/۴۳۳۳

پارامترهای بردار γ دارد. به عبارت دیگر ARL_1 و همچنین تخمین زنده نقطه تغییر بر اساس روش تبدیل توانی نسبت به روش معکوس نورتا بهتر عمل می‌کند.

۵-۲. تغییر در پارامتر بردار γ

در جداول (۳) و (۴)، حساسیت روش پیشنهادی نسبت به تغییرات γ_1 و γ_2 مورد ارزیابی قرار گرفته است. نتایج شبیه سازی بیانگر آن است که روش تبدیل توانی عملکرد بهتری در کشف تغییرات در

جدول ۳. تخمین نقطه تغییر تحت تغییر γ_1 به $\gamma_1 + d$

d	روش معکوس نورتا			روش تبدیل توانی		
	$\hat{\tau}$	Std error ($\hat{\tau}$)	\bar{T}	$\hat{\tau}$	Std error ($\hat{\tau}$)	\bar{T}
-۲	۴۷/۸۷۹۳	۰/۰۰۰۸	۵۳/۵۹۶۳	۴۹/۶۶۸۷	۰/۰۰۰۳	۵۱/۰۱۰۳
-۱/۵	۴۸/۵۶۴۳	۰/۰۰۰۷	۵۹/۱۵۹۸	۴۸/۴۷۹۴	۰/۰۰۰۷	۵۱/۳۶۰۲
-۱	۴۸/۵۷۶۸	۰/۰۰۰۶	۷۶/۹۱۴۲	۴۸/۳۱۴۵	۰/۰۰۰۷	۵۴/۳۵۶۸
-۰/۵	۴۵/۸۷۷۱	۰/۰۰۱۳	۱۳۳/۵۱۷۳	۴۶/۹۸۷۹	۰/۰۰۱۱	۸۱/۵۲۱۸
۰/۵	۵۰/۹۹۲۹	۰/۰۰۱۱	۷۷/۶۰۷۸	۵۵/۳۰۷۴	۰/۰۰۱۱	۱۳۸/۱۷۲
۱	۴۹/۳۴۴۴	۰/۰۰۰۶	۵۴/۴۷۲۵	۵۰/۷۹۸۷	۰/۰۰۰۲	۷۱/۳۴۳۱
۱/۵	۴۹/۱۹۵۹	۰/۰۰۰۶	۵۱/۷۶۹۹	۵۰/۲۲۴۹	۰/۰۰۰۲	۵۷/۲۶۸۱
۲	۴۹/۶۲۲۱	۰/۰۰۰۴	۵۱/۳۱۴۶	۴۹/۹۵۶۳	۰/۰۰۰۲	۵۳/۶۳

جدول ۴. تخمین نقطه تغییر تحت تغییر γ_2 به $\gamma_2 + d$

d	روش معکوس نورتا			روش تبدیل توانی		
	$\hat{\tau}$	Std error ($\hat{\tau}$)	\bar{T}	$\hat{\tau}$	Std error ($\hat{\tau}$)	\bar{T}
-۲	۵۰/۰۵۷۹	۰/۰۰۰۶	۵۲/۲۶۳۷	۴۹/۹۷۸۷	۰/۰۰۰۱	۵۱/۰۹۳۱
-۱/۵	۴۹/۴۸۴۴	۰/۰۰۰۸	۵۲/۵۳۶	۴۹/۹۳۲۱	۰/۰۰۰۲	۵۱/۱۴۹۴
-۱	۴۸/۸۱۶۸	۰/۰۰۰۹	۵۳/۶۷۴۴	۴۹/۶۹۵۱	۰/۰۰۰۴	۵۱/۳۱۸۸
-۰/۵	۴۸/۲۲۰۲	۰/۰۰۰۹	۶۷/۵۱۱۵	۴۸/۸۹۴۰	۰/۰۰۰۷	۵۲/۹۹۸۰
۰/۵	۵۱/۲۱۱۹	۰/۰۰۰۶	۵۴/۵۲۶۹	۵۱/۴۴۷۰	۰/۰۰۰۳	۶۴/۶۱۰۸
۱	۵۱/۶۸۷۶	۰/۰۰۰۴	۵۳/۲۲۳۶	۵۰/۲۶۴۹	۰/۰۰۰۳	۵۳/۲۸۸۳
۱/۵	۵۳/۱۱۵۵	۰/۰۰۰۴	۵۴/۳۶۱۹	۵۰/۱۰۷۲	۰/۰۰۰۲	۵۱/۹۰۲۳
۲	۵۵/۲۰۲۶	۰/۰۰۰۵	۵۶/۳۵۳۲	۴۹/۹۷۸۷	۰/۰۰۰۲	۵۱/۴۷۷۷

۳-۵. تغییر در پارامتر بردار ζ_1

معکوس نورتا عمل می‌کند. لذا در ادامه تنها دقت تخمین زننده نقطه تغییر براساس روش تبدیل توانی مورد بررسی قرار گرفته و نتایج در جدول (۷) ذکر شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود دقت تخمین زننده نقطه تغییر بر اساس روش تبدیل توانی نیز دقت قابل قبولی می‌باشد.

مقایسه عملکرد روش‌های پیشنهادی زمانی که پارامترهای ζ_1 و ζ_2 تغییر می‌کنند در جداول (۵) و (۶) انجام شده است. عملکرد بهتر روش تبدیل توانی مشهود است. همان‌گونه که در جداول (۱) تا (۶) ملاحظه شد روش تبدیل توانی هم در کشف تغییر و هم در تخمین نقطه تغییر بهتر از روش

جدول ۵. تخمین نقطه تغییر تحت تغییر ζ_1 به $\zeta_1 + d$

d	روش معکوس نورتا			روش تبدیل توانی		
	$\hat{\tau}$	Std error ($\hat{\tau}$)	\bar{T}	$\hat{\tau}$	Std error ($\hat{\tau}$)	\bar{T}
-۲	۵۰/۱۳۸۵	۰/۰۰۰۲	۵۶/۴۸۴۲	۴۹/۸۱۶۰	۰/۰۰۰۲	۵۱/۱۱۷۶
-۱/۵	۵۰/۳۰۲۸	۰/۰۰۰۳	۶۰/۲۹۹۷	۴۹/۳۵۱۲	۰/۰۰۰۵	۵۱/۵۴۱۸
-۱	۵۰/۸۶۸۶	۰/۰۰۰۳	۷۴/۷۲۰۵	۴۹/۱۳۸۹	۰/۰۰۰۶	۵۳/۴۶۲۹
-۰/۵	۵۴/۲۰۹۸	۰/۰۰۰۹	۱۵۴/۵۸۹۶	۴۹/۷۸۰۴	۰/۰۰۰۷	۷۹/۲۶۲۲
۰/۵	۴۵/۴۸۱	۰/۰۰۱۳	۵۹/۹۳۷۳	۴۹/۸۶۶۷	۰/۰۰۰۶	۸۷/۰۰۴۳
۱	۴۷/۰۵۹۹	۰/۰۰۱۰	۵۱/۶۱۶۴	۴۹/۴۸۰۴	۰/۰۰۰۴	۵۱/۵۱۳۳
۱/۵	۴۹/۲۵۶۰	۰/۰۰۰۶	۵۱/۱۴۷۶	۴۹/۳۵۱۳	۰/۰۰۰۴	۵۱/۵۲
۲	۵۱/۳۹۱۳	۰/۰۰۰۲	۵۲/۴۷۷	۴۹/۷۰۴۹	۰/۰۰۰۳	۵۱/۰۶۹۹

جدول ۶. تخمین نقطه تغییر تحت تغییر ζ_2 به $\zeta_2 + d$

d	روش معکوس نورتا			روش تبدیل توانی		
	\bar{t}	Std error (\hat{t})	\bar{T}	\bar{t}	Std error (\hat{t})	\bar{T}
-۲	۵۰/۰۷۹۲	۰/۰۰۰۴	۵۳/۵۷۶۴	۵۰/۰۳۳۲	۰/۰۰۰۱	۵۱/۱۳۶۰
-۱/۵	۵۰/۲۳۱۵	۰/۰۰۰۳	۵۳/۸۲۱۰	۵۰/۰۵۹۲	۰/۰۰۰۲	۵۱/۲۰۶۹
-۱	۵۰/۵۱۰۱	۰/۰۰۰۳	۵۴/۵۷۵۱	۵۰/۰۵۷۸	۰/۰۰۰۳	۵۱/۴۰۱۳
-۰/۵	۵۱/۸۰۷۰	۰/۰۰۰۴	۵۹/۶۳۱۴	۵۰/۱۳۳۱	۰/۰۰۰۵	۵۲/۶۶۷۵
۰/۵	۴۹/۱۸۹۷	۰/۰۰۰۸	۵۲/۲۶۴	۵۰/۲۲۶۵	۰/۰۰۰۴	۵۲/۸۴۸۷
۱	۵۱/۶۵۱۴	۰/۰۰۰۶	۵۳/۳۶۸۵	۵۰/۰۵۲۰	۰/۰۰۰۳	۵۱/۴۲۳۹
۱/۵	۵۴/۶۶۲۵	۰/۰۰۰۶	۵۵/۹۷۹۱	۵۰/۰۷۵۶	۰/۰۰۰۲	۵۱/۲۱۶
۲	۵۸/۳۸۷۸	۰/۰۰۰۹	۵۹/۵۷۸۱	۵۰/۰۰۶۹	۰/۰۰۰۲	۵۱/۱۲۸۴

جدول ۷. دقت تخمین زنده نقطه تغییر با $\tau 50 =$

	d	β_1	β_2	γ_1	γ_2	ζ_1	ζ_2
$P(\bar{t} - \tau \leq 0)$	-۰/۵	۰/۰۹۶	۰/۲۹۴	۰/۳۳۸	۰/۵۹۲	۰/۳۷۴	۰/۵۵۸
	-۱	۰/۳۴۱	۰/۵۷۲	۰/۷۵۲	۰/۷۸۶	۰/۷۲۲	۰/۷۶۰
	-۱/۵	۰/۵۶۱	۰/۷۱۴	۰/۹۱۶	۰/۸۷۲	۰/۸۷۹	۰/۸۴۲
	-۲	۰/۷۲۱	۰/۷۹۰	۰/۹۸۷	۰/۹۱۴	۰/۹۴۵	۰/۸۸۲
	۰/۵	۰/۱۱۴	۰/۳۱۰	۰/۲۱۳	۰/۴۴۱	۰/۴۰۸	۰/۵۵۹
	۱	۰/۳۵۹	۰/۵۹۴	۰/۵۴۲	۰/۶۸۹	۰/۷۸۱	۰/۷۵۵
	۱/۵	۰/۵۷۴	۰/۷۲۷	۰/۷۳۰	۰/۸۰۴	۰/۹۲۸	۰/۸۳۸
	۲	۰/۷۳۹	۰/۷۹۴	۰/۸۵۳	۰/۸۶۴	۰/۹۷۸	۰/۸۹۰
$P(\bar{t} - \tau \leq 1)$	-۰/۵	۰/۱۵۳	۰/۴۲۸	۰/۴۵۵	۰/۷۷۱	۰/۵۱۵	۰/۷۶۲
	-۱	۰/۴۷۹	۰/۷۵۵	۰/۸۶۵	۰/۹۳۹	۰/۸۶۴	۰/۹۲۸
	-۱/۵	۰/۷۲۳	۰/۸۸۱	۰/۹۳۸	۰/۹۷۸	۰/۹۵۹	۰/۹۶۸
	-۲	۰/۸۶۹	۰/۹۴۰	۰/۹۸۸	۰/۹۹۰	۰/۹۸۷	۰/۹۸۴
	۰/۵	۰/۱۷۹	۰/۴۴۵	۰/۳۱۸	۰/۵۹۶	۰/۵۴۰	۰/۷۵۹
	۱	۰/۴۹۲	۰/۷۷۱	۰/۷۰۴	۰/۸۵۶	۰/۹۰۲	۰/۹۲۴
	۱/۵	۰/۷۲۳	۰/۸۸۵	۰/۸۸۰	۰/۹۳۷	۰/۹۶۸	۰/۹۶۸
	۲	۰/۸۶۹	۰/۹۳۶	۰/۹۵۵	۰/۹۶۷	۰/۹۸۹	۰/۹۸۴
$P(\bar{t} - \tau \leq 2)$	-۰/۵	۰/۲۲۳	۰/۵۴۲	۰/۵۶۸	۰/۸۵۲	۰/۶۲۵	۰/۸۶۲
	-۱	۰/۵۹۹	۰/۸۵۵	۰/۸۹۸	۰/۹۶۸	۰/۹۱۷	۰/۹۷۲
	-۱/۵	۰/۸۲۵	۰/۹۴۴	۰/۹۴۰	۰/۹۹۰	۰/۹۷۰	۰/۹۹۱
	-۲	۰/۹۳۱	۰/۹۷۸	۰/۹۸۸	۰/۹۹۶	۰/۹۹۰	۰/۹۹۵
	۰/۵	۰/۲۵۴	۰/۵۶۱	۰/۴۱۸	۰/۷۰۹	۰/۶۵۷	۰/۸۶۲
	۱	۰/۶۰۷	۰/۸۵۶	۰/۸۰۷	۰/۹۳۰	۰/۹۴۴	۰/۹۷۱
	۱/۵	۰/۸۱۵	۰/۹۳۹	۰/۹۴۴	۰/۹۷۵	۰/۹۷۳	۰/۹۹۱
	۲	۰/۹۱۷	۰/۹۷۰	۰/۹۸۱	۰/۹۸۷	۰/۹۹۰	۰/۹۹۴
$P(\bar{t} - \tau \leq 3)$	-۰/۵	۰/۲۸۷	۰/۶۲۹	۰/۶۰۴	۰/۸۹۳	۰/۷۰۹	۰/۹۱۴
	-۱	۰/۶۸۶	۰/۹۱۱	۰/۹۱۶	۰/۹۷۷	۰/۹۴۱	۰/۹۸۵
	-۱/۵	۰/۸۸۷	۰/۹۷۱	۰/۹۴۳	۰/۹۹۲	۰/۹۷۳	۰/۹۹۵
	-۲	۰/۹۵۹	۰/۹۸۷	۰/۹۸۹	۰/۹۹۶	۰/۹۹۱	۰/۹۹۷

۰/۵	۰/۳۲۰	۰/۶۴۱	۰/۵۰۱	۰/۷۹۰	۰/۷۳۸	۰/۹۱۴
۱	۰/۶۹۱	۰/۹۰۱	۰/۸۷۲	۰/۹۶۳	۰/۹۶۲	۰/۹۸۵
۱/۵	۰/۸۶۹	۰/۹۵۹	۰/۹۷۱	۰/۹۸۸	۰/۹۷۵	۰/۹۹۵
۲	۰/۹۳۸	۰/۹۷۸	۰/۹۹۰	۰/۹۹۲	۰/۹۹۰	۰/۹۹۶

۶. مثال موردی

۶-۱. مقایسه عملکرد روش‌های پایش پیشنهادی با روش

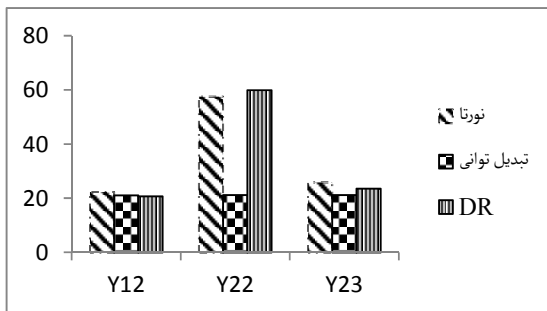
جرکپاپورن و همکاران [۱۲]

در این بخش، از مثال موردی ارائه شده در مقاله جرکپاپورن و همکاران [۱۲] استفاده شده است. همانطور که در شکل (۳) نشان داده شده است، در این مقاله یک فرآیند دو مرحله‌ای تولید نیمه هادی در نظر گرفته شده است. مرحله اول فرآیند رسوب اکسید پلاسما و مرحله دوم فرآیند چرخش در پوشش شیشه‌ای است. در هر مرحله سه مشخصه کیفی خروجی به صورت اتوماتیک اندازه گیری می‌شود. مشخصه کیفی اول اندازه متوسط ضخامت اکسید است که با توزیع نرمال و یک رابطه رگرسیونی تخمین زده می‌شود (y_{ai}). مشخصه کیفی دوم محدوده ضخامت که حاصل تفاضل مقدار ماکزیمم و مینیمم اندازه ضخامت است تعریف می‌شود که با توزیع گاما با تابع رابط لگاریتمی تخمین زده می‌شود (y_{a2}). مشخصه کیفی سوم تعداد ذرات و یا ناخالصی‌ها می‌باشد که توسط توزیع پواسون با تابع رابط لگاریتمی تخمین زده می‌شود (y_{a3}). y_{ai} بیانگر مشخصه کیفی i ام از مرحله a ام است. همچنین هر مرحله شامل دو متغیر ورودی با توزیع یکنواخت پیوسته بین صفر و یک می‌باشد ($unif(0,1)$). مشخصه‌های کیفی ورودی مرحله اول جریان گاز و مشخصه‌های کیفی ورودی مرحله دوم حجم استفاده شده است. تابع توزیع و پارامترهای توزیع برای هر یک از مشخصه‌های کیفی خروجی در هر مرحله در پیوست آمده است. جرکپاپورن و همکاران [۱۲] روش انحراف باقیمانده‌ها (DR) بر مبنای مدل‌های خطی تعمیم یافته (GLM) را جهت پایش پیشنهاد کرده‌اند. در این مقاله با ۱۰۰۰۰ بار شبیه‌سازی عملکرد روش‌های پایش پیشنهادی و روش DR در مرحله دوم با مقایسه متوسط طول دنباله مورد بررسی قرار گرفته است. احتمال خطای نوع اول ۰/۰۰۵ برای هر یک از روش‌ها در نظر گرفته شده است. اما از آنجا که در روش DR از نمودارهای کنترل مجزا برای هر مشخصه استفاده می‌شود احتمال خطای نوع اول هر یک از نمودارها به صورت $1 - \alpha$ محاسبه می‌شود. با استفاده از مقدار احتمال خطای نوع اول حاصل شده، ضرایب ثابت حدود کنترل با استفاده از شبیه‌سازی به دست می‌آیند. تغییری به اندازه ۱ واحد در ضرایب x_{ai} در میانگین هر یک از مشخصه‌ها اعمال شده است و تاثیر این تغییر در کشف حالت خارج از کنترل در مشخصه‌های کیفی مختلف ارزیابی شده است. x_{ai} بیانگر مشخصه کیفی ورودی i ام در مرحله a ام است.

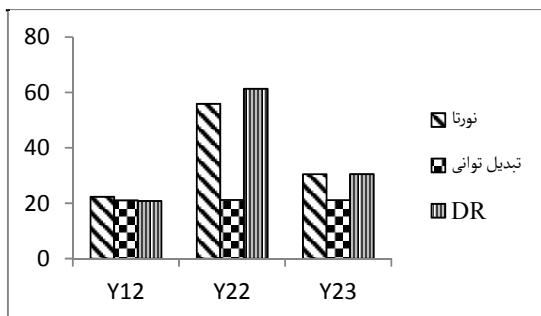
نتایج حاصل از این بررسی در شکل‌های (۴) و (۵) آمده است. محور افقی مشخصه‌های کیفی خروجی مرحله دوم و محور عمودی متوسط طول دنباله در حالت خارج از کنترل را نشان می‌دهد زیرا متوسط طول دنباله خارج از کنترل روش تبدیل توانی در اکثر شیفت‌ها کمتر از سایر روش‌ها می‌باشد. نتایج به خوبی بیانگر عملکرد بهتر روش تبدیل توانی می‌باشد.

x_{11}	x_{21}	y_{11}	y_{21}
x_{12}	x_{22}	y_{12}	y_{22}
مرحله اول	مرحله دوم	y_{13}	y_{23}

شکل ۳. نمای شماتیک فرآیند دو مرحله‌ای مثال موردی



شکل ۴. تغییر در ضریب متغیر x_{21}



شکل ۵. تغییر در ضریب متغیر x_{22}

۷. نتیجه گیری

در این مقاله، یک فرآیند دو مرحله‌ای با مشخصه‌های خروجی ترکیبی متغیر-وصفی مورد بررسی قرار گرفت. جهت تغییر فرم مشخصه‌های وصفی از دو روش معکوس نورتا و تبدیل توانی استفاده شد. در روش معکوس نورتا نقطه‌ای از توزیع نرمال استاندارد متناظر با توزیع مشخصه وصفی محاسبه می‌شود در حالیکه در روش تبدیل توانی مشاهدات به توان عددی می‌رسند که چولگی مشاهدات تغییر فرم یافته را نزدیک صفر و توزیع مشاهدات را به یک توزیع متقارن نزدیک کند. این روشهای تغییر فرم شرایط نرمال بودن را برای توسعه نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف جهت پایش مشخصه‌های کیفی مرحله دوم و توسعه روش تخمین نقطه تغییر آماده می‌کنند. در این مقاله برای پایش مشخصه‌های کیفی مرحله دوم از نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف T^2 هتلینگ و برای تخمین نقطه تغییر از روش MLE استفاده شد. نتایج حاصل از شبیه سازی تحت انواع مختلف تغییر بیانگر برتری روش تبدیل توانی در کشف تغییرات و تخمین نقطه تغییر است. همچنین با استفاده از یک مثال موردی عملکرد دو روش پیشنهادی نورتا و تبدیل توانی در شناسایی تغییرات با روش انحراف باقیمانده‌ها مقایسه شد. نتایج نشان داد که روش تبدیل توانی بهتر از روش معکوس نورتا و انحراف باقیمانده‌ها عمل می‌کند. در نهایت با استفاده از مثال موردی مقایسه‌ای در خصوص تخمین نقطه تغییر روش‌های پیشنهادی انجام شد که نتایج به دست آمده نتایج حاصل از شبیه‌سازی را تایید و عملکرد بهتر روش تبدیل توانی را در تخمین نقطه تغییر نشان داد. استفاده از سایر روشهای تخمین نقطه تغییر همچون شبکه عصبی و خوشه بندی برای تخمین نقطه تغییر در فرآیندهای دو مرحله‌ای با مشخصه‌های کیفی وصفی و متغیر و مقایسه با روش ماکزیمم درستنمایی می‌تواند به عنوان مطالعات آتی مد نظر محققان قرار گیرد.

پیوست

توزیع مشخصه‌های کیفی مرحله اول و دوم و ارتباط آنها با متغیرهای ورودی مرحله اول:

$$y_{11} \sim N(\mu = 1 + x_{11} + x_{12}, \sigma^2 = 0.01)$$

$$y_{12} \sim \text{gamma}(\alpha = 1, \lambda = \exp(0.5 + 2.3x_{11} + 2x_{12}))/1$$

$$y_{13} \sim \text{Pois}(\mu = \exp(-1.11 + 2.3x_{11} + 2x_{12}))$$

مرحله دوم:

$$y_{21} \sim N(\mu = x_{21} + x_{22} + y_{11}, \sigma^2 = 0.01)$$

$$y_{22} \sim \text{gamma}(\alpha = 1, \lambda)$$

پارامتر λ از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

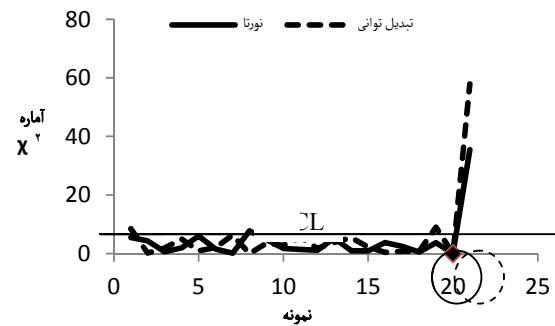
$$\lambda = \exp(-0.33 + 2x_{21} - 2x_{22} + \ln(y_{12}))/1$$

$$y_{23} \sim \text{Pois}(\mu = \exp(-0.35 + 2x_{21} - 2x_{22} + \ln(y_{13})))$$

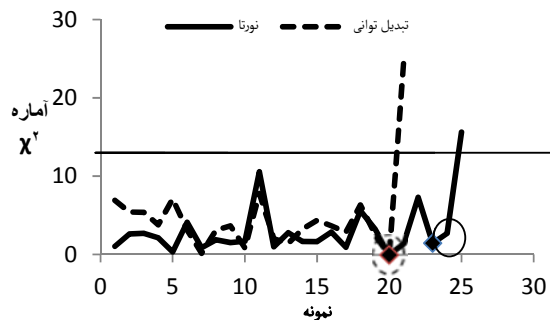
۶-۲. بررسی عملکرد روش‌های پیشنهادی در تخمین نقطه

تغییر

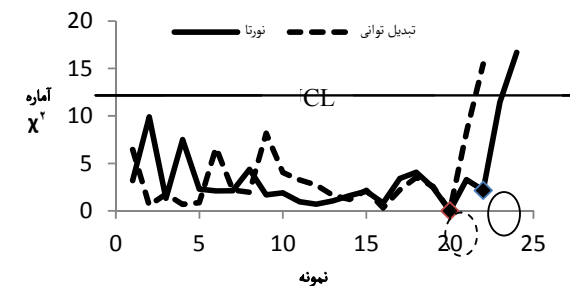
برای فرآیندی با اطلاعات فوق از روش معکوس نورتا و تبدیل توانی جهت تخمین نقطه تغییر مرحله دوم، چنانچه پیشتر بیان شد، استفاده شده است. تغییری به اندازه ۱ واحد در ضرایب x_{21} در میانگین هر یک از مشخصه‌ها در نمونه ۲۰ ام اعمال شده است. نتایج در اشکال (۵) تا (۷) نشان داده شده است. دایره با خط ممتد بیانگر مقدار تخمین زنده نقطه تغییر با روش معکوس نورتا و دایره خط چین تخمین زنده نقطه تغییر با روش تبدیل توانی را نشان می‌دهد. اشکال بیانگر عملکرد بهتر روش تبدیل توانی در تخمین نقطه تغییر است.



شکل ۵. تغییر در ضریب میانگین متغیر نرمال



شکل ۶. تغییر در ضریب میانگین متغیر گاما



شکل ۷. تغییر در ضریب میانگین متغیر پواسون

- gamma-distributed data using generalized-linear model-based control charts, *Quality and Reliability Engineering International*, 2003, No. 6, Vol. 19, pp. 477-491.
- [12] Jearkpaporn D, Borrer CM, Runger GC, Montgomery DC. Process monitoring for mean shifts for multiple stage processes, *International Journal of Production Research*, 2007, No. 23, Vol. 45, pp. 5547-5570.
- [13] Doroudyan MH, Amiri A. Monitoring multivariate-attribute processes based on transformation techniques, *International Journal of Advance Manufacturing Technology*, 2013, Nos. 9-12, Vol. 69, pp. 2161-2172.
- [14] Niaki STA, Khedmati M. Change point estimation of high-yield processes experiencing monotonic disturbance, *Computers & Industrial Engineering*, 2014, No. 1, Vol. 67, pp. 82-92.
- [15] نورالسنا، ز؛ پی نبر، ک، مرادی منش، م. برآورد زمان تغییر پله‌ای ساده در نسبت اقلام معیوب در فرآیندهای با کیفیت بالا، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۲۲، شماره ۴، ۱۳۹۰، صص. ۳۲۰-۳۳۰.
- [16] Niaki STA, Khedmati M. Detection and estimating the time of a step-change in multivariate poisson processes, *Scientia Ironical*, 2012, Vol. 19, No. 3, pp. 862-871.
- [17] Keshavarz M, Haung B. Bayesian and expectation maximization methods for multivariate change point detection, *Computers & Industrial Engineering*, 2014, Vol. 60, pp. 339-353.
- [18] Elliott RJ, Siu TK. Filtering and change point estimation for hidden Markov-modulated Poisson processes, *Applied Mathematics Letters*, 2014, Vol. 28, pp. 66-71.
- [19] Zou CH, Fugeea T, Yukun L. A change point approach for phase analysis in multistage process, *Techno metrics*, 2008, Vol. 50, No. 3, pp. 344-356.
- [20] Davoodi M, Niaki STA. Estimating the step-change time of location parameter in multistage process using MLE, *Quality and Reliability Engineering International*, 2012, No. 8, Vol. 28, pp. 843-855.
- [21] Amiri A, Allahyari S. Change point estimation methods for control chart post signal diagnostics: A literature ire view, *Quality and Reliability Engineering International*, 2012, No. 7, Vol. 28, pp. 1167-1180.
- [۱] برادران کاظم زاده؛ ر، کرباسیان؛ م، باباخانی؛ م.ع. طراحی یک نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی پایدار با بازه‌های نمونه گیری متغیر برای کنترل تغییرات در میانگین فرآیند، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۲۳، شماره ۱، ۱۳۹۱، صص. ۱۶-۲۷.
- [۲] نوجوان، م؛ نیابتی، ن. نمودار ناپارامتری شوهارتی رتبه علامت‌دار با فاصله نمونه‌گیری متغیر، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۲۴، شماره ۲، ۱۳۹۲، صص. ۱۸۴-۱۸۹.
- [3] Zhang GX. A new type of control charts and theory of diagnosis with control charts, *World Quality Congress Transactions*, American Society for Quality Control, 1984, pp. 175-185.
- [4] Hawkins DM. Multivariate quality control based on regression adjusted variables, *Technometrics*, 1991, No. 1, Vol. 33, pp. 61-75.
- [5] Hawkins DM. Regression adjustment for variables in multivariate quality control, *Journal of quality Technology*, 1993, No. 3, Vol. 25, pp. 170-182.
- [6] Shu L, Tsung F, Kapur KC. Design of multiple cause-selecting charts for multistage processes with model uncertainty, *Quality Engineering*, 2004, No. 3, Vol. 16, pp. 437-450.
- [7] Asadzade Sh, Aghaie A, Yang SF. Monitoring and diagnosing multistage processes: A review of cause selecting control charts, *Journal of Industrial and Systems Engineering*, 2008, No. 3, Vol. 2, pp. 214-235.
- [8] Niaki STA, Davoodi M. Designing a multivariate - multistage quality control system using artificial neural networks, *International Journal of Production Research*, 2009, No. 1, Vol. 47, pp. 251-271.
- [9] Skinner KR, Montgomery DC, Runger GC. Process monitoring for multiple count data using generalized - linear model-based control charts, *International Journal of Production Research*, 2003, No. 6, Vol. 41, pp. 1167-1180.
- [۱۰] امیری، ا؛ عسگری، ع؛ زره‌ساز، ی. توسعه یک نمودار کنترل انتخاب عامل انحراف برای پایش فرآیندهای دو مرحله‌ای با مشخصه کیفی پواسون، نشریه بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، جلد ۲۴، شماره ۲، ۱۳۹۲، صص. ۱۹۱-۲۰۲.
- [11] Jearkpaporn D, Montgomery DC, Runger GC, Borrer CM. Process monitoring for correlated

- [24] Montgomery DC, Peck EA, Vining CG. Introduction to Linear Regression Analysis, Third Edition, John Wiley and Sons, Inc, New York, 2001.
- [25] Nedumaran G, Pignatiello JJ, Calvin JA. Identifying the time of a step-change with C2 Control Charts, Quality Engineering, 2000, No. 2, Vol. 3, pp. 153-159.
- pp. 673-685.
- [22] Ghazanfari M, Alaeddini A, Niaki STA, Aryanezhad MB. A clustering approach to identify the time of a step change in shewhart control charts, Quality and Reliability Engineering International, 2008, No. 7, Vol. 24, pp. 765-778.
- [23] Atashgar K, Noorossana R. An integrating approach to root cause analysis of a bivariate mean vector with a linear trend disturbance, The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2011, Nos. 1-4, Vol. 52, pp. 407-420.